ФГОС

Л. Г. Петерсон, Л. А. Грушевская,
М. А. Кубышева, М. В. Рогатова

Методические рекомендации к учебнику

МАТЕМАТИКА

5 класс

ИЗДАТЕЛЬСТВО ЮВЕНТА

ФГОС
ООО

Л. Г. Петерсон, Л. А. Грушевская,
М. А. Кубышева, М. В. Рогатова

Методические рекомендации к учебнику

МАТЕМАТИКА

5 класс

ИЗДАТЕЛЬСТВО
ЮВЕНТА

Москва
2015

УДК 372.8
ББК 74.262.21
П29

Образовательная система «Школа 2000...»

Научный руководитель — Л. Г. Петерсон,
доктор педагогических наук, профессор,
директор Центра системно-деятельностной педагогики
«Школа 2000...» ФГАОУ АПК и ППРО,
академик Международной академии наук педагогического образования,
лауреат Премии Президента РФ в области образования за 2002 год

Редакционная коллегия:
Л. Г. Петерсон, Д. Л. Абраров, Л. А. Грушевская, М. А. Кубышева,
А. А. Лаврентьев, М. В. Рогатова, Е. В. Чуткова

Петерсон Л. Г., Грушевская Л. А., Кубышева М. А., Рогатова М. В.
П 29 Методические рекомендации к учебнику «Математика» 5 класс / Л. Г. Петерсон, Л. А. Грушевская, М. А. Кубышева, М. В. Рогатова. — М. : Издательство «Ювента», 2015. — 408 с. : ил.

ISBN 978-5-85429-661-8

В методическом пособии описана система работы по учебнику математики для 5 класса авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсон. Приведены программа, тематическое и поурочное планирование, основные содержательные цели изучения каждого пункта учебника, методические подходы к организации самостоятельной учебной деятельности учащихся, способы достижения личностных, метапредметных и предметных результатов освоения основной образовательной программы ФГОС ООО. В пособии также приведены примеры решения типовых задач и подробно разобрано решение нестандартных заданий, представленных в учебнике.

Курс математики для 5 класса авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсон реализует дидактическую систему деятельностного метода Л. Г. Петерсон («Школа 2000...»). Ориентирован на развитие мышления и творческих способностей учащихся, формирование прочной системы математических знаний, культуры исследовательской и проектной деятельности, умения учиться и готовности к саморазвитию. Содержит разноуровневые задания, соответствующие современным требованиям ГИА, ЕГЭ.

Курс является составной частью непрерывного курса математики «Учусь учиться» для дошкольников, учащихся начальной и средней школы (Премия Президента РФ в области образования за 2002 год).

УДК 372.8
ББК 74.262.21

ISBN 978-5-85429-661-8

**Петерсон Людмила Георгиевна, Грушевская Лилия Аркадьевна,
Кубышева Марина Андреевна, Рогатова Марина Викторовна**

Методические рекомендации к учебнику
МАТЕМАТИКА
5 класс (16+)

Ответственный за выпуск *Ю. И. Веслинский*
Художники *П. А. Северцов, С. Ю. Гаврилова*
Художественный редактор *Т. С. Шаляпина*
Технический редактор *Е. В. Бегунова*
Компьютерная верстка *М. Д. Минаев*

Подписано в печать 21.05.2015. Формат 70x108/16. Объем 25,5 печ. л. Усл. печ. л. 35,70.
Бумага офсетная. Печать офсетная. Гарнитура Школьная. Тираж 10 000 экз. Заказ № 1360–2015

ООО «С-инфо»
(Издательство «Ювента» — структурное подразделение
и зарегистрированный товарный знак ООО «С-инфо»)
121059 Москва, а/я 88 **Телефон:** (499) 253-13-42
E-mail: books@si.ru **Адрес в Интернете:** www.books.si.ru

Отпечатано в АО «Красная Звезда»
123007, г. Москва, Хорошевское шоссе, 38
Тел.: (495) 941-28-62, (495) 941-34-72, (495) 941-31-62
www.redstarph.ru E-mail: kr_zvezda@mail.ru

ВВЕДЕНИЕ

Курс математики для 5–6 классов средней школы «Учусь учиться» является частью непрерывного курса математики образовательной системы «Школа 2000...» и обеспечивает непрерывность математической подготовки учащихся начиная с дошкольной ступени и вплоть до их перехода к предпрофильному и профильному обучению.

Основной целью данного курса является формирование у учащихся основ умения учиться, их интеллектуальное и духовно-нравственное развитие и воспитание, сохранение и поддержание здоровья детей, овладение каждым учащимся по индивидуальной траектории саморазвития системой глубоких и прочных математических знаний, умений и навыков, необходимых для продолжения образования в любом профиле школы.

Курс математики «Учусь учиться» для 5–6 классов средней школы обеспечивает организацию учебной деятельности учащихся, в процессе которой создаются условия для надежного достижения целей, поставленных ФГОС, – личностных, метапредметных и предметных результатов освоения основной образовательной программы посредством формирования универсальных учебных действий и умения учиться в целом. Данные цели реализуются на основе «Концепции духовно-нравственного развития и воспитания личности гражданина России», составляющей идеологическую основу ФГОС, и системно-деятельностного подхода, составляющего методологическую основу ФГОС.

Исходя из «Концепции духовно-нравственного развития и воспитания личности гражданина России» отбор учебного содержания в курсе математики «Учусь учиться» осуществлялся с ориентацией на формирование базовых национальных ценностей. Средствами учебного предмета математики с учетом возрастных психологических особенностей развития школьников в детях воспитываются ценности созидания, саморазвития, добра, честности и справедливости, открытости, толерантности, любви и уважения к своей Родине, создаются условия для развития у учащихся интереса к изучению своей страны, ее прошлого и настоящего, ее природы и культуры. И вместе с тем курс формирует представление о многообразии культур разных стран мира, уважительное отношение к культурам других народов.

Технология деятельностного метода (ТДМ)[1] – это педагогический инструмент, позволяющий учителю, с одной стороны, организовать включение учащихся в учебную деятельность на основе метода рефлексивной самоорганизации (Г. П. Щедровицкий, О. С. Анисимов и др.), благодаря чему создаются условия для надежного достижения каждым учащимся личностных и метапредметных результатов ФГОС, а с другой — в ТДМ заложены все этапы глубокого и прочного усвоения знаний (П. Я. Гальперин), что обеспечивает не только высокий уровень предметных результатов ФГОС, но и создает существенный задел для результативного участия школьников в математических олимпиадах, их успешного обучения в 7–11 классах и подготовки к ГИА и ЕГЭ.

Математическая деятельность учащихся

Реализация в курсе деятельностного метода обучения позволяет при изучении всех разделов курса **организовать полноценную математическую деятельность учащихся** по получению нового знания, его преобразованию и применению, включающую все три этапа математического моделирования. Ими являются:

---

[1] Более подробно о ТДМ, проектировании и проведении уроков см. в Приложении.

1) этап ***математизации действительности***, то есть построения математической модели некоторого фрагмента действительности;

2) этап ***изучения математической модели***, то есть построения математической теории, описывающей свойства построенной модели;

3) этап ***приложения полученных результатов*** к реальному миру.

При построении математических моделей учащиеся учатся применять математические знания для описания объектов и процессов окружающего мира, объяснения причин явлений, оценки их количественных и пространственных отношений.

На этапе изучения математической модели они овладевают математическим языком, основами логического, алгоритмического и творческого мышления, они учатся решать уравнения, исследовать и выявлять свойства и отношения, наглядно представлять полученные данные, записывать и выполнять алгоритмы.

Далее, на этапе приложения полученных результатов к реальному миру, учащиеся приобретают опыт применения математических знаний для решения задач. Здесь они отрабатывают умение выполнять устно и письменно арифметические действия с числами, преобразовывать простейшие алгебраические выражения, решают текстовые задачи, распознают и изображают геометрические фигуры, действуют по заданным алгоритмам и строят их. Учащиеся работают со схемами и таблицами, диаграммами и графиками, анализируют и интерпретируют данные, овладевают грамотной математической речью.

Содержательно-методические линии курса

Учитывая современный уровень развития математической теории, учебное содержание представлено в виде семи основных содержательно-методических линий, изучение которых подготавливается на дошкольной ступени, и затем непрерывно проходит через все ступени обучения с 1 по 9 класс вплоть до выпускных классов средней школы: линий *моделирования, логической, числовой, алгебраической, геометрической, функциональной* и *анализа данных*. Целостность курса достигается постоянным сопоставлением и взаимопроникновением результатов, полученных в различных содержательно-методических линиях.

Выбор последовательности учебного содержания по всем содержательно-методическим линиям курса математики «Учусь учиться» для 5–6 классов определяется логикой и этапами формирования математического знания в процессе познания в соответствии со вторым этапом процесса теоретического познания – этапа построения математической теории.

Рассмотрим содержание каждой содержательно-методической линии курса математики «Учусь учиться» для 5–6 классов и особенности ее изучения с точки зрения преемственности с предыдущей ступенью обучения.

В начальной школе были созданы условия для качественной подготовки учащихся к изучению всех разделов курса математики основной школы. При этом использование деятельностного метода обучения и новых методик позволило существенно расширить спектр изучаемых вопросов. В программу начальной школы вошли такие темы, традиционно изучаемые в средней школе, как нумерация и действия с многозначными числами в пределах 12 разрядов, решение составных уравнений (сводящихся к цепочке простых), обыкновенные дроби (сравнение, сложение и вычитание дробей с одинаковыми знаменателями, смешанные числа), измерение углов, операция, алгоритм, множества и операции над ними, круговые и столбчатые диаграммы, координатный угол и др. Включение их в программу учитывает сенситивные периоды усвоения данных понятий и одновременно освобождает время в 5–6 классах для изучения логических понятий, освоения общих методов математической деятельности, геометрических исследований и практических построений геометрических фигур и других разделов, которые создают прочную базу для изучения курса математики в 7–9 классах и старшей школе.

Числовая линия курса математики «Учусь учиться» строилась на основе счета предметов (элементов множества) и измерения величин. Понятия множества и величины подводили учащихся с разных сторон к понятию числа: с одной стороны, натурального числа, а с другой – положительного действительного числа. В этом находит свое отражение двойственная природа числа, а в более глубоком аспекте – двойственная природа бесконечных систем, с которыми имеет дело математика: дискретной, счетной бесконечностью и континуальной бесконечностью. Измерение величин связывает натуральные числа с действительными, поэтому свое развитие числовая линия получает как бесконечно уточняемый процесс измерения величин.

В начальной школе в рамках числовой линии учащиеся осваивали смысл понятия натурального числа и нуля, принципы записи и сравнения целых неотрицательных чисел (в пределах 12 разрядов), смысл и свойства арифметических действий, взаимосвязи между ними, приемы устных и письменных вычислений, прикидки, оценки и проверки результатов арифметических действий, зависимости между их компонентами и результатами, способы нахождения неизвестных компонентов. С другой стороны, они знакомились с различными величинами и общим принципом их измерения, учились выполнять действия со значениями величин (именованными числами).

В 5 классе числовая линия продолжается изучением обыкновенных и десятичных дробей, а в 6 классе – рациональных чисел. В завершение знания детей о числах систематизируются, дети знакомятся с историей развития понятия о числе и с методом расширения числовых множеств. Ставится проблема недостаточности изученных чисел для измерения величин (например, длины диагонали квадрата со стороной 1) и, таким образом, готовится основа для изучения в 7–9 классах школы действительных чисел.

Алгебраическая линия курса неразрывно связана с числовой, во многом дополняет ее и обеспечивает лучшее понимание и усвоение изучаемого материала. Запись выражений и свойств чисел с помощью буквенной символики помогает учащимся еще в начальной школе структурировать изучаемый материал, выявлять сходства и различия, свойства и аналогии объектов. Например, при решении уравнений из того, что $A + X = B$, следует, что $X = B - A$ (для множеств), а из того, что $a + x = b$, следует, что $x = b - a$ (для величин). И в том и в другом случае решение обосновывалось тем, что мы ищем неизвестную часть, поэтому из целого вычитаем другую часть.

Как правило, запись общих свойств операций над множествами и величинами обгоняет соответствующие навыки учащихся в выполнении аналогичных операций над числами. Это позволяет создать для каждой из таких операций общую рамку, в которую потом, по мере введения новых классов чисел, укладываются операции над числами и свойства этих операций. Тем самым дается теоретически обобщенный способ ориентации в учениях о множествах, величинах и числах, позволяющий потом решать обширные классы конкретных задач.

В 5–6 классах учащиеся поднимаются на следующую ступень – учатся использовать буквенные обозначения для доказательства общих утверждений. Это позволяет им проводить логическое доказательство свойств и признаков делимости, свойств пропорций и др.

Уже к концу 6 класса учащиеся приобретают систематический опыт моделирования в простейших случаях реальных ситуаций на языке алгебры, решения простейших уравнений и неравенств. Этим обеспечивается качественная подготовка учащихся к изучению систематического курса алгебры 7–9 классов.

При изучении **геометрической линии** в начальной школе учащиеся знакомились с такими геометрическими фигурами, как квадрат, прямоугольник, треугольник, круг; простейшими пространственными образами: куб, параллелепипед, цилиндр, пирамида, шар, конус, а также с более абстрактными понятиями точки, прямой и кривой линии, луча, отрезка и ломаной линии, угла и многоугольника, области и границы, окружности и круга и др., которые использовались для решения разнообразных практических задач. Например, схемы-отрезки служили графическими моделями текстовых задач, окружности использовались для построения круговых диаграмм и т. д.

Разрезание фигур на части и составление новых фигур из полученных частей, черчение фигур, склеивание моделей по их разверткам формировало практические навыки работы с основными измерительными и чертежными инструментами (линейка, угольник, циркуль, транспортир) и одновременно развивало пространственные представления учащихся, их воображение, речь, комбинаторные способности.

Запас геометрических представлений и навыков, который накоплен у учащихся к 4 классу, позволил поставить перед ними новую, значительно более глубокую и увлекательную цель: исследование и открытие свойств геометрических фигур. С помощью построений и измерений они выявляли различные геометрические закономерности (например, свойство углов треугольника, свойства смежных и вертикальных углов, вписанного и центрального углов и др.), которые они формулировали как предположение, гипотезу.

Исследование свойств геометрических фигур продолжается и в 5–6 классах: учащиеся открывают для себя различные свойства треугольника и прямоугольника, параллелограмма и трапеции, окружности и круга и др. При этом рассматриваются не только плоские, но и пространственные фигуры – шар, сфера, цилиндр, конус, пирамида, многогранники. Это помогает им, с одной стороны, обнаружить красоту геометрических фактов, а с другой – осознать недостаточность своих знаний для их логического обоснования, доказательства.

В 6 классе учащиеся приобретают более системный опыт построений с помощью циркуля и линейки, используют геометрические построения для доказательства утверждений и для выполнения преобразований фигур на плоскости (поворота, осевой и центральной симметрии, параллельного переноса). Они знакомятся с многогранниками, склеивают из разверток их модели, приобретают опыт построения простейших сечений куба и проекций пространственных геометрических фигур.

Все это обеспечивает качественную подготовку к изучению систематического курса геометрии в 7–9 классах.

Функциональная линия курса математики «Учусь учиться» строится вокруг понятия функциональной зависимости величин, которое является промежуточной моделью между реальной действительностью и общим понятием функции и, таким образом, служит источником возникновения в 7 классе общего понятия функции.

Учащиеся уже в начальной школе наблюдали за взаимосвязанным изменением различных величин, знакомились с понятием переменной и к 4 классу приобрели значительный опыт фиксирования зависимостей между величинами с помощью таблиц, диаграмм, графиков (движения) и простейших формул. Так, они строили и использовали для решения практических задач формулы: площади прямоугольника $S = a \cdot b$, объема прямоугольного параллелепипеда $V = a \cdot b \cdot c$, пути $S = v \cdot t$, стоимости $C = a \cdot x$, работы $A = w \cdot t$ и др. При исследовании различных зависимостей учащиеся выявляли и фиксировали на математическом языке их общие свойства, что создало основу для дальнейшего изучения системы функциональных понятий.

Развитие функционально-графических представлений продолжается в 5–6 классах: учащиеся наблюдают зависимости между различными величинами, уточняют понятие переменной, приобретают опыт описания зависимостей с помощью формул, таблиц и графиков. На примере прямой и обратной пропорциональности у учащихся формируется представление о целесообразности обобщенного исследования зависимостей реальных величин, что позволяет подвести их к понятию функциональной зависимости, с которым они знакомятся в конце 6 класса. Вся эта работа закладывает прочную базу для самостоятельного открытия учащимися в 7 классе и глубокого осознания общего понятия функции, а затем изучения функций в 8–11 классах школы.

Достаточно серьезное внимание уделяется в курсе развитию **логической линии** при изучении арифметических, алгебраических и геометрических вопросов программы. Все задания курса математики «Учусь учиться» требуют от учащихся выполнения логических операций (анализ, синтез, сравнение, обобщение, аналогия, классификация), способствуют развитию логического мышления.

В начальной школе в рамках изучения логической линии учащиеся осваивали математический язык, учились понимать и конспектировать математический текст, использовать математические термины для описания явлений окружающего мира. В процессе вычислений, решения задач, уравнений, геометрических построений они проверяли истинность высказываний, строили свои суждения и обосновывали их с опорой на согласованный способ действий (эталон). Уже в 3 классе учащиеся знакомились с языком множеств, приобретали начальный опыт доказательства и опровержения различных видов высказываний (частных, общих, о существовании).

На этой основе в 5–6 классах логическая линия разворачивается в цепочку взаимосвязанных вопросов: математический язык – высказывания – доказательство – методы доказательства – определения – равносильные предложения – отрицание – логическое следование – теорема. Учащиеся не только знакомятся с содержанием этих понятий, но и активно используют их при рассмотрении всех разделов курса, что позволяет им полноценно подготовиться изучению математики в старших классах и решению разнообразных жизненных проблем логического характера.

Линия анализа данных целенаправленно формирует у учащихся информационную грамотность, умение самостоятельно получать информацию – из наблюдений, справочников, энциклопедий, интернет-источников, бесед; работать с полученной информацией: анализировать, систематизировать и представлять в форме схем, таблиц, конспектов, диаграмм и графиков; делать выводы; выявлять закономерности и существенные признаки; проводить классификацию; осуществлять систематический перебор вариантов; строить и исполнять алгоритмы.

Уже в начальной школе учащиеся знакомились с деревом возможностей, с различными видами программ – линейными, разветвленными, циклическими. Систематическое построение и использование алгоритмов для обоснования своих действий и самопроверки результатов помогало успешнее изучить многие традиционно трудные вопросы программы (например, порядок действий в выражениях, действия с многозначными числами и др.).

В 5–6 классах эта работа продолжается, причем информационные умения формируются как на уроках, так и во внеурочной проектной деятельности, кружковой работе, при создании собственных информационных объектов – презентаций, сборников задач и примеров, стенгазет и информационных листков и т. д. В ходе этой деятельности учащиеся овладевают началами компьютерной грамотности и навыками работы с компьютером, необходимыми для обучения в школе и в современной жизни.

В рамках **линии моделирования** (линии текстовых задач) учащиеся овладевают всеми видами математической деятельности, осознают практическое значение математических знаний, у них формируются универсальные учебные действия, развивается мышление, воображение, речь.

При построении математических моделей учащиеся приобретают опыт описания «на математическом языке» объектов и процессов окружающего мира.

На этапе изучения математической модели они расширяют свои знания о математическом языке, овладевают основами логического, алгоритмического и творческого мышления, выполняют действия с числами и величинами, решают уравнения и неравенства, составляют и преобразовывают числовые и буквенные выражения, строят графики зависимости величин, выполняют геометрические построения, овладевают грамотной математической речью.

Далее, на этапе приложения полученных результатов к реальному миру, учащиеся приобретают начальный опыт применения математических знаний для решения задач. Они работают со схемами и таблицами, диаграммами и графиками, анализируют и интерпретируют данные, развивают представления о компьютерной грамотности.

Таким образом, у учащихся формируются представления о математике не как о формальной науке, а как о мощном инструменте познания реальных процессов окружающего мира.

Спектр возможностей практического применения математики в реальной жизни демонстрируется через моделирование текстовых задач, которые представляют собой условные описания некоторых практических ситуаций и тем самым приближают изучаемое математическое содержание к реальным процессам окружающего мира.

Программа курса математики «Учусь учиться» для 5–6 классов начинается со знакомства учащихся с математическими моделями текстовых задач, приемами их построения («перевода условия задачи на математический язык»), работы с ними и применения полученных результатов для ответа на вопрос задачи.

Они узнают, что математическими моделями текстовых задач могут служить выражения, уравнения, неравенства и даже системы уравнений и неравенств, учатся строить математические модели любых (даже неизвестных им) видов текстовых задач. Для этого активно используются графические модели (схемы) и таблицы. Приобретенный опыт не только помогает учащимся спокойно и уверенно выполнять самый трудный шаг решения текстовых задач, но таким образом осуществляется их опережающая подготовка к изучению в последующем новых типов задач.

На этапе работы с математическими моделями учащиеся, прежде всего, вспоминают все изученные в начальной школе способы решения текстовых задач: простые и составные задачи на взаимосвязь величин $a + b = c$ и $ab = c$ (путь – скорость – время; работа – производительность – время работы; стоимость – цена – количество товара и др.), разностное и кратное сравнение, четыре типа задач на одновременное равномерное движение двух объектов, простые задачи на дроби (а также на проценты, где процент понимается как сотая доля величины). А затем знакомятся с двумя новыми общенаучными методами работы с математическими моделями — *методом проб и ошибок* и *методом перебора*. Использование их показывает существенно бóльшую простоту и удобство действий по готовым алгоритмам, что мотивирует учащихся к построению новых способов решения текстовых задач.

Далее в рамках программы 5–6 классов учащиеся знакомятся с решением задач на совместную работу, части и проценты, на движение по реке, на пропорции, на масштаб и на среднее арифметическое.

В конце 6 класса, учащиеся систематизируют все известные им методы решения текстовых задач, уточняют и расширяют свои представления о методе математического моделирования (на примере текстовых задач, математической моделью которых являются изученные типы уравнений).

Методика работы с задачами строится так же, как и в начальной школе: после системной отработки небольшого числа базовых типов задач учащимся предлагается широкий спектр разнообразных задач, каждая из которых содержит некоторую новизну, что развивает у них умение действовать в нестандартной ситуации.

Основу непрерывного курса математики «Учусь учиться» программы «Школа 2000» в 5–6 классах составляют традиционные для школьного курса математики содержательно-методических линии. Однако иные принципы построения программы, новые дидактические и технологические подходы позволяют включить в содержание программы новые темы и разделы, придать процессу обучения несравненно большую глубину и привести его в соответствие с новыми целями и задачами образования, установленными ФГОС.

Система заданий курса допускает возможность организации кружковой работы по математике, индивидуальной и коллективной творческой, проектной работы во второй половине дня, в том числе с использованием ИКТ и электронных образовательных ресурсов.

Чтобы сделать процесс обучения интересным для учащихся и обеспечить индивидуальную траекторию развития каждого из них на максимально возможном для него уровне, в данном курсе используется следующий прием. После введения понятия, требующего для отработки и усвоения длительное время, учащиеся знакомятся с такими математическими фактами, которые не входят на данном возрастном этапе в обязательные результаты обучения, а служат развитию детей, расширению их кругозора, подготавливают дальнейшее изучение математических понятий. Таким образом, тренировочные упражнения выполняются параллельно с исследованием новых математических идей, поэтому они не утомляют детей, тем более что им придается, как правило, игровая форма (кодирование, расшифровка и т. д.). Таким образом, каждый учащийся с невысоким уровнем подготовки имеет возможность отработать необходимый навык в соответствии с собственным темпом развития, а более подготовленные дети постоянно получают «пищу для ума», что делает уроки математики интересными для всех учащихся в соответствии с их уровнем подготовки, психологическими особенностями и возможностями.

Система обучающего контроля

Варианты самостоятельных и контрольных работ учащихся по всему курсу математики «Учусь учиться» для 5 класса предложены в методических пособиях:

1. *Кубышева М. А.* Сборник самостоятельных и контрольных работ к учебникам математики 5–6 класса.

2. *Смирнова Е. С.* Геометрическая линия в учебниках математики 5–6 классов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсон.

На уроках открытия нового знания, при проведении обучающих самостоятельных работ и выполнении заданий творческого уровня оценивается только успех, ошибки выявляются и корректируются на основе определения их причин (то есть правил, алгоритмов, определений, которые усвоены недостаточно). На уроках рефлексии используется самоконтроль, отметки в журнал выставляются по желанию. Отметки за контрольную работу выставляются всем учащимся, при этом уровень трудности подбирается так, чтобы отметки 4 и 5 по силам было получить примерно 75% учащихся класса.

В курсе не ставится цель, чтобы каждым учеником были выполнены все задания из учебника. Обязательным минимумом результатов обучения по программе является уровень, определенный в образовательных стандартах, а уровень, которого желательно достичь основной части учащихся общеобразовательной школы, определяется заданиями раздела «Задачи для самопроверки».

Домашнее задание

Домашние задания состоят из двух частей:

• ***обязательная часть*** включает в себя 2–3 посильных для каждого учащегося задания примерно на 25 мин самостоятельной работы с обязательным творческим компонентом (например, придумать и решить задачу, пример на новый способ действий, изучавшийся в классе; зашифровать с помощью вычислительных примеров имя известного математика и т. д.);

• ***необязательная часть*** – по 1–2 дополнительных заданий (обычно из раздела *С* – на смекалку).

Широко используются **задания по выбору,** например: решить два задания по своему выбору из заданий № 12–18 учебника.

Самопроверка (или взаимопроверка) учащимися обязательной части домашних заданий, коррекция ошибок и выставление в тетради отметок могут осуществляться в начале урока самими учащимися по готовому образцу, представленному учителем, с помощью презентаций, кодоскопа, переносных досок и т. д. Тогда при проверке тетрадей учитель оценивает лишь правильность самопроверки (взаимопроверки).

Работу с дополнительной частью домашнего задания рекомендуется проверять индивидуально. Правильное решение задач на смекалку учащиеся по заданию учителя красиво оформляют на листках, после чего они вывешиваются в классе с указанием фамилий тех, кто верно решил предложенные задачи.

Общие рекомендации для учителя

Учителю средней школы, который начинает работать по учебникам 5 класса, важно знать программу начальной школы по данному курсу. Поэтому необходимо познакомиться с учебниками для 1–4 классов и системой эталонов (способов действий), которые учащиеся изучили в начальной школе.

Кроме того, с учителем начальной школы необходимо обговорить, на каком уровне реализовывалась ТДМ (базовый, технологический, системно-технологический), каким образом шла в классе работа над выражениями, формулами, задачами и уравнениями, на каком уровне изучались темы, которые имеют пропедевтический характер и не входят в систему административного контроля.

Рекомендуем обратить внимание на учебное пособие для учащихся «Построй свою математику», представляющее собой блок-тетрадь эталонов к курсам математики «Учусь учиться» для 5 класса и для 6 класса. Использование этих пособий систематизирует знания учащихся и вовлекает в творческую деятельность, позволяющую глубже осмыслить изучаемые понятия. Система эталонов «Построй свою математику» позволяет организовать системное формирование у учащихся навыка

поиска в известном источнике необходимой информации, нужной для решения задач, а также ***обоснования правильности своих действий***. Использование данного учебного пособия на уроках рефлексии способствует формированию умения осуществлять контроль своей деятельности, оценивать правильность выполнения учебной задачи, овладению основами самоконтроля, самооценки в учебной и познавательной деятельности. Данные метапредметные результаты соответствуют современным целям образования.

В настоящее время разработаны варианты сценариев уроков для 5–6 классов по курсу математики «Учусь учиться», реализуюших ТДМ и обеспеченных дидактическими, раздаточными и презентационными материалами (в программе Power Point).

При работе с геометрическими понятиями в 5–6 классах учителю может оказать помощь методическое пособие Е. С. Смирновой «Геометрическая линия в учебниках математики для 5–6 классов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсон».

Планирование по курсу математики «Учусь учиться»

В соответствии с принципом минимакса дидактической системы деятельностного метода «Школа 2000...» организовать работу по учебнику 5 класса возможно в условиях различных учебных планов образовательных учреждений: для 5 ч и для 6 ч в неделю. При 6 ч в неделю дополнительные часы используются на выполнение дополнительных заданий и уроки рефлексии, позволяющие учащимся глубже и сознательнее усвоить изучаемый материал.

Тематическое и поурочное планирование по курсу математики «Учусь учиться» авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсон
5 класс
5 ч в неделю

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ		
№ уроков	**Тема**	**Число часов**
	I четверть **Глава 1. Математический язык**	**42** **30**
1–2	Запись, чтение и составление выражений.	2
3–5	Значение выражений.	3
6–10	Перевод условия задачи на математический язык.	5
11–12	Работа с математическими моделями.	2
13–14	Метод проб и ошибок.	2
15	Метод перебора.	1
16–17	Метод «весов».	2
18	Задачи для самопроверки.	1
19	***Контрольная работа № 1.***	**1**
20	Высказывания.	1
21	Общие утверждения.	1
22–23	Хотя бы один.	2
24	О доказательстве общих утверждений.	1
25–27	Введение обозначений.	3
28	Задачи для самопроверки.	1
29	***Контрольная работа № 2.***	**1**
30	Резерв.	1

	Глава 2. Делимость натуральных чисел	**41**
31–32	Делители и кратные.	2
33–35	Простые и составные числа.	3
36–38	Делимость произведения.	3
39–41	Делимость суммы и разности.	3
42	Резерв.	1
	II четверть	**36**
43–45	Признаки делимости на 10, на 2, на 5.	3
46–48	Признаки делимости на 3 и на 9.	3
49	Задачи для самопроверки.	1
50	***Контрольная работа № 3.***	**1**
51–52	Разложение чисел на простые множители.	2
53–55	Наибольший общий делитель.	3
56–58	Наименьшее общее кратное.	3
59–61	Степень числа.	3
62–63	Дополнительные свойства умножения и деления.	2
64	Задачи для самопроверки.	1
65	***Контрольная работа № 4.***	**1**
66	Равносильность предложений.	1
67–71	Определение.	5
	Глава 3. Дроби	**59**
72–75	Натуральные числа и дроби.	4
76–78	Резерв.	3
	III четверть	**52**
79–83	Основное свойство дроби.	5
84–86	Сравнение дробей.	3
87	Задачи для самопроверки.	1
88	***Контрольная работа № 5.***	**1**
89–92	Сложение и вычитание дробей.	4
93–96	Сложение и вычитание смешанных чисел.	4
97–101	Умножение дробей. Умножение смешанных чисел.	5
102	Задачи для самопроверки.	1
103	***Контрольная работа № 6.***	**1**
104–109	Деление дробей.	6
110–112	Примеры вычислений с дробями.	3
113–117	Задачи на дроби.	5
118–121	Составные задачи на дроби.	4
122	Задачи для самопроверки.	1
123	***Контрольная работа № 7.***	**1**
124–127	Задачи на совместную работу.	4
128–130	Резерв.	3
	IV четверть **Глава 4. Десятичные дроби**	**40** **33**
131–132	Новая запись числа.	2
133–134	Десятичные и обыкновенные дроби.	2
135–137	Приближенные равенства. Округление чисел.	3
138–140	Сравнение десятичных дробей.	3
141	Задачи для самопроверки.	1
142	***Контрольная работа № 8.***	**1**

143–147	Сложение и вычитание десятичных дробей.	5
148–150	Умножение и деление десятичных дробей на 10, 100, 1000	3
151–155	и т. д.	5
156–160	Умножение десятичных дробей.	5
161	Деление десятичных дробей.	
162	Умножение и деление десятичных дробей на 0,1; 0,01;	1
	0,001 и т.д.	1
163	Задачи для самопроверки.	1
164–167	***Контрольная работа № 9.***	4
168	Задачи на повторение.	1
169–170	***Итоговая контрольная работа.***	2
	Итоговые уроки.	

ПРИМЕРНОЕ ПОУРОЧНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ
Технологический уровень реализации ТДМ

№ уроков	Тема	Тип урока[2]	Число часов
	I четверть		**42**
	Глава 1. Математический язык		**31**
1	Запись, чтение и составление выражений.	ОНЗ	1
2	Запись, чтение и составление выражений.	ОНЗ	1
3	Значение выражений.	Р	1
4	Значение выражений.	Р	1
5	Значение выражений.	Р	1
6	Перевод условия задачи на математический язык.	ОНЗ	1
7	Перевод условия задачи на математический язык.	ОНЗ	1
8	Перевод условия задачи на математический язык.	ОНЗ	1
9	Перевод условия задачи на математический язык.	ОНЗ	1
10	Перевод условия задачи на математический язык.	ОНЗ	1
11	Работа с математическими моделями.	ОНЗ	1
12	Работа с математическими моделями.	ОНЗ	1
13	Метод проб и ошибок.	ОНЗ	1
14	Метод проб и ошибок.	Р	1
15	Метод перебора.	ОНЗ	1
16	Метод «весов».	ОНЗ	1
17	Метод «весов».	ОНЗ	1
18	Задачи для самопроверки.	Р	1
19–20	***Контрольная работа № 1.***	**ОК**	**2**
21	Высказывания.	ОНЗ	1
22	Общие утверждения.	ОНЗ	1
23	Хотя бы один.	ОНЗ	1
24	Хотя бы один.	ОНЗ	1
25	О доказательстве общих утверждений.	ОНЗ	1
26	Введение обозначений.	ОНЗ	1
27	Введение обозначений.	ОНЗ	1
28	Введение обозначений.	ОНЗ	1
29	Задачи для самопроверки.	Р	1
30–31	***Контрольная работа № 2.***	**ОК**	**2**

[2] ОНЗ – урок «открытия» нового знания, Р – урок рефлексии, ОК – уроки обучающего контроля знаний, К – урок итогового контроля знаний.

	Глава 2. Делимость натуральных чисел		**42**
32	Делители и кратные.	ОНЗ	1
33	Делители и кратные.	ОНЗ	1
34	Простые и составные числа.	ОНЗ	1
35	Простые и составные числа.	ОНЗ	1
36	Простые и составные числа.	Р	1
37	Делимость произведения.	ОНЗ	1
38	Делимость произведения.	ОНЗ	1
39	Делимость произведения.	Р	1
40	Делимость суммы и разности.	ОНЗ	1
41	Делимость суммы и разности.	ОНЗ	1
42	Делимость суммы и разности.	Р	1
	II четверть		**36**
43	Признаки делимости на 10, на 2, на 5.	ОНЗ	1
44	Признаки делимости на 10, на 2, на 5.	ОНЗ	1
45	Признаки делимости на 10, на 2, на 5.	Р	1
46	Признаки делимости на 3 и на 9.	ОНЗ	1
47	Признаки делимости на 3 и на 9.	Р	1
48	Признаки делимости.	Р	1
49	Задачи для самопроверки.	Р	1
50–51	***Контрольная работа № 3.***	**ОК**	**2**
52	Разложение чисел на простые множители.	ОНЗ	1
53	Разложение чисел на простые множители.	ОНЗ	1
54	Наибольший общий делитель.	ОНЗ	1
55	Наибольший общий делитель.	Р	1
56	Наибольший общий делитель.	Р	1
57	Наименьшее общее кратное.	ОНЗ	1
58	Наименьшее общее кратное.	Р	1
59	Наименьшее общее кратное.	Р	1
60	Степень числа.	ОНЗ	1
61	Степень числа.	ОНЗ	1
62	Степень числа.	ОНЗ	1
63	Дополнительные свойства умножения и деления.	ОНЗ	1
64	Дополнительные свойства умножения и деления.	ОНЗ	1
65	Задачи для самопроверки.	Р	1
66–67	***Контрольная работа № 4.***	**ОК**	**2**
68	Равносильность предложений.	ОНЗ	1
69	Определение.	ОНЗ	1
70	Определение.	Р	1
71	Определение.	Р	1
72	Определение.	Р	1
73	Определение.	Р	1
	Глава 3. Дроби		**57**
74	Натуральные числа и дроби.	Р	1
75	Свойства действий с натуральными числами.	Р	1
76	Дроби.	Р	1
77	Смешанные числа.	Р	1
78	Сложение и вычитание дробных чисел.	Р	1

	III четверть		**52**
79	Основное свойство дроби.	ОНЗ	1
80	Сокращение дробей.	ОНЗ	1
81	Сокращение дробей.	Р	1
82	Приведение дробей к наименьшему общему знаменателю.	ОНЗ	1
83	Основное свойство дроби. Преобразование дробей.	Р	1
84	Сравнение дробей.	ОНЗ	1
85	Сравнение дробей.	ОНЗ	1
86	Сравнение дробей.	Р	1
87	Задачи для самопроверки.	Р	1
88–89	***Контрольная работа № 5.***	**ОК**	**2**
90	Сложение и вычитание дробей.	ОНЗ	1
91	Сложение и вычитание дробей.	ОНЗ	1
92	Сложение и вычитание дробей.	ОНЗ	1
93	Сложение и вычитание дробей.	Р	1
94	Сложение и вычитание смешанных чисел.	ОНЗ	1
95	Сложение и вычитание смешанных чисел.	ОНЗ	1
96	Сложение и вычитание смешанных чисел.	ОНЗ	1
97	Сложение и вычитание смешанных чисел.	Р	1
98	Умножение дробей.	ОНЗ	1
99	Умножение дробей на натуральные числа.	ОНЗ	1
100	Умножение смешанных чисел.	ОНЗ	1
101	Умножение смешанных чисел на натуральное число.	ОНЗ	1
102	Умножение смешанных чисел.	Р	1
103	Задачи для самопроверки.	Р	1
104–105	***Контрольная работа № 6.***	**ОК**	**2**
106	Деление дробей.	ОНЗ	1
107	Деление дроби на натуральное число.	ОНЗ	1
108	Деление смешанных чисел.	ОНЗ	1
109	Деление смешанных чисел на натуральное число.	ОНЗ	1
110	Деление дробей и смешанных чисел.	Р	1
111	Совместные действия со смешанными числами.	Р	1
112	Примеры вычислений с дробями.	ОНЗ	1
113	Примеры вычислений с дробями.	ОНЗ	1
114	Примеры вычислений с дробями.	Р	1
115	Задачи на нахождение части от числа, выраженной дробью.	ОНЗ	1
116	Задачи на нахождение числа по его части, выраженной дробью.	ОНЗ	1
117	Задачи на нахождение части, которую одно число составляет от другого.	ОНЗ	1
118	Задачи на дроби.	ОНЗ	1
119	Задачи на дроби.	Р	1
120	Составные задачи на дроби.	ОНЗ	1
121	Составные задачи на дроби.	ОНЗ	1
122	Составные задачи на дроби.	ОНЗ	1
123	Составные задачи на дроби.	Р	1
124	Задачи для самопроверки.	Р	1

125–126	***Контрольная работа № 7.***	**ОК**	**2**
127	Задачи на совместную работу.	ОНЗ	1
128	Задачи на совместную работу.	ОНЗ	1
129	Задачи на совместную работу.	ОНЗ	2
130	Задачи на совместную работу.	Р	1
	IV четверть **Глава 4. Десятичные дроби**		**40** **34**
131	Новая запись числа.	ОНЗ	1
132	Новая запись числа.	ОНЗ	1
133	Десятичные и обыкновенные дроби.	ОНЗ	1
134	Десятичные и обыкновенные дроби.	Р	1
135	Приближенные равенства. Округление чисел.	ОНЗ	1
136	Приближенные равенства. Округление чисел.	ОНЗ	1
137	Приближенные равенства. Округление чисел.	Р	1
138	Сравнение десятичных дробей.	ОНЗ	1
139	Сравнение десятичных дробей.	Р	1
140	Сравнение десятичных дробей.	Р	1
141	Задачи для самопроверки.	Р	1
142–143	***Контрольная работа № 8.***	**ОК**	**2**
144	Сложение и вычитание десятичных дробей.	ОНЗ	1
145	Сложение и вычитание десятичных дробей.	Р	1
146	Сложение и вычитание десятичных дробей.	ОНЗ	1
147	Сложение и вычитание десятичных дробей.	Р	1
148	Сложение и вычитание десятичных дробей.	Р	1
149	Умножение и деление десятичных дробей на 10, 100, 1000 и т. д.	ОНЗ	1
150	Умножение и деление десятичных дробей на 0,1; 0,01; 0,001 и т. д.	ОНЗ	1
151	Умножение и деление десятичных дробей на 10, 100, 1000, 0,1; 0,01 и т. д.	Р	1
152	Умножение десятичных дробей.	ОНЗ	1
153	Умножение десятичных дробей.	Р	1
154	Умножение десятичных дробей.	Р	1
155	Умножение десятичных дробей.	Р	1
156	Умножение десятичных дробей.	Р	1
157	Деление десятичных дробей на натуральное число.	ОНЗ	1
158	Деление десятичных дробей.	ОНЗ	1
159	Деление десятичных дробей.	Р	1
160	Деление десятичных дробей.	Р	1
161	Деление десятичных дробей.	Р	1
162	Задачи для самопроверки.	Р	1
163–164	***Контрольная работа № 9.***	**ОК**	**2**
165	Задачи на повторение.	Р	1
166	Задачи на повторение.	Р	1
167	Задачи на повторение.	Р	1
168	Задачи на повторение.	Р	1
169	***Итоговая контрольная работа.***	**К**	1
170	Итоговый урок.		1

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К ОРГАНИЗАЦИИ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

Глава 1. Математический язык (31/30 ч)[3]

Изучение математики в 5 классе начинается со знакомства детей с математическими моделями, приемами их построения и исследования, тем самым формируется представление о математике как языке, описывающем закономерные связи и отношения реального мира. Первый этап математического моделирования – построение математической модели – по существу является «переводческой» работой. При этом навык «перевода» текстов русского языка на математический и наоборот является фундаментальным для успешного изучения курса математики в дальнейшем.

Внутримодельное исследование предполагает различные способы работы с математическими моделями. Сначала дети вспоминают уже известные им способы, затем они знакомятся с общенаучными методами исследования реального мира – *методом проб и ошибок* и *методом перебора.* Изучение этих методов не только помогает детям осмыслить пути развития научного знания, но учит их действовать в нестандартных ситуациях, мотивирует их на дальнейшую работу на уроках математики.

Уточняется понятие *высказывания.* Дети знакомятся с понятиями *тема* и *рема,* различными видами высказываний, учатся обосновывать и опровергать их. Так, они узнают, что для доказательства высказывания о существовании достаточно привести пример, а для опровержения высказывания общего вида – привести контрпример. Принципиально новым для них методом доказательства общих утверждений (который затем эффективно используется в курсе) является *введение обозначений.*

Знакомство с новыми вопросами осуществляется на материале, изученном детьми в начальной школе. Повторяются натуральные числа и величины, их свойства, оценка и прикидка, дроби и смешанные числа, решение уравнений и текстовых задач, координаты на луче и на плоскости, множество и операции над ними. Можно сказать, что проходится еще один круг. Однако проходится он концентрированно и параллельно с рассмотрением новых идей, вызывающих у детей большой интерес и направленных на расширение их кругозора.

Таким образом учитель получает возможность лучше узнать детей, вовремя устранить, если потребуется, пробелы в их знаниях, создать в классе спокойную и доброжелательную атмосферу, которая обеспечит плавный и безболезненный переход на новую ступень обучения. При этом дети не «топчутся» на месте, они обогащаются новыми знаниями. В то же время идет их опережающая подготовка к изучению следующих тем.

Содержание данной главы относится к трем содержательно-методическим линиям курса: § 1 «Математические выражения» – к алгебраической линии, § 2 «Математические модели» – к линии моделирования, § 3 «Язык и логика» – к логической. Параллельно с ними развиваются все остальные линии курса – числовая, геометрическая, функциональная, анализ данных. Отметим, что такой подход является общим для данного курса: на каждом этапе его изучения параллельно с ведущей линией, линией, по которой идет расширение математических представлений детей, закрепляются и отрабатываются знания и умения по всем остальным разделам курса.

---

[3] В скобках до черты указано количество часов для учителей, работающих по технологии деятельностного метода (ТДМ). После черты указано количество часов для учителей, работающих на содержательном уровне.

Характеристика деятельности учащихся

При изучении содержания первой главы учащиеся:

- **повторяют и систематизируют** ранее изученные знания;
- **используют** математическую терминологию в устной и письменной речи;
- **составляют** числовые и буквенные выражения;
- **используют** схемы и таблицы при построении математических моделей;
- **составляют и выполняют** алгоритмы чтения, записи и составления выражений;
- **находят** значения числовых и буквенных выражений;
- **переводят** условия задачи на математический язык (составляют математическую модель задачи);
- **составляют и выполняют** алгоритмы построения математических моделей;
- **составляют и выполняют** алгоритмы работы с математическими моделями;
- **сравнивают и сопоставляют** тексты задач с математическими моделями;
- **используют** общенаучные методы (метод проб и ошибок и метод полного перебора) при работе с математическими моделями и при решении уравнений;
- **выделяют** высказывания из множества предложений;
- **распознают** вид высказывания;
- **определяют** тему и рему в утверждении;
- **опровергают** истинность общих утверждений;
- **доказывают** истинность общих утверждений на конечном и бесконечном множестве;
- **решают** текстовые задачи;
- **решают** простейшие уравнения;
- **выполняют** действия с натуральными числами;
- **используют** взаимосвязь между единицами длины, площади;
- **исследуют** геометрические фигуры;
- **выполняют** действия с обыкновенными дробями с одинаковыми знаменателями, смешанными числами.

§ 1. Математические выражения (5 ч)

П. 1.1.1. Запись, чтение и составление выражений (2 ч)

Основные содержательные цели

1) Сформировать представление о математических выражениях как о «словах» математического языка, уточнить понятия числового и буквенного выражений.

2) Сформировать умение «переводить» тексты с русского языка на математический, и наоборот.

3) Повторить и закрепить: приемы устных вычислений; чтение, запись и сравнение натуральных чисел, название разрядов и классов, поразрядное значение цифры; смысл сложения и вычитания, взаимосвязь между ними; сложение и вычитание многозначных чисел; решение задач в одно–три действия (типа $a = b + c$ и $a = bc$), разностное и кратное сравнение; соотношение между единицами длины, площади; понятие периметра многоугольника.

Особенности изучения учебного содержания

Учащиеся учатся выделять из математических записей математические выражения, определять вид математического выражения. Учатся записывать математические выражения, опуская знак умножения. Уже на первых уроках учащиеся учатся, используя построенный алгоритм, записывать математические выражения, т. е. переводить с русского языка на математический. Также учащиеся учатся грамотно читать математические выражения, т. е. делать обратный перевод. Эти уроки готовят учащихся к теме «Математические модели».

В первом пункте учащиеся повторяют понятия «числовое выражение», «буквенное выражение». С этого момента учащиеся будут работать с математическими выражениями как со «словами» математического языка. Уточняются алгоритмы чтения и составления математических выражений. Также учащиеся знакомятся со случаями, когда в выражениях можно опускать знак умножения.

Данная тема относится к алгебраической содержательно-методической линии курса. Задания учебника № 2–6, 9–16 готовят учащихся к теме «Перевод условия задачи на математический язык».

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5–6 классов основной школы авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсон по программе «Учусь учиться» по первому пункту предлагаются сценарии 1 и 2. Для открытия рекомендуется выбрать одно из новых знаний, которые изучаются в данном пункте.

Ниже предлагается основа двух уроков открытия нового знания в технологии деятельностного метода.

Урок 1 Запись, чтение и составление выражений.

Новое знание

Определение понятия «математическое выражение», правило чтения выражений.

Актуализация

Повторить: виды математических выражений, приемы устных вычислений.

Задание на пробное действие.

Найдите и подчеркните среди записей математические выражения, справа запишите вариант их прочтения.

1	$245 < 2043$	
2	$1 + 2 + ... + 999 + 1000$	
3	$x : 6 = 32$	
4	$4(a : b)(n - k)$	

Фиксация затруднения.

– Я не могу определить, какие записи являются математическими выражениями, не могу записать вариант их прочтения.

– Я определил, какие записи являются математическими выражениями, и записал вариант их прочтения, но не могу обосновать, что выполнил задание верно.

Фиксация причины затруднения.

– Я не знаю определения понятия «математическое выражение», правил чтения выражений.

Цель деятельности.

Узнать определение понятия «математическое выражение», правило чтения выражений, научиться определять, какие математические записи являются выражениями, и читать их.

Эталон[4]

Математические выражения – это «слова» математического языка, составленные из цифр, букв, знаков арифметических действий и скобок и обозначающие последовательность действий над числами.

Алгоритм чтения математических выражений

1. Расставить порядок действий.
2. Читать, начиная с последнего действия.

Понятия «числовое выражение», «буквенное выражение» и случаи, когда можно опустить в математических выражениях знак умножения могут вводиться учителем традиционно.

На этом уроке новым знанием (которое будут открывать учащиеся) может быть правило, позволяющее «экономить» на знаке умножения в математических выражениях. В этом случае на этапе ***актуализации*** необходимо рассмотреть понятия «математическое выражение», «числовое выражение», «буквенное выражение».

Задание на пробное действие.

1) $(38 + 422) \cdot 26$; 2) $25 \cdot 6$; 3) $a \cdot b$; 4) $(a - b) \cdot c$; 5) $a \cdot 3$

В каких математических выражениях можно опустить знак умножения? Свой ответ обосновать.

Фиксация затруднения.

– Я не могу определить, в каких математических выражениях можно опустить знак умножения.

– Я не могу обосновать свой ответ.

Фиксация причины затруднения.

– Я не знаю, в каких выражениях можно опускать знак умножения.

Цель деятельности.

Узнать, в каких математических выражениях можно опускать знак умножения.

Эталон

Запись знака умножения можно опускать:
1) между буквенными множителями;
2) между числовым и буквенным множителем;
3) между множителем и скобкой.

Урок 2 Запись, чтение и составление выражений.

Новое знание

Способ составления выражений на математическом языке по тексту задачи.

Актуализация

Повторить: знания о математических выражениях, решении задач на увеличение «на» и «в», формулы периметра и площади прямоугольника.

Задание на пробное действие.

Составьте выражение на математическом языке по тексту задачи.

«Периметр прямоугольника *d* см, а ширина – 7 см. Чему равна его площадь?»

---

[4] В качестве примера эталонов здесь и далее представлены варианты, составленные школьниками в ходе экспериментальной работы. Другие варианты эталонов приведены в учебном пособии Л. Г. Петерсон, Л. А. Грушевской «Построй свою математику».

Фиксация затруднения.

– Я не могу составить выражение по тексту задачи.

– Я не могу обосновать, что составил выражение по тексту задачи правильно.

Фиксация причины затруднения.

– Я не знаю алгоритма составления выражений по тексту задачи.

Цель деятельности.

Узнать алгоритм составления выражений по тексту задачи.

Эталон

1) Прочитать внимательно текст задачи.
2) Определить, о каких величинах в ней идет речь, и установить взаимосвязь между ними (можно использовать формулы, схемы, таблицы).
3) Прочитать внимательно вопрос задачи и определить, значение какой величины нужно найти.
4) Выразить из имеющихся соотношений искомую величину с помощью известных величин.
5) Записать ответ на математическом языке.

Методические рекомендации к выполнению заданий, решения и ответы

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для уроков

Урок №	Урок 1	Урок 2
К	№ 1–11	№ 12–16
П	№ 18–21	№ 17, 22–26
Д	п. 1.1.1, № 27–29	№ 30–32

<u>№ 1.</u>

При выполнении первого задания учащиеся учатся определять, в каких выражениях можно опускать знак умножения.

Оформить выполнение задания можно следующим образом:

1) Опустить знак нельзя, т. к. множители числовые.

2) Знак умножения опустить можно, т. к. он стоит между скобкой и числовым множителем. Числовой множитель надо записать впереди: $9(3 + 5)$.

3) Знак умножения опустить можно, т. к. он стоит между числовым и буквенным множителем: $12x$.

Остальные задания выполняются аналогично:

4) $7ac$;

5) $4b(10 - y)$;

6) $2m(n + 8)$.

Выполнение № 2–4, 6 позволит сформировать у учащихся первичное умение составлять математические выражения, т.е. делать перевод с русского языка на математический.

<u>№ 2.</u>

$80 + 2$; $80 - 2$; $80 \cdot 2$; $80 : 2$.

№ 3.
1) $(57 + 19) \cdot 57 = 57(57 + 19)$;
2) $(57 - 19) \cdot 19 = 19(57 - 19)$;
3) $57 - 57 : 19$;
4) $19 + 57 \cdot 19$.

№ 4.
1) $143 : (67 - 54)$;
2) $13 \cdot (27 + 91) = 13(27 + 91)$;
3) $135 - 105 : 7$;
4) $(43 + 3) : (140 - 117)$.

Работа с № 5 обеспечит тренинг применения алгоритма чтения математических выражений, также учащиеся повторят правило расстановки действий в выражениях.

№ 5.
1) Разность чисел 6 и a;
2) Сумма чисел m и n;
3) Частное чисел d и 2;
4) Произведение чисел 3, b и c;
5) Произведение числа a и суммы чисел b и c;
6) Частное разности чисел x и y и числа 5;
7) Разность числа x и произведения чисел 3 и y;
8) Произведение разности чисел a и b и их суммы.

№ 6.
1) $100 - 99$;
2) $9999 : 1$;
3) $1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9$;
4) $10 + 20 + 30 + 40 + 50 + 60 + 70 + 80 + 90$.

№ 7 направлен не только на тренинг составления выражений, но позволяет повторить понятие «периметр многоугольника» и формулы нахождения периметра для треугольника, прямоугольника, квадрата.

№ 7.
1) $P = a + b + c$;
2) $P = (a + b) \cdot 2$; $P = a + b + a + b$; $P = 2a + 2b$;
3) $P = 4a$; $P = a + a + a + a$.

Очень важны упражнения № 9—11: они готовят учащихся к построению математических моделей.

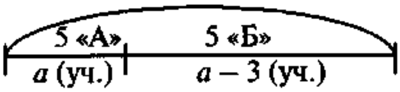
№ 9.
1) $(a - b) + 3$;
2) $ab - 7$;
3) $a : b \cdot 5$;
4) $(a + b) : 4$.

№ 10.
а) $v - 2$ (км/ч);
б) $v + 1$ (км/ч);
в) $v : 2$ (км/ч);
г) $v \cdot 2 = 2v$ (км/ч).

№ 11.

При выполнении задания к каждой задаче рекомендуется строить схемы.

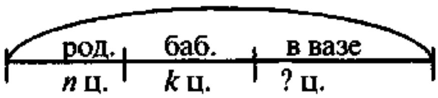
1) ? уч.



Ответ: $a + (a - 3)$ (уч.);

2) Ответ: $3b - b$ (уч.);

3) m ц.

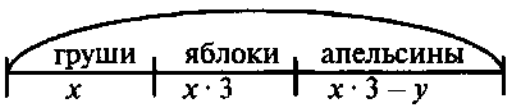


Ответ: $m - n - k$ (ц.) или $m - (n + k)$ (ц.);

4) Ответ: $5c + 5d$ (шт.) или $(c + d) \cdot 5 = 5(c + d)$ (шт.)

5) Ответ: $(a + b + c + d) : 4$ (кон.);

6) ? фр.



Ответ: $x + x \cdot 3 + (x \cdot 3 - y)$ (фр.) или $x + 3x + (3x - y)$ (фр.).

Следующее упражнение похоже на «Блицтурнир», с которым учащиеся хорошо знакомы с начальной школы. Этот номер и следующие (№ 12, 14–16) готовят учащихся к теме «Математические модели».

№ 12.

1) Стоимость яблока и груши вместе.
2) На сколько груша дороже яблока. На сколько яблоко дешевле груши.
3) Стоимость трех яблок.
4) Стоимость восьми груш.
5) Стоимость трех яблок и восьми груш.
6) На сколько 8 груш дороже 3 яблок.
7) Во сколько раз груша дороже яблока.

8) Количество груш, которые можно купить на 120 рублей.

Выполняя № 13, учащиеся будут иметь возможность повторить взаимосвязь между единицами длины.

№ 13.

1) $a \cdot 100$ (см) или $100a$ см;
2) $b \cdot 1000$ (м) или $1000b$ м;
3) $c \cdot 100$ (мм) или $100c$ мм;
4) $d \cdot 10\,000$ (дм) или $10\,000d$ дм.

№ 14.

Перед решением задачи целесообразно вспомнить формулу движения: $s = vt$.

	v, км/ч	t, ч	s, км
Шоссе	90	2	?
Дорога	v	5	

Ответ: 1) $2 \cdot 90 + 5 \cdot v$ (км) или $180 + 5v$ (км).

2) $5 \cdot v - 2 \cdot 90$ (км) или $5v - 180$ (км).

№ 15.

Возможные варианты задач:

1) Велосипедист ехал 3 часа по шоссе со скоростью x км/ч и 5 часов по грунтовой дороге со скорость y км/ч. Какой путь проделал велосипедист?

2) Хозяйка купила 3 кг моркови по цене x рублей за килограмм и 5 кг картошки по цене y рублей за килограмм. Какова стоимость всей покупки?

3) Мастер работал 3 часа, делая x деталей в час, а его ученик – 5 часов, делая y деталей в час. Сколько деталей изготовили мастер и ученик вместе?

4) Участки, засаженные морковью и капустой, имеют форму прямоугольника. Длина первого участка 3 м, а его ширина x м, длина второго участка 5 м, а его ширина y м. Какую площадь занимают посадки моркови и капусты?

№ 16.

1) Повторить формулу нахождения площади прямоугольника: $S = ab$.

Ответ: $a : 20$ (м).

2) Повторить формулу движения: $s = vt$.

Ответ: $b : 8$ (м/мин).

3) Ответ: $c - d \cdot 2$ (км) или $c - 2d$ (км).

4) Повторить формулу стоимости: $C = an$.

Ответ: $n - 4t$ (руб.) или $n - t \cdot 4$ (руб.).

5) Ответ: $y : 4 - x : 4$ (руб.).

6) Ответ: ширина второго прямоугольника меньше ширины первого прямоугольника на $b : 5 - b : 7$ (дм).

7) Повторить формулу работы: $A = vt$.

Ответ: $(a : 3) : (c : 3)$ (раз) или $a : c$ раз; лишнее условие – 3 ч.

8) Ответ: первый прочитает книгу быстрее в $(360 : y) : (360 : x)$ (раз).

П. 1.1.2. Значение выражения (3 ч)

Основные содержательные цели

1) Уточнить понятие «значение выражения», повторить нахождение значения буквенного выражения при данных значениях букв.

2) Повторить правило порядка действий в выражениях, взаимосвязь между компонентами и результатами действий сложения и вычитания, решение уравнений вида $x + a = b$, $x - a = b$, $a - x = b$.

Особенности изучения учебного содержания

Во втором пункте учащиеся повторяют алгоритм составления программы действий с числовыми выражениями и учатся находить значение буквенного выражения при данных значениях букв.

Так как все знания и способы действия, рассматриваемые в данном пункте, уточняются и повторяются, то целесообразно уроки по данной теме проводить как уроки рефлексии. (На уроках *рефлексии* учащиеся закрепляют свои умения применять новые способы действий, учатся самостоятельно выявлять и исправлять собственные ошибки, т. е. корректировать учебную деятельность)[5].

---

[5] Л. Г. Петерсон, М. А. Кубышева. «Типология уроков деятельностной направленности в образовательной системе «Школа 2000...».

Тема относится к двум содержательно-методическим линиям курса: числовой и алгебраической. Задания № 38–40 готовят учащихся к теме «Математические модели».

Новым для учащихся является только оформление заданий на нахождение значения буквенного выражения при заданных значениях букв.

Приведем пример выполнения такого задания.

<u>№ 39.</u>
1) $a + 25$, если $a = 0, 18, 49$.
У учащихся в тетрадях может быть следующая запись:
$a + 25$
Если $a = 0$, то $0 + 25 = 25$;
если $a = 18$, то $18 + 25 = 43$;
если $a = 49$, то $49 + 25 = 74$.

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5–6 классов основной школы авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсон по программе «Учусь учиться» по второму пункту предлагаются сценарии 3–5.

Методические рекомендации к выполнению заданий, решения и ответы

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок	Урок 3	Урок 4	Урок 5. Задачи для самопроверки
К	№ 34–39	№ 40–44	№ 63–71
П	№ 45–49	№ 50–59	
Д	п. 2, № 56, 57, 58 (а)	№ 58 (б, в), 59, 60	№ 128
С	№ 61	№ 62	

<u>№ 34</u> можно выполнить устно. При его выполнении учащиеся повторяют алгоритм расстановки действий в числовых выражениях.

1 2 6 3 7 4 5 5 6 3 1 7 2 4
1) $(8 + 9) \cdot 2 - 5 \cdot 5 + 360 : 6 : 10 = 31$. 2) $100 - 12 - 27 : (63 : 7) + (7 + 33) : 8 = 90$.
17 34 9 25 31 60 6 88 85 3 9 90 40 5

<u>№ 35</u> направлен на формирование умения читать числовые выражения (переводить с математического языка на русский), тренируются мыслительные операции: анализ, сравнение, а также тренируются вычислительные навыки.

Возможный вариант выполнения задания:

<u>Первый столбик</u>
Сумма 25 и произведения чисел 3 и 4 равна 37.
Сумма частного чисел 18 и 3 и числа 24 равна 30.
Сумма произведения чисел 8, 6 и числа 19 равна 67.

Общим во всех примерах первого столбика является то, что в них находится сумма.

- Первый пример может быть «лишним», т. к. в нем к числу прибавляется произведение, а в остальных к результату действия прибавляется число.
- Второй пример может быть «лишним», т. к. в нем первым действием находится частное, а в остальных – произведение.

• Третий пример может быть «лишним», т.к. в нем второе слагаемое равно 19 (один десяток), а в остальных слагаемые 25 и 24 (два десятка).

Второй столбик

Разность 72 и произведения чисел 16 и 2 равна 24.

Разность 90 и частного чисел 45 и 5 равна 81.

Разность произведения чисел 6 и 9 и числа 38 равна 16.

Общим во всех примерах второго столбика является то, что в них находится разность.

• Первый пример может быть «лишним», т. к. в нем из числа вычитается произведение, а во втором вычитается частное, а в третьем из произведения вычитается число.

• Второй пример может быть «лищним», т. к. в нем вычитается частное, а в первом вычитается произведение, а в третьем из произведения вычитается число.

• Третий пример может быть «лишним», т. к. в нем из произведение вычитается число, а в остальных из числа вычитается результат некоторого действия.

Третий столбик

Произведение суммы чисел 18 и 12 и числа 7 равно 210.

Произведение разности чисел 21 и 6 и числа 3 равно 45.

Произведение числа 5 и суммы чисел 25 и 47 равно 360.

Общим во всех примерах третьего столбика является то, что в них находится произведение.

• Первый пример может быть «лищним», т. к. в нем один из множителей «круглое» число, а в других круглых чисел нет.

• Второй пример может быть «лищним», т. к. в нем один множитель разность, второй — однозначное число, а в остальных один множитель сумма, а второй — однозначное число.

• Третий пример может быть «лишним», т. к. в нем однозначное число умножается на результат действия, а в остальных результат действия умножается на однозначное число.

Четвертый столбик

Частное разности 40 и 12 и числа 4 равно 7.

Частное произведения 9 и 8 и числа 6 равно 12.

Частное 48 и произведения чисел 3 и 8 равно 2.

Общим во всех примерах четвёртого столбика является то, что в них находится частное.

• Первый пример может быть «лишним», т. к. в нем один из компонентов деления – разность чисел, а в остальных – произведение.

• Второй пример может быть «лищним», т. к. в нем произведение делится на число, а в остальных разность делится на число и число на произведение.

• Третий пример может быть «лишним», т. к. в нем число делится на результат действия между двумя числами, а в остальных – наоборот.

№ 36. Задание направлено на формирование умения работать с блок-схемами, составлять числовые выражения и тренировать устные приемы вычисления.

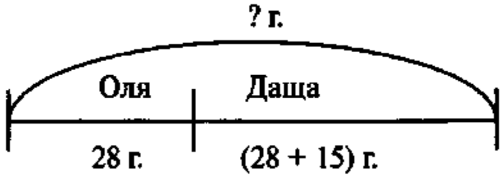
1) $100 : 20 \cdot (7 + 5) + 31 - (40 - 8 \cdot 3) = 75$;

2) $(90 - 6) : 14 + (62 - 27) + 35 : 7 \cdot 19 = 136$.

Упражнения № 38, 40 являются пропедевтическими, они готовят учащихся к работе с задачами первого типа, моделью которых является числовое или буквенное выражение. При работе с заданием целесообразно вспомнить с учащимися построение схем к задачам.

№ 38.

1)



28 + (28 + 15) = 71

Ответ: девочки нашли 71 гриб.

2) 104 – 104 : 4 = 78 (руб.)

Ответ: Стасу еще нужно 78 рублей.

3) 50 – 9 · 2 = 32 (кг)

Ответ: в мешке осталось 32 кг картофеля.

4) (25 – 7) : 3 = 6 (уч.)

Ответ: в каждой команде по 6 учеников.

№ 39. Данное задание формирует умение учащихся находить значение буквенного выражения при данных значениях букв. При работе с ним необходимо дать образец оформления выполнения задания. Также при выполнении этого номера, тренируются вычислительные навыки, повторяются устные вычислительные приемы.

№ 39.

1) $a + 52$

Если $a = 0$, то $0 + 52 = 52$.

Если $a = 18$, то $18 + 52 = 70$.

Если $a = 49$, то $49 + 52 = 101$.

2) $90 - b : 9$

Если $b = 0$, то $90 - 0 : 9 = 90$.

Если $b = 9$, то $90 - 9 : 9 = 89$.

Если $b = 810$, то $90 - 810 : 9 = 0$.

3) $c(25 - c)$

Если $c = 16$, то $16 \cdot (25 - 16) = 144$.

Если $c = 24$, то $24 \cdot (25 - 24) = 24$.

Если $c = 25$, то $25 \cdot (25 - 25) = 0$.

4) $240 : d - 4(m + n)$

Если $d = 1$, $m = 15$, $n = 5$, то $240 : 1 - 4 \cdot (15 + 5) = 160$.

Задания № 41 и 42 направлены на отработку навыка работы с таблицами и формирование умения находить значение буквенного выражения. В этих упражнениях предлагаются дополнительные вопросы, позволяющие формировать умение извлекать дополнительную информацию из таблицы.

№ 40.

1) При решении задачи целесообразно вспомнить формулу движения: $s = vt$.

$a : b$ (ч)

Если $a = 800$, $b = 50$, то $800 : 50 = 16$.

Ответ: 16 ч потратит Олег на дорогу.

2) $(c + d) : t$ (км/ч)

Если $c = 5$, $d = 1$, $t = 2$, то $(5 + 1) : 2 = 3$.

Ответ: скорость движения на всем пути 3 км/ч.

3) При решении задачи целесообразно вспомнить формулу стоимости: $C = an$.

$x : 10 - (x + y) : 15$ (руб.)

Если $x = 250$, $y = 20$, то $250 : 10 - (250 + 20) : 15 = 25 - 18 = 7$.

Ответ: блокнот дешевле тетради на 7 рублей.

4) При решении задачи целесообразно вспомнить формулу площади прямоугольника: $S = ab$.

Длина первого участка больше:

$a : b - a : (b + 5)$ (м)

Если $a = 1800$, $b = 45$, то $1800 : 45 - 1800 : (45 + 5) = 40 - 36 = 4$.

Ответ: длина первого участка больше на 4 м.

5) $(m + n + 3) : (m + 3)$ (раз.)

Если $m = 2$, $n = 10$, то $(2 + 10 + 3) : (2 + 3) = 3$.

Ответ: через 3 года Саша будет младше Игоря в 3 раза.

6) $c - b + d - c : 4$ (чел.)

Если $c = 24$, $b = 5$, $d = 8$, то $24 - 5 + 8 - 24 : 3 = 21$.

Ответ: после второй остановки осталось 19 человек.

№ 41.

a	0	1	2	3	4	5	6	7
$20 - a$	20	19	18	17	16	15	14	13
$4a$	0	4	8	12	16	20	24	28

1) Если $a = \{0, 1, 2, 3\}$, то $20 - a > 4a$.
2) Если $a = \{5, 6, 7\}$, то $20 - a < 4a$.
3) Если $a = 4$, то $20 - a = 4a$.

№ 42.

a	1	3	4	6	7	8	9	15
b	0	4	5	6	9	10	11	29
$2a + 2b$	2	14	18	24	30	36	40	88
$2(a + b)$	2	14	18	24	30	36	40	88

Значения в третьей и четвертой строке равны, т. к. выполняется распределительное свойство умножения: $2a + 2b = 2(a + b)$.

№ 43.

В данном упражнении реализуется принцип минимакса: первый вопрос в задаче относится к минимуму, т. е. каждый ученик должен записать выражение, отвечающее на вопрос задачи: у Вити осталось $20 - a$ марок.

Вторая часть задания: определить, при любых ли значениях a задача имеет смысл и имеет ли она смысл при заданных значениях a, относится к максимуму.

При a больше 20 задача не имеет смысла.

При $a = 25$ задача не имеет смысла, т. к. количество подаренных марок не может быть больше количества марок, которые есть.

При $a = \frac{1}{5}$ задача не имеет смысла, т. к. количество марок может быть выражено только натуральным числом.

№ 44.

Это упражнение направлено на отработку умения находить значения буквенных выражений при заданных значениях букв.

$(18 - x) : x$

Если $x = 1$, то $(18 - 1) : 1 = 17$.

Если $x = 2$, то $(18 - 2) : 2 = 8$.

Если $x = 3$, то $(18 - 3) : 3 = 5$.

Если $x = 6$, то $(18 - 6) : 6 = 2$.

Если $x = 9$, то $(18 - 9) : 9 = 1$.

При $x = 5$ найти значение выражения на множестве натуральных чисел нельзя, при $x = 20$ найти значение выражения на множестве натуральных чисел нельзя, т. к. вычитаемое больше уменьшаемого, при $x = 0$ найти значение выражения нельзя, т. к. делить на нуль нельзя.

Задачи для самопроверки.

№ 63.

1) $28 \cdot (12 - 7) = 140$.

2) $(97 + 43) : (5 \cdot 4) = 7$.

№ 64.

1) $400 - 80 \cdot 3 = 160$ (км).

Ответ: останется проехать 160 км.

2) $12 \cdot 5 + (12 - 4) \cdot 7 = 60 + 56 = 116$ (кг).

Ответ: всего привезли 116 кг фруктов.

№ 65.

1) $68 + a : 5$.

Если $a = 280$, то $68 + 280 : 5 = 124$.

2) $4b - c$.

Если $b = 70$, $c = 42$, то $4 \cdot 70 - 42 = 238$.

№ 66.

1) $4n$ (книг).

Если $n = 25$, то $4 \cdot 25 = 100$.

Ответ: всего принесли 100 книг.

2) $(a + 8) : b - a : b$ (м).

Если $a = 10$, $b = 2$, то $(10 + 8) : 2 - 10 : 2 = 4$.

Ответ: длина первого прямоугольника меньше длины второго прямоугольника на 4 м.

№ 67.

168 165 36 14 3 148 17 4

$56 \cdot 3 - (50 - 2 \cdot 7) : 12 - 68 : (40 : 10) = 148$

№ 68.

1) 45 091

2) 8 027 400

3) 20 836 009

4) 4 560 002 300

5) 809 000 095 715

№ 69.

543; 3045; 5340; 5403; 30 045; 400 503; 405 003; 435 000; 30 000 045.

№ 70.

а) $x - 528 = 2095$
$x = 2095 + 528$
$\underline{x = 2623}$
Проверка:
$$\begin{array}{r} -\;2623 \\ \underline{528} \\ 2095 \end{array}$$

б) $832 + y = 60\,308$
$y = 60\,308 - 832$
$\underline{y = 59\,476}$
Проверка:
$$\begin{array}{r} +\;832 \\ \underline{59476} \\ 60308 \end{array}$$

в) $14\,010 - z = 3815$
$z = 14\,010 - 3815$
$\underline{z = 10\,195}$
Проверка:
$$\begin{array}{r} -\;14010 \\ \underline{10195} \\ 3815 \end{array}$$

№ 71.

1) 8 м 36 см – 5 дм 8 см = 7 м 5 дм 28 см = 7 м 7 дм 8 см;
2) 12 км 24 м + 3 км 690 м = 15 км 714 м;
3) 2 дм^2 46 см^2 + 18 дм^2 4 см^2 = 20 дм^2 50 см^2;
4) 6 га 17 а – 2 га 8 а = 4 га 9 а.

§ 2. Математические модели (13 ч)

Изучение § 2 «Математические модели» подготовлено содержанием курса математики начальной школы. Оно разбивается на два этапа: на первом отрабатывается умение составлять математические модели по тексту задачи, а на втором разбираются способы работы с полученными моделями и их применение для получения ответа на вопрос задачи.

П. 1.2.1. Перевод условия задачи на математический язык (5 ч)

Основные содержательные цели

1) Сформировать представление о математических моделях реальной действительности, умение строить математические модели текстовых задач, используя буквенные выражения, схемы и таблицы.

2) Познакомить с использованием квадратных скобок для записи числовых выражений.

3) Повторить и закрепить: представление натурального числа в виде суммы разрядных слагаемых; смысл умножения и деления, взаимосвязь между ними; алгоритм письменного умножения, взаимосвязь между множителями и произведением; решение уравнений вида $x \cdot a = b$, $x : a = b$, $a : x = b$; понятия оценки и прикидки результатов арифметических действий; частные случаи умножения и деления; таблицу мер массы; понятия замкнутой и незамкнутой линии, области и границы; решение задач с вопросами; решение задач на перебор вариантов.

Особенности изучения учебного содержания

В первом пункте вводится понятие «математическая модель» и рассматривается пять типов задач, первые две задачи входят в обязательный минимум. Для каждого типа строится алгоритм составления математической модели. Основной целью всех заданий является построение математической модели по тексту задачи.

Одной из особенностей подхода, предложенного в данном курсе, к формированию умения решать текстовые задачи, является выделение отдельного этапа, на котором учащиеся тренируются в построении моделей по тексту задачи. Это связано с тем, что неумение записать условие задачи в виде уравнений и неравенств является основным затруднением, с которым сталкиваются учащиеся при решении задач. Поэтому у них зачастую вырабатывается низкая самооценка и даже страх перед текстом, что негативно влияет и на общий уровень математической подготовки, и на итоговые результаты.

Чтобы преодолеть этот психологический барьер, основная задача учителя в пункте 1.2.1 – сформировать у учащихся уверенность в том, что при четком выполнении правил перевода они способны записать на математическом языке текст любой задачи. Для этого им предлагаются задачи, методы решения которых им пока неизвестны. Но здесь и не требуется *решать* рассматриваемую задачу, об этом говорит и формулировка условия: «**Переведи** текст задачи на математический язык».

Таким образом, выполняя задания этого пункта, учащиеся приобретают опыт построения математической модели к **любой** школьной задаче путем перевода ее условия на математический язык, учатся записывать произвольный «нетиповой» текст с помощью математической символики.

Рассматривается пять типов задач в зависимости от вида полученной модели и метода работы с ней.

Математическими моделями задач **первого типа** являются выражения или программы действий, хорошо знакомые учащимся из начальной школы. Схемы, которыми они здесь пользуются для построения этих моделей, также хорошо им известны. Это обеспечивает плавный переход из начальной школы в среднюю.

В задачах **второго типа** дети учатся составлять уравнение по тексту задачи. При этом отрабатывается и закрепляется умение самостоятельно составлять схемы к задаче и использовать их как инструмент анализа взаимосвязей между величинами, описанными в задаче.

Задачи **третьего типа** имеют такую же математическую модель, однако при их составлении учащимся придется вспомнить об использовании таблиц.

При построении моделей задач **четвертого типа** учащиеся пользуются уже актуализированным инструментом – таблицей, но вид полученной модели становится для них открытием. Оказывается, можно, обозначив буквами две неизвестные величины, получить не одно уравнение, а целых два (фактически учащиеся приобретают первичный опыт построения систем уравнений без введения соответствующей терминологии).

При переводе на математический язык задач **пятого типа** учащиеся уже знают, что обозначать буквами можно несколько неизвестных величин, но откроют для себя новый вид модели – одно уравнение с двумя переменными.

Таким образом, при переходе от задачи к задаче учащиеся повторяют и закрепляют известные из начальной школы способы наглядного представления условия задачи: в задачах 1–2 отрабатывается умение моделировать условие задач с помощью схем, а в задачах 3–5 – с помощью таблиц.

Пункт 1.2.1. изучается после введения понятий числового, буквенного выражения, способов нахождения их значений, до темы «Работа с математическими моделями». № 78, 79 готовят учащихся к рассмотрению задач 5-го типа.

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5–6 классов основной школы авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсон по программе «Учусь учиться» по этому пункту предлагаются сценарии 6–10.

Урок 6

Перевод условия задачи на математический язык (задача 1).

Новое знание.

Определение понятия «математическая модель».

Задание на пробное действие.

На этапе актуализации знаний учащимся предлагается выполнить *№ 72, стр.* 18.

При выполнении задания решением всех задач будет выражение: $x : 2 - x : 3$.

Учитель предлагает учащимся ответить на вопрос: почему в разных задачах получились одинаковые выражения? Чем является данное выражение для всех задач?

Фиксация затруднения.

– Я не могу объяснить, почему в разных задачах получились одинаковые выражения и чем данное выражение является для всех задач.

Фиксация причины затруднения.

– Я не знаю, почему в разных задачах получились одинаковые выражения и чем данное выражение является для всех задач.

Цель деятельности.

Узнать, почему в разных задачах получились одинаковые выражения и чем данное выражение является для всех задач.

Эталон

Модель – упрощенный заместитель объекта, сохраняющий его существенные для исследования свойства.

Математическая модель – модель реального объекта или процесса, описывающая на математическом языке его математические свойства (пространственные формы и количественные отношения).

На первом уроке, на этапе реализации построенного проекта, учащиеся конструируют алгоритм построения математической модели текстовых задач первого типа.

Алгоритм построения математической модели текстовых задач 1-го типа

Внимательно прочитать условие и вопрос задачи.

↓

Определить взаимосвязи между входящими в нее величинами (если необходимо, записать их в виде формул, схем, таблиц).

↓

Проверить соответствие единиц измерения величин (при необходимости выполнить их преобразование).

↓

Составить выражение, значение которого равно значению искомой величины.

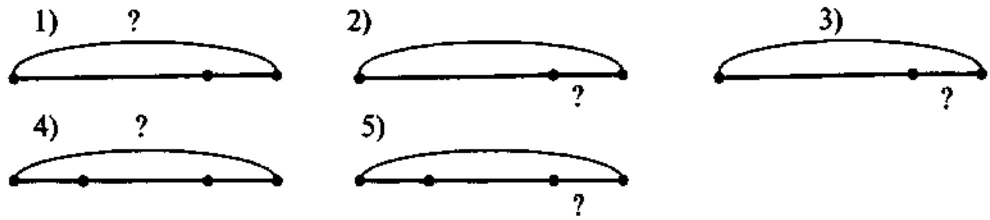
Урок 7 Перевод условия задачи на математический язык (задача 2).

Новое знание.

Алгоритм построения модели задачи второго типа.

Задание на пробное действие.

«В соревнованиях по плаванию приняли участие 60 человек, причем мальчиков было в 3 раза больше, чем девочек. Сколько мальчиков и сколько девочек участвовало в соревнованиях?»



Выберите одну из пяти схем к тексту задачи и постройте математическую модель задачи.

Фиксация затруднения.

– Я не могу выбрать одну схему к тексту задачи и построить математическую модель задачи.

Фиксация причины затруднения.

– Я не знаю, какая схема подходит к тексту задачи и как построить математическую модель данной задачи.

Цель деятельности.

Узнать, какая схема подходит к тексту задачи и как построить математическую модель данной задачи.

Эталон

Алгоритм построения математической модели текстовых задач 2-го типа

Внимательно прочитать условие и вопрос задачи.

↓

Проверить соответствие между единицами измерения величин (при необходимости выполнить их преобразование).

↓

Определить взаимосвязи между описанными в ней величинами.

↓

Обозначить одну из неизвестных величин буквой.

Выразить остальные неизвестные величины через введенную букву (если необходимо, записать взаимосвязь в виде формул, построить схему, таблицу).

↓

Составить уравнение.

Урок 8 Перевод условия задачи на математический язык (задача 3).

Новое знание.

Алгоритм построения модели задачи третьего типа.

Задание на пробное действие.

Составьте схему и математическую модель по тексту задачи:

«Одна сторона прямоугольного участка земли на 3 м больше другой его стороны. Площадь участка равна 70 $м^2$. Найдите размеры этого участка».

Фиксация затруднения.

– Я не могу составить схему к тексту задачи и построить математическую модель задачи.

Фиксация причины затруднения.

– Я не знаю, как составить схему к тексту задачи и построить математическую модель задачи.

Цель деятельности.

Узнать, как составить схему к тексту задачи и построить математическую модель задачи.

Эталон

Алгоритм построения математической модели текстовых задач 3-го типа

Внимательно прочитать условие и вопрос задачи.

↓

Проверить соответствие между единицами измерения величин (при необходимости выполнить их преобразование).

↓

Определить взаимосвязи между описанными в ней величинами.

↓

Обозначить одну из неизвестных величин буквой.

↓

Выразить остальные неизвестные величины через введенную букву (если необходимо, записать взаимосвязь в виде формул, построить схему, таблицу).

↓

Составить уравнение.

Урок 9 Перевод условия задачи на математический язык (задача четвертого типа).

Новое знание.

Алгоритм построения модели задачи четвертого типа.

Задание на пробное действие.

Введите две буквы, постройте таблицу и математическую модель по тексту задачи:

«На экскурсию едут 252 ученика школы. Для них заказаны автобусы. Однако выяснилось, что если заказать автобусы, вмещающие на 6 человек больше, то автобусов потребуется на 1 меньше. Сколько больших автобусов надо заказать?».

Фиксация затруднения.

– Я не могу построить таблицу и математическую модель по тексту задачи.

Фиксация причины затруднения.

– Я не знаю, как построить таблицу и математическую модель по тексту задачи.

Цель деятельности.

Узнать, как построить таблицу и математическую модель по тексту задачи.

Эталон

Алгоритм построения математической модели текстовых задач 4-го типа

Внимательно прочитать условие и вопрос задачи.
↓
Проверить соответствие между единицами измерения величин (при необходимости выполнить их преобразование).
↓
Определить взаимосвязи между описанными в ней величинами.
↓
Обозначить какие-то две неизвестные величины буквами.
↓
Выразить остальные неизвестные величины через введенные буквы (если необходимо, записать взаимосвязь в виде формул, построить схему, таблицу).
↓
Составить два уравнения.

Урок 10 Перевод условия задачи на математический язык (задача пятого типа).

Новое знание

Способ построения модели многозначного числа.

Задание на пробное действие.

Запишите на математическом языке трехзначное число, в разряде единиц которого записана цифра a, в разряде десятков – цифра b, а в разряде сотен – цифра c.

Фиксация затруднения.

– Я не могу записать на математическом языке трехзначное число, в разряде единиц которого записана цифра a, разряде десятков – цифра b, а в разряде сотен – цифра c.

Фиксация причины затруднения.

– Я не знаю, как записать на математическом языке трехзначное число, в разряде единиц которого записана цифра a, в разряде десятков – цифра b, а в разряде сотен – цифра c.

Цель деятельности.

Узнать, как записать на математическом языке трехзначное число, в разряде единиц которого записана цифра a, в разряде десятков – цифра b, а в разряде сотен – цифра c.

Эталон

Алгоритм построения математической модели многозначного числа

Обозначить цифру десятков x, а цифру единиц – y
↓
Записать двузначное число в виде $10x + y$

На данном уроке, на этапе реализации построенного проекта, учащиеся конструируют алгоритм построения математической модели задач пятого типа.

Алгоритм построения математической модели текстовых задач 5-го типа

Внимательно прочитать условие и вопрос задачи.
↓
Проверить соответствие между единицами измерения величин (при необходимости выполнить их преобразование).
↓
Определить взаимосвязи между описанными в ней величинами.
↓
Обозначить одну из неизвестных величин буквой.
↓
Выразить остальные неизвестные величины через введенную букву (если необходимо, записать взаимосвязь в виде формул, построить схему, таблицу).
↓
Составить уравнение.

Методические рекомендации к выполнению заданий, решения и ответы

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок	Урок 6	Урок 7	Урок 8
К	№ 72–75	№ 86–88	№ 102–103
П	№ 76–80	№ 89–96	№ 104–110
Д	п. 1.2.1. Зад. 1, № 81–83	п. 1.2.1. Зад. 2, № 99–100	п. 1.2.1. Зад. 3, № 111–113
С	№ 84	№ 101	№ 115

Урок	Урок 9	Урок 10
К	№ 116	№ 129–130
П	№ 117–123	131–134, 157(1)
Д	п. 1.2.1. Зад. 4, № 124–126	п. 1.2.1. Зад. 5, № 136, 137, 138
С	№ 127	№ 141

Упражнения № 72–75 направлены на формирование умения строить математические модели для задач первого типа (числовые и буквенные выражения).

№ 72.

Это упражнение можно использовать как пробное задание: разделить класс на пять групп и каждой группе предложить рещить одну задачу и представить решение на форматке А4.

1) $x : 2 - x : 3$; 2) $x : 2 - x : 3$; 3) $x : 2 - x : 3$; 4) $x : 2 - x : 3$; 5) $x : 2 - x : 3$.

№ 74.

Сильным учащимся можно предложить ответить на вопрос, не решая задачи, а затем доказать, представляя модель к каждой задаче. Слабые учащиеся могут сначала составить модель к каждой задаче, а затем ответить на вопрос.

1) $(a + a \cdot 2) : b$ (ч); 2) $(a - b)\,(a \cdot 2)$ (м^2); 3) $(a + a \cdot 2) : b$ (б.); 4) $(a + a \cdot 2) : b$ (к.)

Математические модели совпадают у первой, третьей и четвертой задачи.

№ 75.

а) Второе выражение: $(c : 7) \cdot 12$ (м).

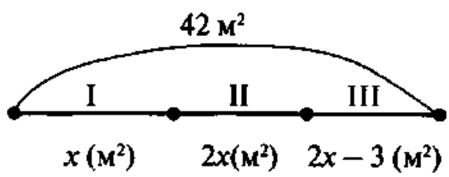
б) Первое выражение: $n : (d : 3)$ (ч).

в) Четвертое выражение: $y : (x : 10 - 4)$ (стр.).

Упражнения № 86–88 направлены на формирование умения строить математические модели для задач второго типа (уравнения вида $ax + bx = c$).

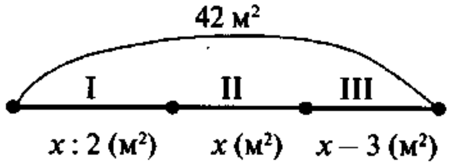
№ 86.

1) Способ 1:



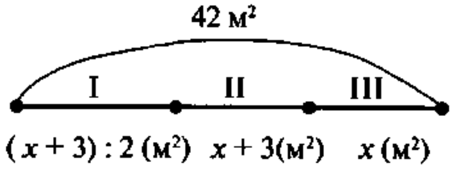
$$x + 2x + (2x - 3) = 42$$

Способ 2:



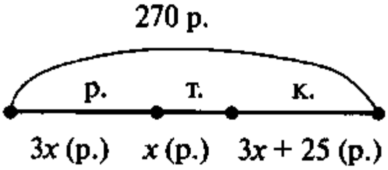
$$x : 2 + x + (x - 3) = 42$$

Способ 3:



$$(x + 3) : 2 + (x + 3) + x = 42$$

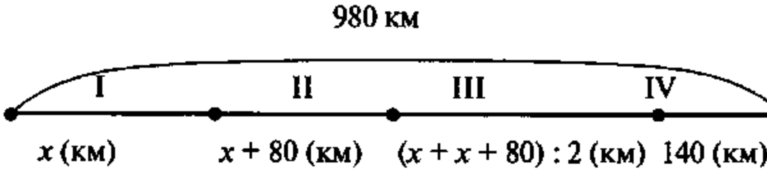
2)



$3x + x + (3x + 25) = 270$

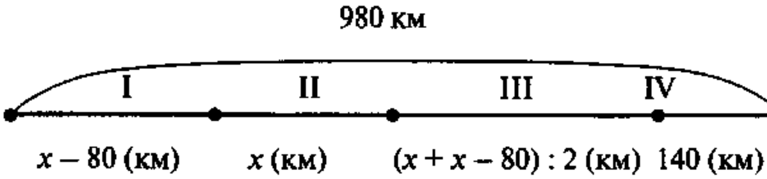
3)

Способ 1:



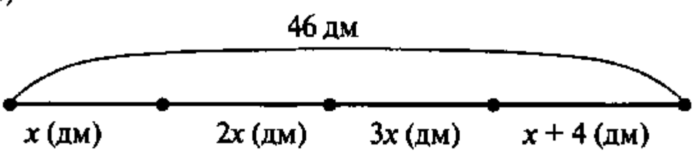
$x + (x + 80) + (x + x + 80) : 2 + 140 = 980$

Способ 2:



$x + (x - 80) + (x + x - 80) : 2 + 140 = 980$

4)



$x + 2x + 3x + (x + 4) = 46$

<u>№ 87.</u>

1) x – меньшее число, $x + (x + 17) = 75$; или x – большее число, $x + (x - 17) = 75$;
2) x – второе число, $3x - x = 43$;
3) $(x + 4) \cdot 5 - 16 = 4x + 9 - 2$;
4) $(x - 3) : 2 = x : 3 + 5$.

<u>№ 88.</u>

1) Если из учетверенного задуманного числа вычесть 10, то получится число на 2 больше задуманного числа.

2) Если к утроенному задуманному числу прибавить 57, то получится число на 23 меньше задуманного числа, умноженного на 5.

3) Задуманное число умножили на 7, из результата вычли 46, результат увеличили в 5 раз, получится число на 1 больше удвоенного задуманного числа.

4) Задуманное число увеличили в 2 раза, к результату прибавили 6, сумму уменьшили в 3 раза, из полученного результата вычли 4 и получили число на 1 больше числа, в 2 раза меньшего задуманного числа.

5) Если задуманное число уменьшить в 3 раза, из результата вычесть 3, разность увеличить в 6 раз и к результату прибавить 64, то получится число на 18 меньше, чем удвоенное задуманное число.

6) Если из 98 вычесть задуманное число, увеличенное в 4 раза, результат разделить на 15, частное умножить на 8, получится число в 25 раз больше задуманного числа.

Упражнения № 102–103 направлены на формирование умения строить математические модели для задач третьего типа (уравнения вида $x(a + x) = c$).

№ 102.

1)

Длина, дм	Ширина, дм	Площадь, дм^2
x	$x - 8$	240

$x(x - 8) = 240$;

2)

Сторона квадрата x см

Длина, см	Ширина, см	Периметр, см
$x + 9$	$x : 5$	66

$[(x + 9) + x : 5] \cdot 2 = 66$;

3)

	Длина, м	Ширина, м	Площадь, м^2
1 прямоугольник	$4x$	x	$4x \cdot x$
2 прямоугольник	$4x + 2$	$x - 5$	$4x \cdot x - 190$

$(4x + 2)(x - 5) = 4x \cdot x - 190$;

4)

	Длина, см	Ширина, см	Площадь, см^2
1 прямоугольник	x	$x - 10$	$x(x - 10)$
2 прямоугольник	$x + 20$	$(x - 10) + 15$	$x(x - 10) \cdot 5$

$(x + 20)[(x - 10) + 15] = x(x - 10) \cdot 5$.

№ 103.

1)

	v, км/ч	t, ч	s, км
Предполагал	x	$60 : x$	60
В действительности	$x - 1$	$60 : x + 2$	60

$60 : (x - 1) = 60 : x + 2$;

2)

	v, м/мин	t, мин	s, м
1 ситуация	250	x	$250x$
2 ситуация	300	$x - 1$	$300(x - 1)$

$250x = 300(x - 1)$;

3)

	v, стр./ч	t, ч	A, стр.
1 ситуация	8	x	$8x$
2 ситуация	6	$x - 4$	$6(x - 4)$

$8x = 6(x - 4)$;

4)

	Количество человек в ряду	Количество рядов	Количество спортсменов
1 ситуация	6	x	$6x$
2 ситуация	4	$x + 2$	$4(x + 2)$

$6x = 4(x + 2)$;

5)

	Начальный возраст	Прожитые годы	Конечный возраст
Отец	29	x	$29 + x$
Дочь	5	x	$5 + x$

$(29 + x) : (5 + x) = 3$;

6)

	Начальный возраст	Прожитые годы	Конечный возраст
Бабушка	61	x	$61 - x$
Внук	17	x	$17 - x$

$(61 - x) : (17 - x) = 5$;

7)

	Было, т	Дни	Стало, т
1 склад	120	x	$120 - 6x$
2 склад	96	x	$96 - 3x$

$120 - 6x = 96 - 3x$;

8)

	Было, л	Дни	Стало, л
1 бак	46	x	$46 - 3x$
2 бак	72	x	$72 - x$

$(72 - x) : (46 - 3x) = 6$.

Упражнение № 116 направлено на формирование умения строить математические модели для задач четвертого типа: два уравнения с двумя переменными

$$\begin{cases} xy = c \\ (x + a)(y + b) = c \end{cases}$$

№ 116.

1)

Первый способ

	Длина, м	Ширина, м	Площадь, м^2
1 прямоугольник	x	$70 : x$	70
2 прямоугольник	$x - 4$	$70 : (x - 4)$, или $70 : x + 2$	70

$70 : (x - 4) = 70 : x + 2$

Второй способ

	Длина, м	Ширина, м	Площадь, м^2
1 прямоугольник	x	y	xy, или 70
2 прямоугольник	$x-4$	$y+2$	$(x-4)(y+2)$, или 70

$$\begin{cases} xy = 70 \\ (x-4)(y+2) = 70 \end{cases}$$

2)

Первый способ

	Длина, см	Ширина, см	Площадь, см^2
1 прямоугольник	32	x	$32x$
2 прямоугольник	15	$x+6$	$15(x+6)$, или $32x-46$

$15(x+6) = 32x - 46$

Второй способ

	Длина, см	Ширина, см	Площадь, см^2
1 прямоугольник	32	x	$32x$
2 прямоугольник	15	y или $x+6$	$15y$, или $32x-46$

$$\begin{cases} y = x + 6 \\ 15y = 32x - 46 \end{cases}$$

3)

Первый способ

	Цена, руб.	Количество	Стоимость, руб.
Тетради в клетку	$x+5$	25	$(x+5)25$, или $30x+50$
Тетради в линейку	x	30	$30x$

$(x+5)25 = 30x + 50$

Второй способ

	Цена, руб.	Количество	Стоимость, руб.
Тетради в клетку	y или $x+5$	25	$25y$, или $30x+50$
Тетради в линейку	x	30	$30x$

$$\begin{cases} y = x + 5 \\ 25y = 30x + 50 \end{cases}$$

4)

Первый способ

	Цена, руб.	Количество, м	Стоимость, руб.
Шерстяная ткань	x	4	$4x$, или $6(x-120)+20$
Шелковая ткань	$x-120$	6	$6(x-120)$

$4x = 6(x-120) + 20$

Второй способ

	Цена, руб.	Количество, м	Стоимость, руб.
Шерстяная ткань	x	4	$4x$, или $6y + 20$
Шелковая ткань	y, или $x - 120$	6	$6y$

$$\begin{cases} y = x - 120 \\ 4x = 6y + 20 \end{cases}$$

5)

Первый способ

	Производительность	Время, ч	Работа
По плану	x	8	$8x$
Выполнил	$x + 2$	7	$7(x + 2)$

$8x = 7(x + 2)$

Второй способ

	Производительность	Время, ч	Работа
По плану	x	8	$8x$
Выполнил	y, или $x + 2$	7	$7y$

$$\begin{cases} y = x + 2 \\ 8x = 7y \end{cases}$$

6)

Первый способ

	В одной банке, л	Количество банок	Всего варенья, л
1 случай	2	x	$2x$
2 случай	3	$x - 9$	$3(x - 9)$

$2x = 3(x - 9)$

Второй способ

	В одной банке, л	Количество банок	Всего варенья, л
1 случай	2	x	$2x$
2 случай	3	y	$3y$

$$\begin{cases} x = y + 9 \\ 2x = 3y \end{cases}$$

7)

Первый способ

	Время, ч	Скорость, км/ч	Путь, км
Первая половина пути	$200 : x + 1$	x	200
Вторая половина пути	$200 : (x + 10)$	$x + 10$	200

$(200 : x + 1) + 200 : (x + 10) = 400 : x$

Второй способ

	Время, ч	Скорость, км/ч	Путь, км
Первая половина пути	y	x	200
Вторая половина пути	$200 : (x + 10)$	$x + 10$	200

$$\begin{cases} xy = 200 \\ 200 : (x + 10) + y + 1 = 400 : x \end{cases}$$

8)

Первый способ

	Время, ч	Скорость, км/ч	Путь, км
Без задержки	$80 : x$	x	80
С задержкой	$80 : (x + 10)$	$x + 10$	80

$$80 : x + \frac{4}{15} = 80 : (x + 10)$$

Второй способ

	Время, ч	Скорость, км/ч	Путь, км
Без задержки	$80 : x$	x	80
С задержкой	$80 : y$	y	80

$$\begin{cases} y = x + 10 \\ 80 : x + \frac{4}{15} = 80 : y \end{cases}$$

Упражнения № 129–130 направлены на формирование умения строить математические модели для задач пятого типа (одно уравнение с двумя переменными).

№ 129.

1) $10x + y = (x + y) \cdot 2$;
2) $10x + y = xy + 26$;
3) $10y + x = 10x + y + 18$;
4) $10y + x = 10x + y - 27$.

№ 130.

1)

Пусть x — большее число, y — меньшее число.

$$\begin{cases} x + y = 13 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

2) Пусть x — длина, y — ширина прямоугольника.

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ (x + y) \cdot 2 = 70 \end{cases}$$

3) Пусть x — возраст матери, а y — возраст дочери.

$$\begin{cases} x - y = 26 \\ x + y = 60 \end{cases}$$

4) Пусть x — длина большей части, а y — длина меньшей части веревки.

$$\begin{cases} x + y = 58 \\ x - y = 12 \end{cases}$$

П. 1.2.2. – 1.2.4. Работа с математическими моделями. Метод проб и ошибок. Метод полного перебора (8 ч)

Основные содержательные цели

1) Повторить известные способы работы с математическими моделями, сформировать представление о *методе проб и ошибок* и *методе перебора*.

2) Повторить и закрепить: свойства сложения и умножения; правила вычитания числа из суммы и суммы из числа; взаимосвязь между делимым, делителем и частным; алгоритм письменного деления; решение «составных» уравнений; понятия делителя и кратного; понятие множества, теоретико-множественную символику; соотношение между единицами объема; понятия симметричных фигур и оси симметрии фигуры.

Особенности изучения учебного содержания

Сначала учащиеся вспоминают и систематизируют знакомые им способы работы с математическими моделями, а затем знакомятся с общенаучными методами, которые используются в случаях, когда имеющихся знаний недостаточно, – *методом проб и ошибок* и *методом перебора*.

Изучение этих методов не только помогает детям осмыслить пути развития научного знания, но и мотивирует их деятельность на уроках математики в дальнейшем.

Действительно, после изучения этой темы при выполнении любого задания учащиеся не могут сказать «мы этого еще не проходили». Незнание алгоритма выполнения действий означает теперь для них лишь то, что они должны пытаться решить задачу методом проб и ошибок, методом перебора или любым другим методом, который они должны сами придумать. А это гораздо сложнее, чем действовать по уже известному алгоритму. Поэтому учащиеся начинают осознавать, что освоение алгоритмов, которые уже разработаны и предлагаются учителем к изучению, нужно не ему, а самим ребятам.

Задача первого типа – модели, метод работы с которыми учащимся известен (выражение, программа действий).

Задача второго типа – модели, метод работы с которыми учащимся не известен (уравнение), но они могут его найти с помощью уже изученных ими ранее способов действий (например, изученные алгоритмы решения уравнений, распределительное свойство умножения, свойство единицы и др.).

Понятие уравнения хорошо известно учащимся: в начальной школе они научились решать простые уравнения вида $x + a = b$, $x - a = b$, $a - x = b$, $x \cdot a = b$, $x : a = b$, $a : x = b$, однако методика их изучения не предусматривала заучивания правил. На первых этапах учащиеся решали и комментировали данные уравнения ассоциативным способом, т. е. с опорой на наглядные модели. Уравнения со сложением и вычитанием – с помощью схем, на основе взаимосвязи между частью и целым, а уравнения с умножением и делением – с помощью прямоугольника, на основе взаимосвязи между сторонами и площадью прямоугольника. После того как умение осуществлять правильный выбор действия автоматизировалось, учащимся предлагалось решить уравнения с комментированием по компонентам действий, т.е. правильно называя, какие действия в каком порядке и с какими компонентами они должны выполнить. Это умение отрабатывалось при решении составных уравнений, сводяшихся к цепочке простых (например, уравнений типа $75 - 900 : (b + 39) = 55$). Поэтому в начальной школе умение решать и комментировать решение основных уравнений отработано на высоком уровне.

Вместе с тем, хотя внешне комментирование решения уравнений учащимися в начальной школе ничем не отличалось от принятого в средней школе, содержание работы было существенно другим. При постановке вопросов это надо учитывать. Например, у учащихся вызовет затруднение вопрос: «Назови правило нахождения неизвестного делимого», ведь такого правила в курсе начальной школы они не изучали. Зато они достаточно легко выполнят задания: «Назови способ нахождения неизвестного делимого», «Реши уравнение $x : 3 = 24$ с комментированием по компонентам действий», т. е. фактически назовут нужное правило и применят его при решении уравнения.

В силу возрастных особенностей детей (в начальной школе они еще очень медленно пищут) при решении уравнений учащиеся не записывали отдельно ответ в конце решения. Это было возможно, так как они решали только линейные уравнения (естественно, без введения самого термина). Теперь им необходимо объяснить способ записи решения уравнения, который требуется в средней школе.

Целесообразно обратить внимание детей на то, что при построении математической модели обычно удобнее обозначить буквой меньшую величину (например, при решении № 146 (3)). С этого момента можно «договориться» с учащимися обозначать буквой наименьшую из неизвестных величин.

Задача третьего типа – модели, метод работы с которыми учащимся не известен, при этом багажа их знаний недостаточно для его открытия, – вводится *метод проб и ошибок*.

Задача четвертого типа – модели имеют новый для учащихся вид (два уравнения с двумя переменными), и метод работы не известен, – вводится *метод перебора*.

Задача пятого типа – модели имеют новый для учащихся вид (одно уравнение с двумя переменными), известен метод работы – метод перебора, но необходим новый способ организации перебора, представления данных и применения правила «весов»: «Обе части уравнения можно поменять местами, можно их увеличить, уменьшить, умножить или разделить на одно и то же число, отличное от нуля». Поскольку в начальной школе в указанном виде данное правило не вводилось, то его уточнению целесообразно посвятить отдельный урок.

№ 143, 145, 149 готовят учащихся к работе с математической моделью задач второго типа.

№ 150 – к работе с задачами третьего типа.

№ 153 – 156 – к работе с задачами четвертого типа.

№ 171 – к работе по теме: «Язык и логика».

№ 191 – к работе по главе «Делимость натуральных чисел».

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5–6 классов основной школы авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсон по программе «Учусь учиться» по этому пункту предлагаются сценарии 11–17.

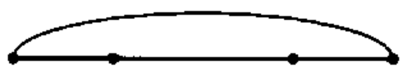
Урок 11 Работа с математическими моделями.

Новое знание.

Алгоритм решения задачи 1 типа.

Задание на пробное действие.

«Сережа, Костя и Денис принесли на выставку 120 почтовых марок. Сережа принес 25 марок, а Костя – в 2 раза больше, чем Сережа. Сколько марок принес на выставку Денис?»



$120 - (25 + 25 \cdot 2)$

– Ответьте на вопрос задачи используя алгоритм построения математической модели задачи такого типа.

Фиксация затруднения.

– Я не могу ответить на вопрос задачи, при помощи алгоритма построения математической модели задачи первого типа.

Фиксация причины затруднения.

– В алгоритме нет шага, чтобы ответить на вопрос задачи.

Цель деятельности.

Дополнить алгоритм шагом, позволяющим решать задачу до конца.

Эталон

Алгоритм решения задач первого типа

Урок 12 Работа с математическими моделями.

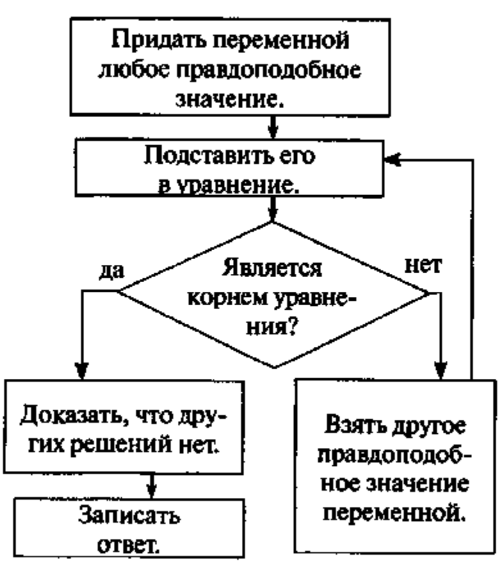
Новое знание.
Алгоритм решения задачи 2 типа.
Задание на пробное действие.
Решить математическую модель задач второго типа, уравнение: $x + 3x = 60$.
Фиксация затруднения.
– Я не могу решить уравнение $x + 3x = 60$.
Фиксация причины затруднения.
– Я не знаю способа решения уравнения $x + 3x = 60$.
Цель деятельности.
Узнать способ решения уравнения $x + 3x = 60$.
Эталон
Алгоритм работы с математической моделью для задач второго типа

1. Упростить левую часть уравнения, используя свойства чисел.
2. Решить получившееся уравнение по известным правилам.

Урок 13 Метод проб и ошибок.

Новое знание.
Метод проб и ошибок.
Задание на пробное действие.
Решить уравнение, которое является моделью задачи третьего типа $x(x + 3) = 70$.
Фиксация затруднения.
– Я не могу решить уравнение $x(x + 3) = 70$.
Фиксация причины затруднения.
– Я не знаю способа решения уравнения $x(x + 3) = 70$.
Цель деятельности.
Узнать способ решения уравнения $x(x + 3) = 70$.
Эталон

Вариант 1



Вариант 2

1. Придать переменной любое правдоподобное значение.
2. Подставить его в уравнение.
3. Найти значение левой и правой части уравнения и сравнить полученные числа.
4. Если значения не равны, то перейти к пункту 1, если значения равны, то перейти к пункту 5.
5. Доказать, что других решений нет.

На данном уроке строится алгоритм решения задач третьего типа:

Внимательно прочитать условие и вопрос задачи.
↓
Проверить соответствие между единицами измерения величин (при необходимости выполнить их преобразование).
↓
Определить взаимосвязи между описанными в ней величинами.
↓
Обозначить одну из неизвестных величин буквой.
↓
Выразить остальные неизвестные величины через введенную букву (если необходимо, записать взаимосвязь в виде формул, построить схему, таблицу).
↓
Составить уравнение.
↓
Если возможно, упростить уравнение и решить его методом проб и ошибок.
↓
Ответить на вопрос задачи (проверить ответ на соответствие единицам счета или измерения).

Урок 14

На **уроке 14** необходимо закрепить метод проб и ошибок при решении задач третьего типа, т. е. организовать деятельность учащихся таким образом, чтобы они смогли выяснить для себя: «Умею я применять метод проб и ошибок при решении задач?» (урок рефлексии (Р)).

Урок 15

Метод перебора.

Новое знание.

Метод работы с математической моделью, состоящей из двух уравнений с двумя переменными (метод полного перебора).

Задание на пробное действие:

Найти корни двух уравнений с двумя неизвестными:

$$\begin{cases} xy = 252 \\ (x-1)(y+6) = 252 \end{cases}$$

Фиксация затруднения.

– Я не могу найти корни двух уравнений с двумя неизвестными.

Фиксация причины затруднения.

– Я не знаю способа решения двух уравнений с двумя переменными.

Цель деятельности:

Узнать способ решения двух уравнений с двумя переменными.

Эталон

Алгоритм решения уравнений методом полного перебора

1. Проанализировать уравнение и найти множество его возможных корней.
2. Проверить, можно ли сократить количество элементов данного множества за счет использования свойств чисел.
3. Проверить для каждого из элементов составленного множества, является ли он корнем данного уравнения.
4. Записать ответ, выписав все найденные корни.

На данном уроке строится алгоритм решения задач четвертого типа:

Внимательно прочитать условие и вопрос задачи.

↓

Проверить соответствие между единицами измерения величин (при необходимости выполнить их преобразование).

↓

Определить взаимосвязи между описанными в ней величинами.

↓

Обозначить какие-то две неизвестные величины буквами.

↓

Выразить остальные неизвестные величины через введенные буквы (если необходимо, записать взаимосвязь в виде формул, построить схему, таблицу).

↓

Составить два уравнения.

↓

Если возможно, упростить уравнения и решить их методом полного перебора.

↓

Ответить на вопрос задачи (проверить ответ на соответствие единицам счёта или измерения).

Урок 16 Метод «весов».

Новое знание.

Новый способ решения уравнений – метод «весов».

Задание на пробное действие.

Решить уравнение:

$3a + 33 = 8a + 8$

Фиксация затруднения.

– Я не могу решить уравнение, в обеих частях которого стоит переменная.

Фиксация причины затруднения.

– Я не знаю способа решения уравнения, в обеих частях которого стоит переменная.

Цель деятельности.

Узнать способ решения уравнения, в обеих частях которого стоит переменная.

Эталон

Правило «весов» для решения уравнений

Обе части уравнения можно поменять местами, увеличить, уменьшить, умножить или разделить на одно и то же число, отличное от нуля.

Алгоритм решения уравнений методом «весов»

1) Вычесть из обеих частей уравнения одно и то же выражение с переменной. 2) Упростить получившееся уравнение. 3) Решить уравнение, используя правила нахождения неизвестного компонента.

Урок 17 Решение задач пятого типа.

Новое знание.
Способ решения задач пятого типа – метод полного перебора.
Задание на пробное действие.
Решить уравнение:
$10x + y = xy + 52$
Фиксация затруднения.
– Я не могу решить уравнение с двумя неизвестными.
Фиксация причины затруднения.
– Я не знаю способа решения уравнения с двумя неизвестными.
Цель деятельности.
Узнать способ решения уравнений с двумя неизвестными.

Эталон
Алгоритм решения задач пятого типа
Вариант 1

Внимательно прочитать условие и вопрос задачи.

↓

Обозначить цифру десятков x, а цифру единиц – y ($1 < x < 9$, $0 < y < 9$).

↓

Записать двузначное число в виде $10x + y$.

↓

Составить уравнение по условию задачи.

↓

Проанализировать уравнение и определить, можно ли сократить множество возможных значений x.

↓

Подставить в уравнение наименьшее из значений x, требующих проверки.

↓

Вариант 2

1. Внимательно прочитать условие и вопрос задачи.
2. Обозначить цифру десятков x, а цифру единиц – y. ($1 \leqslant x \leqslant 9$, $0 \leqslant y \leqslant 9$)
3. Записать двузначное число в виде $10x + y$.
4. Составить уравнение по условию задачи.
5. Проанализировать уравнение и определить множество возможных значений x.
6. Подставить в уравнение наименьшее из значений x, требующих проверки.
7. Решить полученное уравнение методом «весов».
8. Повторить п. 6 и 7 до x, равного 9.
9. Составить из значений x и y, удовлетворяющих уравнению, двузначные числа.
10. Записать ответ.

Урок 18 Задачи для самопроверки.

Этот урок целесообразно провести как урок рефлексии, он поможет учащимся подготовиться к контрольной работе, которую планируется провести на следующем уроке.

Урок 19 Обучающий контроль[6]. *(Контрольная работа № 1)*

Методические рекомендации к выполнению заданий, решения и ответы

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок	Урок 11	Урок 12	Урок 13	Урок 14
К	№ 142–144	№ 145–146	№ 168	№ 181 (1, 2)
П	№147–149, 157(2)	№ 150–152, 157 (3, 4)	№ 169–176	№ 183 (а), 186, 187 (1)

[6] Л. Г. Петерсон, М. А. Кубышева. «Типология уроков деятельностной направленности в образовательной системе «Школа 2000...».

Д	п. 1.2.2, № 158, 160, 163, 164 (1)	№ 159, 161, 162, 164 (2)	п. 1.2.3, № 177–179	№ 191–193
С	№ 165	№ 166	№ 180	1.2.4, № 196, 198 (1), 201

Урок	Урок 15	Урок 16	Урок 17	Урок 18. Задачи для самопроверки
К	№181 (3,4)	№ 182 (1)	№ 182 (2)	№ 207–209, 210 (1), 211, 212, 213 (1)
П	№ 183 (б), 185, 188–190	№ 183 (в), 187 (2), 194	№ 184, 195	№ 214, 215
Д	п. 1.2.4, № 197, 199, 200	№ 182 (3), 198 (2), 202 (1)	№ 182 (4), 202 (2)	№ 210 (2, 3), 213 (2)
С	№ 204	№ 205	№ 206	№ 205

Упражнения № 142–146 направлены на формирование умения строить математические модели к задачам первого и второго типа, находить значения буквенных выражений, решать простые и составные уравнения, упрощать буквенные выражения, пользуясь свойствами чисел.

<u>№ 142.</u>

1) $3a + 2b$

Если $a = 25$, $b = 60$, то $3 \cdot 25 + 2 \cdot 60 = 75 + 120 = 195$.

2) $(m + n) \cdot 15$

Если $m = 75$, $n = 45$, то $(75 + 45) \cdot 15 = 1800$.

3) $(1360 - 3d) : c$

Если $d = 240$, $c = 2$, то $(1360 - 3 \cdot 240) : 2 = 320$.

4) $(x - 7y) : 4$

Если $x = 400$, $y = 24$, то $(400 - 7 \cdot 24) : 4 = 58$.

5) $2\,(a + 600 : 2)$

Если $a = 30$, то $2(30 + 600 : 30) = 100$.

6) $c(b : 2 - c)$

Если $c = 80$, $b = 360$, то $80 \cdot (360 : 2 - 80) = 8000$.

<u>№ 143.</u>

1) $55 - 8x = 7$
$8x = 55 - 7$
$8x = 48$
$x = 48 : 8$
$\underline{x = 6}$

2) $27 : y + 29 = 38$
$27 : y = 38 - 29$
$27 : y = 9$
$y = 27 : 9$
$\underline{y = 3}$

3) $(t - 25) : 20 = 9$
$t - 25 = 9 \cdot 20$
$t - 25 = 180$
$t = 180 + 25$
$\underline{t = 205}$

4) $6 \cdot (18 - k) = 54$
$18 - k = 54 : 6$
$18 - k = 9$
$k = 18 - 9$
$\underline{k = 9}$

5) $(60a - 30) : 5 = 18$
$60a - 30 = 18 \cdot 5$
$60a - 30 = 90$
$60a = 90 + 30$
$60a = 120$
$a = 120 : 60$
$\underline{a = 2}$

6) $92 + 56 : (14 - b) = 100$
$56 : (14 - b) = 100 - 92$
$56 : (14 - b) = 8$
$14 - b = 56 : 8$
$14 - b = 7$
$b = 14 - 7$
$\underline{b = 7}$

7) $(c : 9) \cdot 15 - 47 = 28$
$(c : 9) \cdot 15 = 28 + 47$
$(c : 9) \cdot 15 = 75$
$c : 9 = 75 : 15$
$c : 9 = 5$
$c = 5 \cdot 9$
$\underline{c = 45}$

8) $(410-d):7+70=120$
$(410-d):7=120-70$
$(410-d):7=50$
$410-d=50\cdot7$
$410-d=350$
$d=410-350$
$\underline{d=60}$

№ 144.

а) $x:7+25=34$
$x:7=34-25$
$x:7=9$
$x=9\cdot7$
$\underline{x=63}$

б) $(x+9)\cdot6=282$
$x+9=282:6$
$x+9=47$
$x=47-9$
$\underline{x=38}$

в) $(80:x+13)\cdot4=72$
$80:x+13=72:4$
$80:x+13=18$
$80:x=18-13$
$80:x=5$
$x=80:5$
$\underline{x=16}$

г) $70-(3+x)\cdot5=15$
$(3+x)\cdot5=70-15$
$(3+x)\cdot5=55$
$3+x=55:5$
$3+x=11$
$x=11-3$
$\underline{x=8}$

№ 145.

1) $4+19+a=23+a$;
2) $75+(b+32)=75+32+b=107+b$;
3) $8+c+(c+2)=8+2+c+c=10+2c$;
4) $d+3+(d+12)=d+3+d+12=15+2d$;
5) $4\cdot x\cdot3=12x$;
6) $y\cdot8\cdot7=56y$;
7) $6\cdot t\cdot3\cdot k\cdot10=180tk$;
8) $p\cdot2\cdot9\cdot l\cdot5\cdot m=90plm$;
9) $6b+2b=(6+2)b=8b$;
10) $12x-x=(12-1)x=11x$;
11) $4a+a+2a=7a$;
12) $9n-3n-n=5n$.

№ 146.

1) x дм – в третьем куске, во втором – $x+5$ (дм)
$8+x+5=17$
$13+x=17$
$x=17-13$
$\underline{x=4}$
$17+4=21$ (дм)
Ответ: в третьем куске 4 дм, длина всей веревки 2 м 1 дм.

2) x г – вишни, $x-200$ (г) – слив
$400+x+x-200=1600$
$200+2x=1600$
$2x=1600-200$
$2x=1400$
$x=1400:2$
$\underline{x=700}$
$700-200=500$ (г)
Ответ: слив взяли 500 г, а вишен 700 г.

3) x руб. – стоит галстук, $2x$ руб. – стоит рубашка, $2x \cdot 8$ (руб.) – стоит костюм.
$16x = 4800$
$x = 4800 : 16$
$\underline{x = 300}$
Ответ: галстук стоит 300 руб.

4) x а – площадь огорода, $4x$ а – площадь сада, $4x \cdot 5$ а – площадь поля.
$20x = 120$
$x = 120 : 20$
$\underline{x = 6}$
Ответ: площадь огорода 6 ар.

5) x кг – одна часть раствора, песка – $3x$ кг, цемента – $2x$ кг
$3x + 2x = 60$
$5x = 60$
$x = 60 : 5$
$\underline{x = 12}$
$4 \cdot 12 = 36$ (кг)
$2 \cdot 12 = 24$ (кг)
Ответ: необходимо взять 36 кг песка, 24 кг цемента.

6) x ц – одна часть пшеницы, $4x$ ц – мука, x ц. – отходы
$4x - x = 72$
$3x = 72$
$x = 72 : 3$
$\underline{x = 24}$
$4 \cdot 24 = 96$ (ц)
$96 + 24 = 120$ (ц)
Ответ: смололи 120 ц пшеницы.

7) x л. – возраст сына, $3x$ л. – возраст отца.
$3x - x = 34$
$2x = 34$
$x = 34 : 2$
$\underline{x = 17}$
$3 \cdot 17 = 51$
Ответ: сыну 17 лет, отцу 51 год.

8) x км/ч – скорость землеройки, $2x$ км/ч – скорость зайца.
$2x - x = 25$
$x = 25$
$\underline{x = 4}$
$25 \cdot 2 = 50$ (км/ч)
Ответ: скорость землеройки 25 км/ч, скорость зайца 50 км/ч.

9) x цветов в первой вазе, $5x$ цветов во второй вазе, $3x$ цветов в третьей вазе.
$x + 5x + 3x = 27$
$9x = 27$
$x = 27 : 9$
$\underline{x = 3}$
$5 \cdot 3 = 15$
$3 \cdot 3 = 9$
Ответ: в первой вазе 3 цветка, во второй вазе 15 цветков, в третьей вазе 9 цветков.

10) x км – прошел пешком; $2x$ км – проплыл на лодке, $6 \cdot 2x$ (км) – проехал на лошади.

$x + 2x + 12x = 105$

$15x = 105$

$x = 105 : 15$

$\underline{x = 7}$

$12 \cdot 7 = 84$ (км)

Ответ: на лошади проехал 84 км.

Упражнение № 168 направлено на формирование умения строить математические модели к задачам третьего типа, применять метод проб и ошибок для работы с математическими моделями задач третьего типа.

№ 168.

1)

Длина, дм	Ширина, дм	Площадь, дм^2
$x + 13$	x	68, или $x(x + 13)$

$x(x + 13) = 68$

Если $x = 4$, то $4 \cdot (4 + 13) = 68$

$4 \cdot 17 = 68$

$68 = 68$ (И).

Если $x < 4$, то $x(x + 13) < 68$.

Если $x > 4$, то $x(x + 13) > 68$.

Ответ: длина 17 дм, ширина 4 дм.

2)

Длина, см	Ширина, см	Площадь, см^2
x	$x - 9$	90, или $x(x - 9)$

$x(x - 9) = 90$

Если $x = 15$, то $15 \cdot (15 - 9) = 90$

$15 \cdot 6 = 90$

$90 = 90$ (И).

Если $x < 15$, то $x(x - 9) < 90$.

Если $x > 15$, то $x(x - 9) > 90$.

Ответ: длина 15 см, ширина 6 см.

3)

Длина, м	Ширина, м	Площадь, м^2
$2x$	x	18, или $x \cdot 2x$

$x \cdot 2x = 18$

Если $x = 3$, то $3 \cdot 2 \cdot 3 = 18$

$18 = 18$ (И).

Если $x< 3$, то $x \cdot 2x < 18$.

Если $x> 3$, то $x \cdot 2x > 18$.

$(3 + 6) \cdot 2 = 18$ (м)

Ответ: периметр прямоугольника 18 м.

4)

Длина, дм	Ширина, дм	Площадь, дм^2
$4x$	x	64, или $x \cdot 4x$

$x \cdot 4x = 64$
$x \cdot x = 16$
Если $x = 4$, то $4 \cdot 4 = 16$ (И).
Если $x < 4$, то $x \cdot x < 16$.
Если $x > 4$, то $x \cdot x > 16$.
$4 \cdot 4 = 16$ (дм).
$(4 + 16) \cdot 2 = 40$ (дм).
Ответ: периметр равен 40 дм.

5) *x см* – сторона квадрата.
$(x + 3)(x - 4) = 30$
Если $x = 7$, то $(7 + 3)(7 - 4) = 30$ (И).
Если $x < 7$, то $(x + 3)(x - 4) < 30$.
Если $x > 7$, то $(x + 3)(x - 4) > 30$.
Ответ: сторона квадрата 7 см.

6) *x м* – сторона квадрата.
$(x + 5)(x - 1) = 91$
Если $x = 8$, то $(8 + 5)(8 - 1) = 91$ (И).
Если $x < 8$, то $(x + 5)(x - 1) < 91$.
Если $x > 8$, то $(x + 5)(x - 1) > 91$.
Ответ: площадь квадрата 64 м^2.

Упражнения № 181–182 направлены на формирование умения строить математические модели к задачам четвертого и пятого типа, применять метод полного перебора для работы с такими математическими моделями.

№ 181.
1)

	Количество карандашей в одной коробке	Количество коробок	Общее количество карандашей
Большие коробки	$y + 3$	$x - 2$	36
Маленькие коробки	y	x	36

$$\begin{cases} xy = 36 \\ (x - 2)(y + 3) = 36 \end{cases}$$

x	3	4	6	9	12	18	36
y	12	9	6	4	3	2	1

$x = 6$; $y = 6$
Ответ: 6 коробок по 6 карандашей.

2)

	Количество человек в одной секции	Количество секций	Общее количество человек
Большие группы	y	x	60
Маленькие группы	$y - 3$	$x + 1$	60

$$\begin{cases} xy = 60 \\ (x + 1)(y - 3) = 60 \end{cases}$$

x	15	12	10	6	5	4	3	2	1
y	4	5	6	10	12	15	20	30	60

$x = 4; y = 15$

Ответ: 4 группы по 15 человек.

3)

	Количество прочитанных страниц в день	Количество дней	Общее количество страниц
1 ситуация	y	x	120
2 ситуация	$y + 10$	$x - 1$	120

$$\begin{cases} xy = 120 \\ (y + 10)(x - 1) = 120 \end{cases}$$

x	40	30	24	20	15	12	10	8	6	5	4	3	2	1
y	3	4	5	6	8	10	12	15	20	24	30	40	60	120

$x = 4; y = 30$

Ответ: за 3 дня по 40 страниц.

4)

	Количество сшитых костюмов в день	Количество дней	Общее количество костюмов
1 ситуация	y	x	150
2 ситуация	$y + 1$	$x - 5$	150

$$\begin{cases} xy = 150 \\ (y + 1)(x - 5) = 150 \end{cases}$$

y	25	15	10	6	5	3	2	1
x	6	10	15	25	30	50	75	150

$y = 5; x = 30$

Ответ: по 6 костюмов за 25 дней.

№ 182.

1) $10x + y = xy + 66$

$xy + 66 \geqslant 66$; $10x + y \geqslant 66$

$x = 6,\quad 60 + y = 6y + 66$

$60 + y - y = 6y + 66 - y$

$60 = 5y + 66$ (не существует)

$x = 7,\quad 70 + y = 7y + 66$

$70 + y - y = 7y + 66 - y$

$70 = 6y + 66$

$6y = 4$ (не существует)

$x = 8,\quad 80 + y = 8y + 66$

$80 + y - y = 8y + 66 - y$

$80 = 7y + 66$

$7y = 14$

$y = 2$ **82**

$x = 9,\quad 90 + y = 9y + 66$

$90 + y - y = 9y + 66 - y$

$90 = 8y + 66$

$8y = 24$

$y = 3$ **93**

Ответ: задуманы числа 82; 93.

2) $10x + y = xy + 25$

$xy + 25 \geqslant 25$ $10x + y \geqslant 25$

$x = 2,$ $20 + y = 2y + 25$

$20 = y + 25$ (не существует)

$x = 3,$ $30 + y = 3y + 25$

$30 = 2y + 25$

$2y = 5$ (не существует)

$x = 4,$ $40 + y = 4y + 25$

$40 = 3y + 25$

$3y + 15$

$y = 5$ **45**

$x = 5,$ $50 + y = 5y + 25$

$50 = 4y + 25$

$4y = 25$ (не существует)

$x = 6,$ $60 + y = 6y + 25$

$60 = 5y + 25$

$5y = 35$

$y = 7$ **67**

$x = 7,$ $70 + y = 7y + 25$

$70 = 6y + 25$

$6y = 45$ (не существует)

$x = 8,$ $80 + y = 8y + 25$

$80 = 7y + 25$

$7y = 55$ (не существует)

$x = 9,$ $90 + y = 9y + 25$

$90 = 8y + 25$

$8y = 65$ (не существует)

Ответ: задуманы числа 45; 67.

3) $x + y + 19 = xy$

$x + y + 19 \geqslant 19$ $xy \geqslant 19$

$x = 3,$ $3 + y + 19 = 3y$

$22 = 2y$ (не существует)

$x = 4,$ $4 + y + 19 = 4y$

$23 = 3y$ (не существует)

$x = 5,$ $5 + y + 19 = 5y$

$24 = 4y$

$y = 6$ **56**

$x = 6,$ $6 + y + 19 = 6y$

$25 = 5y$

$y = 5$ **65**

$x = 7,$ $7 + y + 19 = 7y$

$26 = 6y$ (не существует)

$x = 8,$ $8 + y + 19 = 8y$

$27 = 7y$ (не существует)

$x = 9,$ $9 + y + 19 = 9y$

$28 = 8y$ (не существует)

Ответ: искомые числа 56; 65.

4) $2(x + y) = 10x + y$

$2x + 2y = 10x + y$

$y = 8x$

$x = 1, y = 8$ **18**

$x = 2, y = 16$ (не существует)

при $x > 2$ $y > 16$

Ответ: 18.

5) $10x + y - 45 = 10y + x$

$9x - 45 = 9y$

$x - 5 = y$

61; 72; 83; 94

Ответ: искомые числа 61; 72; 83; 94.

6) $10x + y + 27 = 10y + x$

$9x + 27 = 9y$

$x + 3 = y$

14; 25; 36; 47; 58; 69.

Ответ: искомые числа 14; 25; 36; 47; 58; 69.

Задачи для самопроверки.

<u>№ 204.</u>

4) $3 + 2 + (a - 3b) : c$

№ 205.
$110 - (x + 14) - 4 = 18$
$(x + 14) - 4 = 110 - 18$
$(x + 14) - 4 = 92$
$x + 14 = 92 : 4$
$x + 14 = 23$
$x = 23 - 14$
$x = 9$
Ответ: задумали число 9.

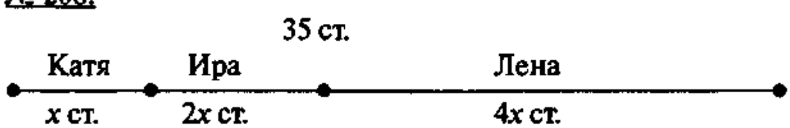
№ 206.
1) $a + 4 + 3a + 12 = 4a + 16$; 2) $m - 8 - n - 9 = 72mn$; 3) $16x - 7x - 2x = 7x$.

№ 207.
1) $y : (x : 5)$
Если $x = 15$, $y = 36$, то $36 : (15 : 5) = 12$.
Ответ: потребуется 12 банок.

2) $n : 7 \cdot 4$
Если $n = 280$, то $280 : 7 \cdot 4 = 160$.
Ответ: надо закупить 160 батонов.

3) $40a - (a + 2) \cdot b$
Если $a = 4$, $b = 25$, то $40 \cdot 4 - (4 + 2) \cdot 25 = 10$
Ответ: на 10 м.

№ 208.



$x + 2x + 4x = 35$
$7x = 35$
$x = 35 : 7$
$x = 5$
$5 \cdot 2 = 10$ (ст.)
$5 \cdot 4 = 20$ (ст.)
Ответ: Катя собрала 5 стаканов, Ира – 10 стаканов, Лена – 20 стаканов.

№ 209.

	Длина, см	Ширина, см	Площадь, см^2
	x	$x - 4$	$x(x - 4)$, или 32

$x(x - 4) = 32$
Если $x = 8$, то $8 \cdot (8 - 4) = 32$
$8 \cdot 4 = 32$
$32 = 32$ (И).
Если $x < 8$, то $x \cdot (x - 4) < 32$.
Если $x > 8$, то $x \cdot (x - 4) > 32$.
$(8 + 4) \cdot 2 = 24$ (см).
Ответ: периметр 24 см.

№ 210.

1) $10x + y = xy + 34$

$xy + 34 \geqslant 34 \quad 10x + y \geqslant 34$

Если $x = 4$, то $40 + y = 4y + 34$

$40 = 3y + 34$

$3y = 40 - 34$

$3y = 6$

$y = 6 : 3$

$y = 2$ **42**

Если $x = 5$, то $50 + y = 5y + 34$

$50 = 4y + 34$

$4y = 50 - 34$

$4y = 16$

$y = 16 : 4$

$y = 4$ **54**

Если $x = 6$, то $60 + y = 6y + 34$

$60 = 5y + 34$

$5y = 60 - 34$

$5y = 26$ (не существует)

Если $x = 7$, то $70 + y = 7y + 34$

$70 = 6y + 34$

$6y = 70 - 34$

$6y = 36$

$y = 36 : 6$

$y = 6$ **76**

Если $x = 8$, то $80 + y = 8y + 34$

$80 = 7y + 34$

$7y = 80 - 34$

$7y = 46$ (не существует)

Если $x = 9$, то $90 + y = 9y + 34$

$90 = 8y + 34$

$8y = 90 - 34$

$8y = 56$

$y = 56 : 8$

$y = 7$ **97**

Ответ: искомые числа 42; 54; 76; 97.

2)

	Всего гирлянд	Кол-во гирлянд	Кол-во учеников
По плану	48	x	y
Действительно	48	$x - 4$	$y + 2$

$$\begin{cases} xy = 48 \\ (x-4)(y+2) = 48 \end{cases}$$

$x > 4$

x	6	8	12	16	24	48
y	8	6	4	3	2	1

$x = 12; y = 4$

Ответ: учеников было 4, каждый сделал 12 гирлянд.

№ 211.

1) 295 707; 4) 9070;
2) 1 035 000; 5) 608;
3) 7 682 880; 6) 450.

№ 212.

189 + [(747 – 699) – 13 – 35] : 19 = 220.

§ 3. Язык и логика (11 ч)

Особенности изучения учебного содержания

Эта тема продолжает развитие **логико-языковой** содержательно-методической линии. В ходе изучения темы «Язык и логика», привлекается особое внимание к развитию математической речи учащихся. В начальной школе учащиеся познакомились с понятием высказывания, в 5 классе это понятие уточняется. Учащиеся знакомятся с понятиями темы и ремы высказывания, что, несомненно, поможет им при изучении геометрии в старших классах. Кроме того, в содержание этой темы входит знакомство с различными видами высказываний и методами их доказательства.

1. Отличительной чертой данной программы является то, что «логический материал» располагается не отдельным блоком, а вводится порционно. В целом (за 5–6 классы) логико-языковая линия выстраивается в цепочку взаимосвязанных вопросов: математический язык – высказывания – доказательство – методы доказательства – определения – равносильные предложения – отрицание – логическое следование – теорема.

2. В ходе изучения третьего параграфа учащиеся повторяют изученный в начальной школе материал параллельно с рассмотрением новых тем. Учитель должен понимать, что основной целью остается повторение и своевременное устранение пробелов в знаниях детей. Знакомство с понятиями математической логики осуществляется на материале, изученном детьми в начальной школе. Так, например, для закрепления новых понятий темы и ремы высказывания используется утверждение: «На рисунке закрашено $\frac{8}{15}$ квадрата». Понятно, что при выполнении этого задания учащиеся повторяют понятие «дроби», вспоминают, что показывает числитель, а что знаменатель, повторяют понятие квадрата.

3. С элементами математической логики учащиеся начали знакомиться еще в начальной школе. Ребята имеют представление о том, какие предложения являются высказываниями, они получили первичный опыт работы с общими высказываниями и высказываниями о существовании, но без введения их определений. Кроме того, они доказывали и опровергали высказывания на интуитивном уровне. В пятом классе ребята узнают, как доказать истинность высказывания о существовании и опровергнуть общее высказывание. Знакомятся с такими методами доказательства общих высказываний, как метод перебора и метод введения обозначений.

4. Принципиально новым для учащихся методом доказательства общих высказываний является метод введения обозначений. Необходимо отметить, что основной целью изучения этого метода является не выработка у учащихся навыка доказательства общих высказываний, а формирование умения записывать на математическом языке натуральные числа, четные, нечетные числа, последовательные числа и т. п.

5. Метод доказательства общих высказываний в дальнейшем будет эффективно использоваться в курсе. Уже при изучении следующей темы «Делимость» свойства и некоторые признаки делимости будут доказываться. В этом разделе идет подготовка инструмента, с помощью которого потом будет проводиться доказательство.

6. Отличительной чертой данной программы является то, что «логический материал» вводится не на математическом содержании и только потом отрабатывается на математическом. Такой подход стимулирует интерес детей и помогает пятиклассникам усвоить содержание темы.

7. Нужно учитывать, что содержание логической линии носит развивающий характер и является своеобразным фоном для повторения и закрепления всех остальных линий курса. Поэтому при изучении тем логической линии рекомендуется примерно 30% (до 15 мин) урока отводить на формирование логических понятий и связанных с ними умений, а остальные 70% – на повторение и систематизацию знаний и умений по основным линиям курса.

При изучении этой темы учитель может столкнуться с тем, что родители учащихся будут задавать вопросы о целесообразности изучения элементов математической логики в пятом классе. Учитель может им пояснить, что материал носит развивающий характер.

Всегда считалось, что логика учащихся развивается автоматически по мере овладения математическими знаниями. Однако практика показывает, что это отнюдь не всегда так. В средней школе ученики сталкиваются с трудностью при формулировке прямого и обратного утверждения, а это умение (в качестве «готового», уже «когда-то» сформированного) необходимо на уроках геометрии.

Многие учащиеся просто не понимают смысла того или иного утверждения с использованием логических связок («не», «и», «или»), теряются при обосновании какого-то утверждения, при выделении главного в тексте. Привлечение специального внимания к понятиям логики и развитию речи учащихся помогает в разрешении данных проблем.

Родителям нужно объяснить, что этот материал изучается еще и с целью повышения уровня владения учащимися родным языком с точки зрения правильности и точности выражения мыслей в своей речи. Новые логические понятия и отношения лишь сначала являются объектом изучения, а в будущем будут использоваться детьми при решении различных задач. И этим инструментом учащиеся смогут пользоваться намного успешнее, если сначала изучат основные понятия логики.

До родителей следует донести, что этот материал изучается только в том объеме, который необходим ребятам для более эффективного его применения при изучении математики и других предметов, а также для развития логического мышления и речи. А умение ясно выражать свои мысли, выделять причину и следствие, развитое логическое мышление, несомненно, сделает будущее их детей более успешным.

П. 1.3.1. Высказывания (1 ч)

Основные содержательные цели

1) Продолжить формировать представление о высказывании, умение выделять из множества предложений высказывания, сформировать представление о понятиях «тема», «рема», умение выделять в высказываниях тему и рему, умение устанавливать истинность и ложность высказываний.

2) Повторить и закрепить понятие дроби, способы решения задач на дроби; тренировать вычислительные навыки, умение решать примеры на порядок действий.

Тема относится к логической содержательно-методической линии курса математика «Учусь учиться».

Здесь учащиеся знакомятся с понятием высказывания как предложением (утверждением), о котором можно сказать, истинно оно ложно. Вводятся понятия «темы» высказывания (того, о чем говорится) и его «ремы» (того, что сообщается о «теме»). При этом важно не просто заучить определения данных понятий, а включить их в систематическую практику для осознания смысла высказанных утверждений. Например, когда ученик высказывает суждение, в котором отсутствует смысл, можно попросить его назвать тему и рему своего высказывания. Это поможет ему уточнить свою мысль, разобраться в том, что именно он хочет сказать.

Для лучшего усвоения понятий «тема» и «рема» целесообразно организовать работу с учебником, предложив учащимся подчеркнуть в рассматриваемых утверждениях «тему» одной чертой, а «рему» – двумя.

№ 214, 217–219 готовят учащихся к доказательству истинности и ложности утверждений.

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5–6 классов основной школы авторов Г.В. Дорофеева, Л.Г. Петерсон по программе «Учусь учиться» по этому пункту предлагается сценарий 21.

Урок 21 **Высказывания.**

Новое знание.
Понятия «тема», «рема».
Задание на пробное действие.
На доске утверждение: «В слове «танцы» пять букв».
Задание: назовите тему и рему в данном утверждении.
Фиксация затруднения.
– Я не могу назвать тему и рему в данном утверждении.
Фиксация причины затруднения.
– Я не знаю, что такое тема и рема в высказывании.
Цель деятельности.
Узнать, что такое тема и рема в высказывании.

Эталоны

Высказывание – это предложение, о котором можно сказать, истинно оно или ложно.

Темой называют то, о чем говорится в высказывании, а ремой – то, что сообщается о теме. Любое высказывание состоит из темы и ремы.

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок	Урок 21
К	№ 213–220
П	№ 221–224
Д	п. 1.3.1, № 227–229
С	№ 231

Упражнения № 213–202 направлены на формирование умения выделять из предложений высказывания, определять в утверждениях рему и тему, записывать высказывания на математическом языке, определять истинность и ложность высказываний.

№ 218 позволяет тренировать умение находить значение буквенного выражения при заданных значениях букв, а № 220 тренирует вычислительные навыки.

№ 213.

а) Не является высказыванием.

Т Р

б) Учебный год в России начинается 1 сентября.

в) Не является высказыванием.

Т Р

г) Каир – столица Египта.

д) Не является высказыванием.

Т Р

е) Трижды восемь – двадцать восемь.

№ 214.

Т Р

а) В каждом январе 31 день. (И)

Т Р

б) В каждом феврале 28 дней. (Л)

Т Р

в) Следующий день после воскресенья – вторник (Л)

Т Р

г) В неделе семь дней. (И)

Т Р

д) В слове «определение» 6 слогов (И).

Т Р

е) Слово «дерево» является глаголом (Л).

Т Р

ж) В слове «учащийся» окончанием является «ся» (Л)

Т Р

з) Сумма всех десяти цифр равна 45 (И)

Т Р

и) Всякое трёхзначное число больше 100 (Л)

Р Т

к) Существует наибольшее пятизначное число (И)

Р Т

л) Существует наибольшее натуральное число (Л)

Р Т

м) Существует наименьшее натуральное число (И)

Т Р

н) На рисунке закрашено $\frac{8}{15}$ квадрата (Л).

№ 216.

Данное упражнение тренирует не только умение определять истинность и ложность утверждений, но и умение переводить с русского языка на математический.

а) $3 < 5$ (И);
б) $3 > 5$ (Л);
в) $3 \leqslant 5$ (И);
г) $3 \leqslant 5$ (И);
д) $3 \geqslant 5$ (Л);
е) $3 \geqslant 5$ (Л).

№ 217.

1) И	5) Л	9) И	сумма 12 и 17 не меньше 29; сумма 12 и 17 больше или равна 29
2) Л	6) И	10) И	сумма 12 и 17 не больше 29; сумма 12 и 17 меньше или равна 29
3) Л	7) И	11) И	сумма 12 и 17 не меньше 28; сумма 12 и 17 больше или равна 28
4) Л	8) Л	12) Л	сумма 12 и 17 не больше 28; сумма 12 и 17 меньше или равна 28

№ 218.

Данное упражнение направлено не только на тренировку умения определять истинность и ложность утверждений, но и умения находить значение буквенного выражения при данных значениях букв, тренирует вычислительные навыки.

а) $12x - 35y = 1$

Если $x = 3$, $y = 1$, то $12 - 3 - 35 - 1 = 1$

$36 - 35 = 1$

$1 = 1$ (И).

При указанных значениях букв предложение становится истинным утверждением.

б) $14x - 26y = 0$

Если $x = 6$, $y = 3$, то $14 - 6 - 26 - 3 = 0$

$$84 - 78 = 0$$

$$6 = 0 \text{ (Л)}.$$

При указанных значениях букв предложение становится ложным утверждением.

в) $2x - y > 27$

Если $x = 14$, $y = 5$, то $2 - 14 - 5 > 27$

$$28 - 5 > 27$$

$$23 > 27 \text{ (Л)}.$$

При указанных значениях букв предложение становится ложным утверждением.

г) $x + 2y < 649$

Если $x = 8$, $y = 320$, то $8 + 2 - 320 < 649$

$$8 + 640 < 649$$

$$648 < 649 \text{ (И)}.$$

При указанных значениях букв предложение становится истинным утверждением.

д) $5x - 6y \geqslant 28$

Если $x = 8$, $y = 2$, то $5 - 8 - 6 - 2 \geqslant 28$

$$40 - 12 \geqslant 28$$

$$28 \geqslant 28 \text{ (И)}.$$

При указанных значениях букв предложение становится истинным утверждением.

е) $3x + y \leqslant 210$

Если $x = 60$, $y = 25$, то $3 \cdot 60 + 25 \leqslant 210$

$$180 + 25 \leqslant 210$$

$$205 \leqslant 210 \text{(И)}.$$

При указанных значениях букв предложение становится истинным утверждением.

№ 219.

а) Л, привести контрпример;
б) Л, привести контрпример;
в) И;
г) Л;
д) И;
е) И;
ж) И;
з) И.

№ 220.

$$\frac{28\,693 : (7077 - 2978) \cdot 507}{35 \cdot 202 - 51\,948 : (1577 - 44 \cdot 35) + 334} = \frac{3549}{6000}$$

1) $7077 - 2978 = 4099$;
2) $28\,693 : 4099 = 7$;
3) $7 - 507 = 3549$;
4) $44 - 35 = 1540$;
5) $1577 - 1540 = 37$;
6) $51\,948 : 37 = 1404$;
7) $35 \cdot 202 = 7070$;
8) $7070 - 1404 = 5666$;
9) $5666 + 334 = 6000$.

$$\frac{3549}{6000} = \frac{3549}{6000} \text{ (И)}$$

П. 1.3.2. Общие утверждения (1 ч)

Основные содержательные цели

1) Сформировать представление о понятии «общее утверждение», умение к их распознаванию, выражению в речи разными способами, опровержению с помощью контрпримера, к доступным приемам доказательства общих утверждений.

2) Повторить и закрепить: понятие дроби и три типа задач на дроби; понятия прямой, луча и отрезка; углы и их виды, свойство смежных и вертикальных углов; понятие параллелепипеда (вершины, граней, ребра); решение примеров на порядок действий с многозначными числами; решение уравнений.

Особенности изучения учебного содержания

Из множества всех высказываний выделяются «общие» высказывания (в которых утверждается, что некоторое свойство верно для всех элементов некоторого множества). Для распознавания вида высказывания на первых порах предлагается использовать слова-подсказки, которые указывают на вид высказывания (для общих высказываний – слова типа *все*, *любой*, *всякий*, *каждый* и т. д.).

Затем у учащихся формируется опыт формулирования высказываний в разной языковой форме. Им надо показать, что в некоторых утверждениях общего вида обобщающие слова опускаются. В этом случае, чтобы точно определить вид высказывания, можно подставить в него какое-либо обобщающее слово (*все*, *любой*, *всякий*, *каждый* и т. д.), и, если его смысл не поменяется, сделать вывод о том, что данное высказывание является общим. Например, утверждение «При умножении числа на 1 получается то же самое число» является высказыванием общего вида, так как оно имеет тот же смысл, что и утверждение «При умножении *любого* числа на 1 получается то же самое число».

Учащиеся устанавливают, что для того, чтобы *доказать* общее высказывание (т. е. обосновать его истинность), надо показать, что свойство, о котором в нем говорится, выполняется для каждого элемента рассматриваемого множества. А чтобы его *опровергнуть* (обосновать, что общее высказывание ложно), достаточно привести хотя бы один пример (*контрпример*), для которого указанное свойство не выполняется.

№ 234 готовит учащихся к доказательству истинности и ложности утверждений.

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5–6 классов основной школы авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсон по программе «Учусь учиться» по этому пункту предлагается сценарий 22.

Урок 22 Общие утверждения.

Новое знание.

Понятие «общее утверждение».

Задание на пробное действие.

Определить основной признак, который отличают друг от друга два утверждения:

а) Сумма чисел 28 и 16 кратна 2.

б) Сумма любых двух четных чисел – четное число.

Фиксация затруднения.

– Я не могу определить основной признак, который отличают друг от друга два утверждения.

Фиксация причины затруднения.

– Я не знаю основной признак, который отличают друг от друга два утверждения.

Цель деятельности.

Узнать отличительный признак данных утверждений.

Эталон

Высказыванием общего вида называют высказывание, в котором утверждается, что *все* элементы заданного множества обладают определенным свойством.

Методические рекомендации к выполнению заданий, решения и ответы

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок	Урок 22
К	№ 232–234
П	№ 235–238, 225, 242
Д	п. 1.3.2, № 246, 247, 249
С	№ 250

Упражнения № 232–234 направлены на формирование умения выделять из множества утверждений высказывания общего вида, доказывать ложность общих высказываний, приводя контрпримеры.

<u>№ 232.</u>

Общее утверждение: 1); 3); 4); 6); 7); 9); 11).

<u>№ 234.</u>

а) 1 не больше 1;
б) число 3 не делится на 2;
в) 10 делится на 5, но оканчивается цифрой 0;
г) Владивосток – город России, но он не находится в Европе;
д) Париж – город Европы, но он не находится в России;
е) в феврале меньше 30 дней;
ж) атташе – муж. род;
з) подлежащее может быть выражено, например, местоимением.

П. 1.3.3. «Хотя бы один» (2 ч)

Основные содержательные цели

1) Сформировать представление о понятии *утверждение о существовании,* умение его распознавать, выражать в речи разными способами, доказывать с помощью соответствующего примера и доступным способом опровержения.

2) Повторить и закрепить: действия с дробями и смешанными числами; решение задач на проценты; понятия делителя и кратного; формулу объема прямоугольного параллелепипеда.

Из множества всех высказываний выделяются высказывания «о существовании» (в которых утверждается, что в заданном множестве существует хотя бы один элемент, обладающий определенным свойством). Для распознавания вида высказывания на первых порах предлагается использовать слова-подсказки, которые указывают на вид высказывания (для высказываний о существовании – слова типа *существует*, *некоторый*, *хотя бы один*, *можно найти* и т. д.). У учащихся формируется опыт формулирования высказываний различных видов в разной языковой форме.

В данном пункте учащиеся устанавливают, что для доказательства высказывания о существовании достаточно привести хотя бы один пример, а чтобы его *опровергнуть*, надо показать, что указанное свойство не выполняется ни для одного из элементов указанного множества.

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5–6 классов основной школы авторов Г.В. Дорофеева, Л.Г. Петерсон по программе «Учусь учиться» по этому пункту предлагаются сценарии 23, 24.

Урок 23 «Хотя бы один».

Новое знание.

Понятие «утверждение о существовании».

Задание на пробное действие.

Открыть учебник на *стр.* 64, № 249 (1).

Выпишите буквы высказываний, которые являются высказываниями о существовании, обосновав свой выбор.

Фиксация затруднения.

– Я не могу выписать буквы высказываний, которые являются высказываниями о существовании, обосновав свой выбор.

Фиксация причины затруднения.

– Я не знаю, какие высказывания являются высказываниями о существовании.

Цель деятельности.

Узнать, какие высказывания называются высказывания о существовании.

Эталон

> **Высказыванием о существовании** называют высказывание, в котором утверждается, что в заданном множестве существует *хотя бы один* элемент, обладающий определенным свойством.

Урок 24 Урок рефлексии.

На данном уроке формируется умение анализировать свою деятельность, фиксировать возникшие затруднения, выявлять причины возникших затруднений, исправлять свои ошибки. Также тренируются умения определять вид утверждений, доказывать истинность утверждений о существовании и ложность общих утверждений.

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для уроков

Урок	Урок 23	Урок 24 (Р)
К	№ 252–255	№ 256–258
П	№ 259, 261–264, 270	№ 260, 265–269, 278 (1)
Д	п.1.3.3, № 272, 274, 275	№ 273, 276, 278 (2)
С	№ 279	№ 251

Упражнения № 252–258 направлены на формирование умения выделять из множества утверждений высказывания типа «Хотя бы один», доказывать их истинность, приводя примеры.

№ 252.

Общие	«хотя бы один»	Ни те, ни другие
4), 8), 11)	1), 2), 3), 5), 6), 7), 9), 10)	12)

№ 253.

1) Любая птица имеет крылья. Каждая птица имеет крылья.

2) Есть птицы, которые не умеют летать. Существуют птицы, которые не умеют летать.

№ 255.

а) например, 100;
б) например, 1;
в) 28;
г) 18;
д) 4;
е) 2;
ж) 2;
з) 5;
и) 5;
к) 1.

№ 256.

Приводим примеры.

1) 8;
2) 5;
3) 54;
4) $\frac{2}{4}+\frac{3}{4}=\frac{5}{4}$;
5) 36;
6) 996;
7) 7;
8) 24.

№ 257.

1) Утверждение общее, доказательство приведено неправильно.
2) Правильно.
3) Неверно.
4) Неверно, приведенный пример – существительное.
5) Неверно.

6) Неверно.

№ 258.
1) Ложно, 11.
2) Ложно, 13.
3) Ложно, 1 + 3 > 1 – 3.
4) Истинно, 3.
5) Истинно, 6.
6) Ложно, 20.

П. 1.3.4. О доказательстве общих утверждений (1 ч)

Основные содержательные цели

1) Сформировать представление о способе доказательства общих утверждений методом перебора.

2) Повторить и закрепить: деление с остатком; выделение целой части из неправильной дроби; запись смешанного числа в виде неправильной дроби; измерение углов с помощью транспортира; решение составных задач на части и проценты; приемы устных и письменных вычислений.

Особенности изучения учебного содержания

Для доказательства и опровержения высказываний учащимся предлагается использовать уже изученный ими ранее метод перебора, который заключается в проверке каждого элемента на обладание нужным свойством. Этот метод близок пятиклассникам, потому что имеет опору на житейский опыт. Для демонстрации метода перебора можно использовать наглядную модель, например, доказать, что все конфеты в коробке шоколадные или все геометрические фигуры в ящике – деревянные. Затем у учащихся формируется умение применять метод перебора для доказательства общих высказываний и для опровержения высказываний о существовании. Однако этот метод «работает» лишь для случая конечных множеств.

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5–6 классов основной школы авторов Г.В. Дорофеева, Л.Г. Петерсон по программе «Учусь учиться» по этому пункту предлагается сценарий 25.

Урок 25 **О доказательстве общих утверждений.**

Новое знание.

Способ доказательства общих утверждений на конечном множестве.

Задание на пробное действие.

Доказать утверждение: «Все числа из множества {5, 10, 15, 20, 25, 30} делятся на 5».

Фиксация затруднения.

– Я не могу доказать данное общее утверждение.

Фиксация причины затруднения.

– Я не знаю способа доказательства таких общих утверждений.

Цель деятельности.

Узнать способ доказательства общих утверждений, заданных на конечном множестве.

Эталон

Чтобы доказать *общее высказывание*, надо показать, что оно выполняется для каждого элемента соответствующего ему множества, а чтобы его опровергнуть, достаточно привести контрпример. Чтобы доказать *высказывание о существовании*, достаточно привести хотя бы один пример, а чтобы его опровергнуть, надо показать, что указанное свойство не выполняется ни для одного из элементов данного множества.

Методические рекомендации к выполнению заданий, решения и ответы

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок	Урок 25
К	№ 280, 284
П	№ 285, 286 (1–4), 287, 271
Д	п. 1.3.4, № 293, 294, 277
С	№ 297

Упражнения № 280–284 направлены на формирование умения доказывать общие утверждения на конечном множестве методом перебора.

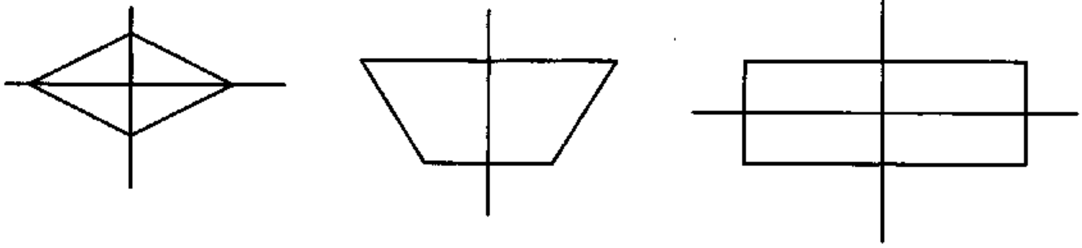
<u>№ 280.</u>

1) 20 : 9 = 2 (ост. 2);
56 : 9 = 6 (ост. 2);
101 : 9 = 11 (ост. 2).

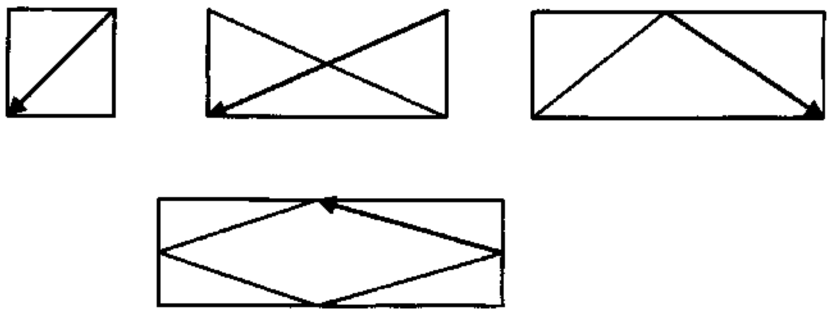
2) 273 : 7 = 39;
343 : 7 = 49;
1505 : 7 = 215.

3) 222 : 37 = 6;
333 : 37 = 9;
555 : 37 = 15.

4) 1001 : 7 = 143;
10 011 001 : 7 = 1 430 143;
100 110 011 001 : 7 = 7 700 770 077;
1001 : 11 = 91;
10 011 001 : 11 = 910 091;
100 110 011 001 : 11 = 9 100 910 091;
1001 : 13 = 77;
10 011 001 : 13 = 770 077;
100 110 011 001 : 13 = 7 700 770 077.



6)



<u>№ 281.</u>

1) Ложно (в июне 30 дней).
2) Ложно (р, н, л, м – звонкие, не имеющие парных глухих).
3) Ложно ($2\frac{7}{8} = \frac{23}{8}$, 23 не равно 83).
4) Ложно (последняя дробь не удовлетворяет неравенству).
5) Истинно (5, 7).
6) Ложно (семь чисел, кратных 3, – 201, 204, 207, 210, 213, 216, 219).
7) Ложно (41 имеет только два делителя).
8) Истинно ($7 \cdot 7$).
9) Ложно (не хватит 5 шариков).

<u>№ 283.</u>

$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 625$;
$5 \cdot 555 = 2\,775$;
$55 \cdot 55 = 3\,025$;
5555 – наибольшее значение (если зачеркнуть все звездочки).

<u>№ 284.</u>

13-я республика не может войти в состав Федерации Бусирия.

1) К	2) К	3) Ж	4) Ж	5) С	6) С
Ж	С	К	С	К	Ж
С	Ж	С	К	Ж	К
7) КЖС	8) КСЖ	9) ЖКС	10) ЖСК	11) СКЖ	12) СЖК

П. 1.3.5. Введение обозначений (3 ч)

Основные содержательные цели

1) Сформировать представление о доказательстве общих утверждений посредством введения обозначений.

2) Повторить и закрепить: координаты на луче и на плоскости; движение по числовому лучу; графики движения; площадь прямоугольного треугольника; операции над множествами; приемы устных и письменных вычислений, решение текстовых задач и уравнений; подготовить изучение темы «Делимость натуральных чисел».

Особенности изучения учебного содержания

Чтобы научиться доказывать общие высказывания, заданные на бесконечных множествах, учащиеся знакомятся с методом введения обозначений. Этот метод является принципиально новым для учащихся, однако в начальной школе с учащимися была проведена значительная подготовительная работа к его введению. У них уже накоплен определенный опыт записи и преобразования буквенных выражений. С помощью них они записывали наблюдаемые закономерности, а начиная со второго класса – доказывали их с опорой на наглядные модели.

Так, во втором классе с помощью отрезка, прямоугольника и прямоугольного параллелепипеда учащиеся обосновывали переместительное, сочетательное, распределительное свойства сложения и умножения. Опыт обозначения буквой неизвестной величины они приобрели в начальной школе при изучении темы «Переменная», а также в пятом классе при решении задач методом математического моделирования. Таким образом, на данном этапе обучения учащиеся хорошо подготовлены к обобщению накопленного ими опыта.

Для проблематизации ситуации им предлагается задание, в котором известный им метод доказательства – метод перебора – надо применить для доказательства общего высказывания на бесконечном множестве. Однако все элементы бесконечного множества уже нельзя испытать, поэтому возникает противоречие, которое побуждает учащихся к поиску нового способа действий.

Используя подводящий диалог, их нужно подвести к самостоятельному открытию того, что на помощь в данном случае могут прийти известные им буквенные обозначения. Обозначив буквой произвольный элемент множества («присвоив ему имя»), проводится доказательство истинности утверждения для этого элемента. Но поскольку элемент был взят произвольный, то истинность утверждения для данного элемента означает, что оно истинно для каждого элемента множества, т. е. для всех его элементов. Таким образом, противоречие получает свое разрешение.

При доказательстве некоторых высказываний потребуется ввести не одно, а несколько обозначений. При этом с учащимися необходимо уточнять, какие «персонажи» и сколько задействованы в данном утверждении, что обозначают введенные буквенные обозначения.

Важно подчеркнуть, что основной целью изучения метода введения обозначений является не выработка у учащихся навыка доказательства общих высказываний, а уточнение их представлений о методах доказательства утверждений и дальнейшее накопление опыта алгебраических преобразований.

Вместе с тем введенный метод доказательства общих утверждений в дальнейшем будет систематически использоваться. Например, уже при изучении темы «Делимость» общие свойства делимости доказываются с помощью введения буквенных обозначений.

Чтобы подготовить изучение делимости чисел, рекомендуется также уточнить и ввести в системную практику использование общепринятых буквенных обозначений – четных и нечетных чисел, последовательных чисел, чисел, кратных данному числу, и др. Для этого можно пользоваться следующей памяткой.

$N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$ – множество натуральных чисел,
n, m, a, b, k и т. д. – натуральные числа,
$n + 1$ – число, следующее за числом n,
$n - 1$ – число, предыдущее числу n,
$2n, 2m, 2a, 2b, 2k$ и т. д. – четные числа,
$2n + 1, 2a + 1$ или $2n - 1, 2a - 1$ и т. д. – нечетные числа,
$5n, 3m, 8a$ и т. д. – числа, кратные соответственно 5, 3, 8.

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5–6 классов основной школы авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсон по программе «Учусь учиться» по этому пункту предлагаются сценарии 26, 27, 28 (Р).

Урок 26 Введение обозначений.

Новое знание.

Способ доказательства общих утверждений на бесконечном множестве.

Задание на пробное действие.

Доказать утверждение: «Сумма любых трех последовательных натуральных чисел делится на 3».

Фиксация затруднения.

– Я не могу доказать данное общее утверждение на бесконечном множестве.

Фиксация причины затруднения.

– Я не знаю способа доказательства общих утверждений, заданных на бесконечном множестве.

Цель деятельности.

Узнать способ доказательства общих утверждений, заданных на бесконечном множестве.

Эталон

Метод введения обозначений

1. Буквой обозначить произвольный элемент множества.
2. Доказать истинность высказывания для этого элемента.

Уроки 27–28 Уроки рефлексии.

Методические рекомендации к выполнению заданий, решения и ответы

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для уроков

Урок	Урок 26	Урок 27 (Р)	Урок 28 (Р)
К	№ 299–301	№ 302–303	№ 304
П	№ 303 (1), 305–308	№ 306(2), 312–314	№ 306 (3), 315

Д	п. 1.3.5, № 326, 333, 335	№ 330, 332, 334	№ 331 (1), 337, 339
С	№ 342 (а, б)	№ 342 (в, г).	№ 343

Упражнения № 299–305 направлены на формирование умения доказывать общие утверждения на бесконечном множестве методом введения обозначений.

№ 299.

$n + (n + 1) + (n + 2) + (n + 3) + (n + 4) = 5n + 10 = 5(n + 2)$

Число представлено в виде произведения, один множитель которого равен 5, значит, число делится на 5.

№ 300.

а) $2n + 2m = 2(n + m)$

Число представлено в виде произведения, один множитель которого равен 2, значит, число делится на 2, т.е. четное.

б) $2n + 2n + 1 = 4n + 1$

$4n$ – четное число, $4n + 1$ – нечетное число.

в) $2n - (2m + 1) = 2n - 2m - 1 = 2(n - m) - 1$

$2(n - m)$ – четное число, $2(n - m) - 1$ – нечетное число.

г) $2n(2n + 1)$ – четное число.

№ 301.

а) $2n + 2n - 1 = 4n - 1$ – $4n$ – четное, $4n - 1$– предыдущее, значит, нечетное число.

б) $2n + 1 + 2k + 1 = 2(n+ k) + 2 = 2((n+ k) + 1)$ – четное число.

в) $(2n + 1) - (2k + 1) = 2n + 1 - 2k - 1 = 2(n - k)$ – четное число.

г) $2n - (2k + 1)$ – четное число.

№ 302.

а) Истинно, т.к. если разность четная, значит, каждое число или четное, или нечетное, а значит, и их сумма четная.

б) Истинно, т. к. если разность нечетная, то одно число четное, а другое нечетное, а значит, и сумма таких чисел нечетная.

в) Ложно, например $6 = 5 + 1$.

г) Ложно, например $6 = 4 + 2$.

д) Ложно, например $6 = 5 + 1$.

е) Ложно, например $6 = 4 + 2$.

№ 303.

1) Чтобы произведение двух чисел разделить на третье число, можно один из множителей разделить на это число и результат умножить на другой множитель. Использованы сочетательный и переместительный законы умножения. Кроме того, использовано свойство: «Если число разделить, а затем умножить на одно и то же число, то получится первоначальное число». Последнее свойство обозначим знаком (*).

2) Чтобы число разделить на произведение двух чисел, можно это число разделить на один из множителей и результат разделить на другой множитель. Использованы переместительный и сочетательный законы умножения и свойство (*).

3) Если делимое и делитель умножить на одно и то же число, то частное не изменится. Использованы переместительный закон умножения, свойство 2), свойство (*).

4) Если делимое и делитель умножить на одно и то же число, то частное не изменится. Использованы свойства 3), (*).

№ 304.

1) ...увеличится в 3 раза, т.к. если $a : b = c$, $a = bc$; a увеличиваем в 3 раза, $3a = 3bc = b(3c)$, значит, $3a : b = 3c$.

2) ... уменьшится в 2 раза, т.к. $a : b = c$, $a = bc$; a уменьшаем в 2 раза, $a : 2 = (bc) : 2 = b\ (c : 2)$. Это значит, что при делении $a : 2$ на b в частном получается $c : 2$.

3) ...уменьшится в 2 раза. $a : (b \cdot 2) = (a : b) : 2 = c : 2$.

4) ...не изменится.

$(a : c) : (b : c) = [(a : c) \cdot c] : [(b : c) \cdot c] = a : b$.

№ 305.

1) Если a и b делится на 3, то $a = 3n$, $b = 3m$. $a + b = 3n + 3m = 3(n + m)$. Это означает, что $(a + b)$ делится на 3.

2) Если a делится на 5, а b произвольное натуральное число, то $a = 5n$ и $ab = (5n)\ b = 5(nb)$. Это означает, что ab делится на 5.

3) Пусть a делится на 4, b не делится на 4. $a = 4n$, $a + b = 4n + b$.

Если бы $4n + b$ делилось на 4, то $4n + b = 4m$. Тогда $b = 4m - 4n = 4(m - n)$, т.е. b делилось бы на 4, а это не так. Сумма на 4 не делится.

4) Пусть a делится на 6, b не делится на 6. $a = 6n$, $a - b = 6n - b$

Если бы $6n - b$ делилась на 6, то $6n - b = 6m$. Тогда $b = 6m - 6n = 6(m - n)$, т.е. b делилось бы на 6, а это не так. Сумма на 6 не делится.

Урок 29 Задачи для самопроверки.

Этот урок целесообразно провести как урок рефлексии, он поможет учащимся подготовиться к контрольной работе, запланированной на следующем уроке.

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок	Урок 29
К	№ 346–349
П	№ 350–357
Д	№ 358
С	№ 344

№ 346.

168, 618, 186, 816, 681, 861.

№ 347.

Контрпример: 9.

№ 348.

1) Пример: 12; $D\ (12) = \{1; 2; 3; 4; 6; 12\}$.

2) Периметр	16	16	16	16	16	16	16
Длина	1	2	3	4	5	6	7
Ширина	7	6	5	4	3	2	1
Площадь	7	12	15	16	15	12	7

Наибольшую площадь имеет квадрат со стороной 4 см.

3) Если число делится на 7, то его можно представить в виде $7n$ или $7m$; $7n + 7m = 7\ (n + m)$ – делится на 7.

№ 349.

1) Если $x = 10$, $y = 8$, то $54 \cdot 10 + 32 \cdot 8 = 806$

$540 + 256 = 806.$

$796 = 806$ (Л)

2) Если $x = 4$, $y = 3$, то $(15 \cdot 4 - 9) : 3 \leqslant 17$

$17 \leqslant 17$ (И).

№ 350.

$918 : 45 = 20$ (ост. 18). Проверка: $45 \cdot 20 + 18 = 900 + 18 = 918$.

№ 351.

$A\left(\frac{3}{4}\right)$, $B\,(2)$, $C\left(2\frac{3}{4}\right)$, $D\left(3\frac{1}{4}\right)$, $E\left(4\frac{2}{4}\right)$.

№ 352.

1) Первая дробь меньше. 2) Первая дробь больше.
3) Первая дробь меньше. 4) Первое число меньше.

№ 353.

1) $(120 - 7x) : 3 = 26$

$120 - 7x = 26 \cdot 3$

$120 - 7x = 78$

$7x = 120 - 78$

$7x = 42$

$x = 42 : 7$

$\underline{x = 6}$.

2) $(2\frac{7}{9} + y) - 3\frac{4}{9} = 1\frac{8}{9}$

$2\frac{7}{9} + y = 1\frac{8}{9} + 3\frac{4}{9}$

$2\frac{7}{9} + y = 5\frac{3}{9}$

$y = 5\frac{3}{9} - 2\frac{7}{9}$

$\underline{y = 2\frac{5}{9}}$

№ 354.

$x + 7\frac{6}{23} = (9\frac{10}{23} - 1\frac{17}{23}) + 4\frac{2}{23}$

$x + 7\frac{6}{23} = 11\frac{18}{23}$

$x = 11\frac{18}{23} - 7\frac{6}{23}$

$x = 4\frac{12}{23}$

Ответ: задумали число $4\frac{12}{23}$.

№ 355.

1) $20 : 4 \cdot 5 = 25$ (дм) – длина параллелепипеда.

2) $(20 + 25) : 9 \cdot 2 = 10$ (дм) – высота параллелепипеда.
3) $20 \cdot 25 : 10 = 5000$ (дм^3)
Ответ: объем параллелепипеда 5000 дм^3, или 5 м^3.

№ 356.
1) $6 \cdot 150 + 300 = 1200$ (руб.) – стоимость покупки.
2) $15\,000 : 100 \cdot 10 + 15\,000 = 16\,500$ (коп.) $= 165$ (руб.)– новая цена чашки.
3) $300 - 300 : 100 \cdot 15 = 300 - 45 = 255$ (руб.) – новая цена чайника.
4) $6 \cdot 165 + 255 = 1245$ (руб.) – новая стоимость покупки.
5) $1245 - 1200 = 45$ (руб.)
Ответ: стоимость покупки увеличилась на 45 руб.

№ 357.
O (6; 4) – точка пересечения диагоналей.

№ 358.

$$\frac{(826\,826 : 826 + 205 \cdot 308) : 49 - 2350 : 235}{68 - (430 \cdot 80 - 138\,600 : 45) : 870} \geqslant 40\frac{19}{32}$$

1) $826\,826 : 826 = 1001$;
2) $205 \cdot 308 = 63\,140$;
3) $1001 + 63\,140 = 64\,141$;
4) $64\,141 : 49 = 1309$;
5) $2350 : 235 = 10$;
6) $1309 - 10 = 1299$.
7) $430 \cdot 80 = 34\,400$;
8) $138\,600 : 45 = 3080$;
9) $34\,400 - 3080 = 31\,320$;
10) $31\,320 : 870 = 36$;
11) $68 - 36 = 32$.

$$\frac{1299}{32} = 40\frac{19}{32}$$

Уроки 30–31

Обучающий контроль[7].
(Контрольная работа № 2)

[7] Л. Г. Петерсон, М. А. Кубышева. «Типология уроков деятельностной направленности в образовательной системе «Школа 2000...».

Глава 2. Делимость натуральных чисел (42/41 ч)

Изучение вопросов делимости чисел тесно связано с развитием логической линии: освоением понятий определения, равносильности; закреплением умения обосновывать общие высказывания посредством введения буквенных обозначений.

Рассматриваются различные способы нахождения НОК и НОД чисел, что не только способствует развитию у учащихся вариативного мышления, но и готовит их к изучению действий с дробями.

Знакомство с понятиями определения и равносильности позволяет повторить геометрический материал, изученный в начальной школе. А также продолжить развитие геометрической линии.

Содержание данной главы относится к двум содержательно-методическим линиям курса – числовой и логической. Вместе с тем в процессе их изучения параллельно с ними развиваются и остальные линии курса – алгебраическая, геометрическая, функциональная, анализ данных, линия моделирования. Этот подход является общим для данного курса: на каждом этапе его изучения параллельно с ведущей линией, по которой идет расширение математических представлений детей, закрепляются и отрабатываются знания и умения по всем остальным разделам курса.

Перечислим некоторые особенности содержания данной главы:

- понятие делителя и кратного вводится через понятие делимости чисел;
- при нахождении НОД и НОК используется метод полного перебора;
- понятие «простых» и «составных» чисел рассматривается как новая классификация натуральных чисел;
- свойства делимости доказываются на основе умения детей доказывать общие утверждения, вводя обозначения;
- признаки делимости выводятся на основе модели многозначного числа и свойства делимости;
- разложение на простые множители – это еще один способ нахождения делителей числа и возможность использовать разложение для нахождения НОД и НОК;
- степень числа вводится как краткая запись произведения одинаковых множителей;
- вводится понятие определения, равносильных утверждений.

Характеристика деятельности учащихся

При изучении содержания второй главы учащиеся:

- **пользуются** определением делимости для доказательства делимости чисел;
- **находят** делители и кратные чисел методом перебора;
- **находят** НОД и НОК методом перебора;
- **классифицируют** множество натуральных чисел по разным признакам;
- **доказывают**, что число является простым или составным;
- **пользуются** свойствами делимости для рационализации вычислений;
- **пользуются** способом введения переменных для доказательства свойств делимости;
- **пользуются** моделью многозначного числа для доказательства признаков делимости;
- **пользуются** свойствами делимости для доказательства признаков делимости;
- **пользуются** способом введения переменных для доказательства признаков делимости;

- **пользуются** признаками делимости для рационализации вычислений;
- **пользуются** основными признаками делимости для построения признаков делимости на 6, на 12, на 15 и т. д.
- **пользуются** знаком равносильности для записи признаков делимости;
- **пользуются** понятием простого числа, признаками делимости для разложения чисел на простые множители;
- **пользуются** разложением на простые множители для определения делимости и нахождения частного чисел;
- **пользуются** разложением на простые множители для нахождения НОД и НОК;
- **пользуются** понятием взаимно простых чисел для нахождения НОД и НОК;
- **записывают** произведение одинаковых множителей в виде степени числа;
- **находят** степень числа, используя определение;
- **пользуются** дополнительными свойствами умножения и деления для рационализации вычислений;
- **пользуются** понятием равносильности для записи высказываний;
- **пользуются** понятием равносильности для записи решения уравнений;
- **пользуются** понятием определения для выполнения заданий и построения определений;
- **пользуются** понятиями определения и равносильности для построения логических цепочек;
- **применяют** математическую терминологию в устной и письменной речи;
- **пользуются** схемами и таблицами при решении задач;
- **составляют и выполняют** алгоритмы;
- **находят** значения числовых и буквенных выражений;
- **решают** текстовые задачи;
- **выполняют** действия с натуральными числами;
- **выводят** формулы зависимости между величинами;
- **решают** уравнения и неравенства;
- **строят** круговые и столбчатые диаграммы, графики движения;
- **делят** с остатком;
- **сравнивают** дроби с одинаковыми числителями, одинаковыми знаменателями;
- **выполняют** сложение и вычитание дробей с одинаковыми знаменателями, смежными числами;
- **исследуют** свойства геометрических фигур;
- **строят** углы с помощью транспортира.

§ 1. Основные понятия (5 ч)

П. 2. 1. 1. Делители и кратные (2 ч)

Основные содержательные цели

1) Сформировать понятия делителя, кратного, НОК и НОД.

2) Сформировать умение находить НОК и НОД методом перебора.

3) Повторить и закрепить: таблицу единиц времени; понятие скорости сближения и скорости удаления; задачи на нахождение расстояния между объектами, движущимися одновременно; соотношение между единицами времени; построение формул зависимости между величинами; линейные диаграммы; приемы устных и письменных вычислений.

Особенности изучения учебного содержания

В первом пункте вводятся основные понятия делимости, понятия «делитель» и «кратное»:

> Число a **делится** на число b, если существует такое число c, что выполняется равенство $a = bc$.
>
> b и c – ***делители*** числа a;
> a – ***кратное*** чисел b и c.

При нахождении делителей числа учащимся предлагается использовать понятие парных делителей, которое сокращает перебор. Так, для нахождения множества делителей числа 12 без использования понятия парных делителей им придется проверить все натуральные числа от 1 до 12, а с его использованием – только числа от 1 до 5.

Понятие парных делителей было введено при решении № 4, п. 1.2.4, поэтому в данном разделе его можно лишь актуализировать. А можно использовать и другой подход: решение № 4, п. 1.2.4 считать приобретением первичного опыта работы с парными делителями, а после введения понятия делимости с помощью равенства $a = bc$ показать, что b и c являются парными делителями a.

Понятие наибольшего общего делителя (НОД) вводится через систему заданий *(№ 362–363)*, в которых учащимся сначала предлагается записать множества *делителей* нескольких чисел, затем найти *все общие делители* указанных пар чисел и в завершение подчеркнуть их *наибольший общий делитель*. Такой же прием используется для введения понятия наименьшего общего кратного (№ 369–370). При последовательном выполнении этих заданий учащиеся получают алгоритм нахождения НОД и НОК методом полного перебора.

Помимо метода полного перебора с учащимися рассматриваются и другие способы нахождения НОД и НОК (метод перебора делителей меньшего числа, кратных большего числа).

При переходе от метода полного перебора к более рациональным методам нахождения НОД и НОК целесообразно задать учащимся следующие вопросы: «Может ли делитель числа быть больше самого этого числа? Почему?» (№ 359 (1)) «Может ли кратное числа быть меньше самого этого числа?» (№ 366 (1)). При выполнении заданий № 365 и № 371 учащиеся составляют алгоритмы нахождения НОД методом перебора делителей меньшего числа и нахождения НОК методом перебора кратных большего числа.

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5–6 классов основной школы авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсон по программе «Учусь учиться» по первому пункту предлагаются сценарии 32, 33.

Урок 32 Делители числа.

Новое знание.

Определение понятия «делителя числа», способы нахождения делителей числа (вводятся на актуализации), способ нахождения НОД методом перебора.

Задание на пробное действие.

Найти наибольший общий делитель чисел 8 и 42 и ответ записать в таком виде:

НОД (8; 42) =

Фиксация затруднения.

– Я не могу найти наибольший общий делитель чисел 8 и 42.

– Я нашел наибольший общий делитель чисел 8 и 42, но не могу обосновать свои действия и доказать, что выполнил задание правильно.

Фиксация причины затруднения.

– Я не знаю способа нахождения наибольшего общего делителя чисел.

Цель деятельности.

Узнать способ нахождения наибольшего общего делителя чисел.

Эталоны

Определение делимости чисел и делителей чисел

Число ***a*** **делится** на число ***b***, если существует такое число ***c***, что выполняется равенство ***a = bc***. ***b*** и ***c*** – ***делители*** числа ***a***

Понятие наибольшего общее делителя

Наибольший среди общих делителей данных чисел называется их **наибольшим общим делителем** (НОД).

Алгоритмы нахождения НОД

A_1	A_2
1. Найти делители чисел. 2. Выписать общие делители. 3. Выписать из общих делителей наибольшее число – НОД.	1. Найти делители меньшего из данных чисел. 2. Найти, начиная с наибольшего, тот из выписанных делителей, который является также делителем других чисел. 3. Записать найденное число – НОД.

Урок 33 Кратные числа.

Новое знание.

Определение понятия «кратное числа», способы нахождения кратных числа (вводятся на актуализации), способ нахождения НОК чисел методом перебора.

Задание на пробное действие.

Найти наименьшее общее кратное чисел 6 и 14 и ответ записать в таком виде:

НОК (6; 14) =

Фиксация затруднения.

– Я не могу найти наименьшее общее кратное чисел 6 и 14.

– Я нашел наименьшее общее кратное чисел 6 и 14, но не могу обосновать свои действия и доказать, что выполнил задание правильно.

Фиксация причины затруднения.

– Я не знаю способа нахождения наименьшего общего кратного чисел.

Цель деятельности.

Узнать способ нахождения наименьшего общего кратного чисел.

Эталоны

Определение делимости чисел и кратного чисел

Число ***a*** **делится** на число ***b***, если существует такое число ***c***, что выполняется равенство $a = bc$.

a – **кратное** чисел *b* и *c*.

Понятие наименьшего общего кратного

Наименьшее среди общих кратных данных чисел называется их **наименьшим общим кратным** (НОК).

Алгоритмы нахождения НОК

$А_1$

1. Найти кратные чисел.
2. Выписать общие кратные.
3. Выписать из общих кратных наименьшее число — НОК.

$А_2$

1. Найти кратные большего из данных чисел.
2. Найти, начиная с наименьшего, то из выписанных кратных, которое является также кратным других чисел.
3. Записать найденное число — НОК.

Методические рекомендации к выполнению заданий, решения и ответы

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 32	Урок 33
К	№ 359	№ 367
П	№ 380	№ 381, 391
Д	п.2.1.1, № 397, 401, 402	№ 398, 403, 405
С	№ 407	№ 408

Выполнение № 359–380 позволит сформировать у учащихся умение доказывать делится ли одно число на другое, находить делители и кратные чисел, их общие делители и кратные, НОД и НОК методом перебора.

№ 359.

1) Не может, т. к. делитель числа – это число, на которое делится данное число.

2) $a : a = 1$, $1 \cdot a = a$.

3) Единица.

4) У числа 1 один делитель – 1, у числа 2 два делителя – 1 и 2, у числа 4 три делителя – 1, 2, 4; может быть больше двух делителей – например, 12, 20.

№ 360.

43 792 : 782 =56, число 782 является делителем числа 43 792, т. к. существует число 56 и выполняется равенство 43 792 = 782 · 56.

№ 361.

Методом перебора, находя парные делители:

а) $D(60) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60\}$ – 12 делителей.

б) $D(136) = \{1, 2, 4, 8, 17, 34, 68, 136\}$ – 8 делителей.

№ 362.

У числа 1 меньше двух делителей.

$D(6) = \{1, 2, 3, 6\}$, 4 делителя.

$D(7) = \{1, 7\}$, 2 делителя.

$D(12) = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$, 6 делителей.

$D(17) = \{1, 17\}$, 2 делителя.

$D(32) = \{1, 2, 4, 8, 16, 32\}$, 6 делителей.

$D(42) = \{1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42\}$, 8 делителей.

$D(81) = \{1, 3, 9, 27, 81\}$, 5 делителей.

№ 363.

$D(6, 7) = \{1\}$.

$D(6, 12) = \{1, 2, 3, \underline{6}\}$.

$D(12, 81) = \{1, \underline{3}\}$.

$D(6, 42, 81) = \{1, \underline{3}\}$.

№ 364.

$A \cap B$.

№ 365.

Целесообразно находить делители меньшего числа. Находим делители меньшего числа и, начиная с наибольшего, проверяем, являются ли найденные числа делителями второго числа.

1) $D(7) = \{1, 7\}$ НОД (7, 420) = 7;

2) $D(7) = \{1, 7\}$ НОД (7, 12 345) = 1;

3) $D(1) = \{1\}$ НОД (1, 473) = 1;

4) $D(2) = \{1, 2\}$ НОД (8917, 2) = 1;

5) $D(8) = \{1, 2, 4, 8\}$ НОД (8, 12, 42) = 2;

6) $D(4) = \{1, 2, 4\}$ НОД (4, 36, 84) = 4;

7) $D(33) = \{1, 3, 11, 33\}$ НОД (33, 77) = 11;

8) $D(555) = \{1, 5, 111, 555\}$ НОД (555, 999) = 111.

№ 366.

a – кратно 5, b – кратно 10, 2 и 5, c – кратно 5, d – кратно 2.

№ 367.

1) Не может, т. к. число, кратное данному числу, – это число, которое делится на данное число.

2) Каждое число делится на себя: $a : a = 1$.

№ 368.

$K(2) = \{2, 4, 6, 8, ...\}$;
$K(7) = \{7, 14, 21, 28, ...\}$;
$K(39) = \{39, 78, 117, 156, ...\}$;
$K(a) = \{a, 2a, 3a, 4a, ...\}$.
Число может иметь более 1000 кратных.

№ 369.

$K(4) = \{4, 8, 12, 16, 20, ...\}$;
$K(5) = \{5, 10, 15, 20, 25, ...\}$;
$K(14) = \{14, 28, 42, 56, 70, ...\}$;
$K(16) = \{16, 32, 48, 64, 80, ...\}$;
$K(21) = \{21, 42, 63, 84, 105, ...\}$.

№ 370.

а) $K(4, 5) = \{\underline{20}, 40, ...\}$ б) $K(4, 16) = \{\underline{16}, 32, ...\}$ в) $K(14, 21) = \{\underline{42}, 84, ...\}$.

№ 371.

Целесообразно перебирать кратные наибольшего числа.
1) НОК (1, 3473) = 3473;
2) НОК (8917, 2) = 17 834;
3) $K(25) = \{25, 50, 75\}$. НОК (5, 15, 25) = 75;
4) $K(12) = \{12, 24\}$; НОК (6, 8, 12) = 24;
5) $K(18) = \{18, 36, 54, 72, 90\}$; НОК (3, 10, 18) = 90;
6) $K(14) = \{14, 28, 42, 56\}$; НОК (7, 8, 14) = 56;
7) $K(12\,345) = \{12\,345, 24\,690, 37\,035, 49\,380, 61\,725, 74\,070, 86\,415\}$;
НОК (7, 12 345) = 86 415;
8) $K(96) = \{96, 192, 288\}$; НОК (36, 96) = 288.

№ 372.

Является для: a; c.

№ 373.

К, У, Н, С, О – КОНУС.

№ 374.

а) 5; 25; 35; 75; 80.
б) Нет таких чисел.
в) 5; 25.
г) 5; 25; 28; 35; 56; 75; 80.
д) 28; 56.
е) 7; 21; 28; 35; 42; 56; 80.

№ 375.

1 + 2 + 3 = 6 – является;
1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 28 – является;
1 + 2 + 248 + 4 + 124 + 8 + 62 + 16 + 31 = 496 – является.

№ 376.

1 + 2 + 110 + 4 + 55 + 5 + 44 + 10 + 22 + 11 + 20 = 284;

1 + 2 + 142 + 4 + 71 = 220.

Являются «дружественными».

№ 377.

Числа	Произведение	НОД	НОК
4 и 6	24	2	12
6 и 9	54	3	18
5 и 7	35	1	35
35 и 45	$35 \cdot 45$	5	325
16 и 18	$16 \cdot 18$	2	144
735 и 845	$735 \cdot 845$	5	$735 \cdot 169$

№ 378.

а) 0; б) 0 или 5;

в) 0, 2, 4, 6, 8; г) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9;

д) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9; е) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9;

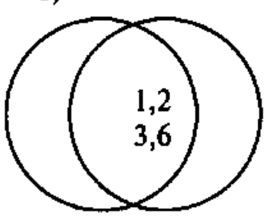
ж) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9; з) 2, 4, 6, 8, 0.

№ 379.

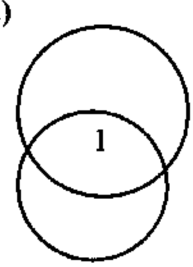
Числа 14; 30; 36; 40; 111 111 1111. Из пары чисел, одно из которых является делителем другого, большее имеет больше делителей.

№ 380.

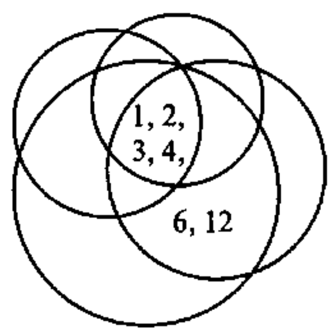
1)



2)



3)



П. 2. 1. 2. Простые и составные числа (3 ч)

Основные содержательные цели

1) Тренировать умение детей классифицировать множества, ввести понятия простого и составного числа, сформировать и тренировать умение распознавать простые и составные числа на основе определения и таблицы простых чисел.

2) Повторить понятия делителя, кратного и классификации, закрепить алгоритм решения задач на движение; повторить и закрепить метод проб и ошибок, тренировать вычислительные навыки.

Особенности изучения учебного содержания

Вводятся понятия простого и составного числа. Сначала учащимся задаются вопросы: «Какое число является делителем всех чисел?», «Может ли у числа быть меньше двух делителей?» – что готовит их к введению понятия простого числа. Понятия простых и составных чисел рассматриваются как новая классификация множества натуральных чисел.

Дети знакомятся с историей простых чисел, с «решетом Эратосфена», которое использовалось для составления списка простых чисел в древности и может использоваться для практических целей в наше время. Такая «экскурсия» в древность повышает как интерес учащихся к этой теме, так и их общую культуру. Им предлагаются задания на использование таблицы простых чисел, представленной на форзаце учебника (№ 413).

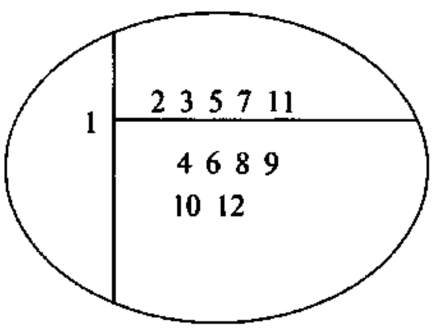
В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5–6 классов основной школы авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсон по программе «Учусь учиться» по данному пункту предлагаются сценарии 34, 35, 36.

Урок 34 Простые и составные числа.

Новое знание.

Новая классификация множества натуральных чисел, введение понятий «простое», «составное число».

Задание на пробное действие.



Является ли предложенное разбиение классификацией **всех натуральных** чисел?

Фиксация затруднения.

– Я не могу определить, является предложенное разбиение классификацией **всех натуральных** чисел.

– Я считаю, что является, но не могу обосновать свой вывод.

– Я считаю, что не является, но не могу обосновать свой вывод.

Фиксация причины затруднения.

– Мы не знаем, по какому признаку составлены ряды.

Цель деятельности.

Найти признак, по которому составлены ряды, и узнать, является ли это разбиение классификацией.

Эталоны

Простые и составные числа

Число a называется **простым**, если число его делителей *равно двум*: $D(a) = \{1; a\}$.
Число a называется **составным**, если число его делителей *больше двух*.

Множество простых чисел

$P = \{2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23; 29; 31; 37; ...\}$

Урок 35 Простые и составные числа.

Новое знание.

Таблица простых чисел.

Задание на пробное действие.

Определить, простым или составным является число 219, за 10 секунд.

Фиксация затруднения.

– Я не могу определить, простым или составным является число 219.

– Я считаю, что число является простым, но не могу обосновать свой вывод.

– Я считаю, что число является составным, но не могу обосновать свой вывод.

Фиксация причины затруднения.

– Мы не знаем быстрого способа определения вида числа.

Цель деятельности.

Найти способ быстрого определения, каким – простым или составным – является большое число.

Эталон

Таблица простых чисел.

Урок 36 Простые и составные числа (Р).

На данном уроке целесообразно сформировать способность к рефлексивному анализу собственной деятельности, к фиксированию собственных затруднений по теме «Простые и составные числа», выявлению их причин и построению проекта выхода из затруднений; повторить и закрепить понятия простого и составного чисел, использование этих понятий для решения задач; нахождение делителей числа; решение двойных неравенств; построение формул зависимостей между величинами; упрощение выражений.

Методические рекомендации к выполнению заданий, решения и ответы

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 34	Урок 35	Урок 36 (Р)
К	№ 410–413	№ 414–416	№ 417 – 421
П	№ 422, 423, 426–428, 436	№ 424, 425, 429	№ 433 – 435
Д	п.2.1.2, № 437, 440, 442 (1)	№ 438, 441, 443	№ 439, 442 (б), 444
С	№ 445	№ 446	№ 447

Упражнения № 410—421 направлены на формирование умения разными способами распознавать простые и составные числа.

№ 410.

1) Если число простое, то оно делится на себя и на 1, значит, число 809 не делится 19.

2) Произведение чисел 809 · 809 является составным, т. к. оно делится на 1, на 809 и на себя, т. е. у него больше двух делителей.

№ 411.

а) Одно четное число – 2.

б) Нет, т. к. все числа, оканчивающиеся на 0, делятся на 10.

Простые числа не могут оканчиваться цифрами: 0, 2, 4, 5, 6, 8.

в) Любой цифрой.

№ 412.

а) У числа 8 больше двух делителей: 1, 8, 2.

У числа 28 больше двух делителей: 1, 2, 28.

У числа 111 больше двух делителей: 1, 3, 111.

б) У числа 77 777 больше двух делителей: 1, 77 777, 7.

У числа 1111 больше двух делителей: 1, 1111, 11.

У числа 242 242 больше двух делителей: 1, 242 242, 2.

У числа 373 737 больше двух делителей: 1, 373 737, 37.

У числа 111 111 111 больше двух делителей: 1, 1 111 111 111, 3.

в) Делится на 1, на себя и на 11.

г) Делится на 1, на себя, на 3.

№ 413.

1) $x < 10$
$x = \{2, 3, 5, 7\}$;

2) $5 < y \leqslant 19$
$y = \{7, 11, 13, 17, 19\}$;

3) $21 \leqslant z < 41$
$z = \{23, 29, 31, 37\}$;

4) $56 \leqslant t \leqslant 81$
$t = \{59, 61, 67, 71, 73, 79\}$

№ 414.

Простые числа: 59, 83, 97, 127, 379, 761, 991, 997.

№ 415.

Простые числа кроме 2 все нечетные, тогда у точек A и B координаты – четные числа, а значит, составные. Нечетное число плюс нечетное число получится четное число, значит, у точки C координата – составное число. Четное число плюс нечетное число получится нечетное число, значит, у точки D координата может быть как составным, так и простым числом.

№ 416.

1) Ложно, 21 005 – составное.

2) Истинно, 84 291 – составное.

3) Ложно, 9 – составное.

4) Истинно, $1 \cdot 2 = 2$ – простое.

5) Ложно, произведение чисел будет делится на 1, на себя и на множители.

№ 417.
$5 = 1 \cdot 5$ – простое число;
$8 = 1 \cdot 8 = 2 \cdot 4$;
$9 = 1 \cdot 9 = 3 \cdot 3$;
$11 = 1 \cdot 11$ – простое число;
$12 = 1 \cdot 12 = 2 \cdot 6 = 3 \cdot 4$;
$17 = 1 \cdot 17$ – простое число;
$28 = 1 \cdot 28 = 2 \cdot 14 = 4 \cdot 7$.

№ 418.
$11x$ является простым при $x = 1$.

№ 419.
1) $D(a \cdot b) = \{a, b, 1, a \cdot b\}$;
2) $D(a \cdot a \cdot b) = \{1, a, a \cdot a, b, a \cdot b, a \cdot a \cdot b\}$;
3) $D(a \cdot a \cdot b \cdot b) = \{1, a, b, a \cdot a, a \cdot b, a \cdot a \cdot b, a \cdot b \cdot b, b \cdot b; a \cdot a \cdot b \cdot b\}$.

№ 420.
Нет, нельзя.

№ 421.
$203 : 7 = 29$; 29 учащихся, каждый купил по 7 учебников.

Отметим, что задания № 415, 419–421 не являются обязательными для выполнения всеми учащимися, так как относятся к уровню «максимум» (см. стр. 358–359).

§ 2. Основные свойства делимости натуральных чисел (6 ч)

Особенности изучения учебного содержания

Сначала учащиеся выявляют свойство делимости произведения: «Если одно из чисел делится на некоторое число, то и их произведение делится на это число». Опираясь на это свойство, доказывается транзитивность делимости: «Если первое число делится на второе, а второе на третье, то и первое делится на третье».

Далее пятиклассники выводят два свойства делимости суммы и разности: «Если два числа делятся на некоторое число, то их сумма и разность тоже делятся на это число» и «Если одно из двух чисел делится на некоторое число, а другое не делится на это число, то их сумма и разность не делятся на это число».

Построение учащимися свойств делимости можно организовать следующим образом: предложить им вначале частный пример, который «наталкивает» их на самостоятельное открытие свойства. Далее свойство формулируется для любых натуральных чисел в общем виде, после чего доказывается методом введения обозначений.

Свойства делимости доказываются, однако это не входит в перечень обязательных требований к ученикам. Основной задачей здесь является формирование умения использовать свойства делимости для рационализации вычислений.

Свойство делимости разности используется для обоснования еще одного способа нахождения НОД – перебора делителей разности. Для этого в учебнике предлагается найти все общие делители чисел, разность которых равна 1 или 2 (№ 485). Учитель подводит учащихся к следующим выводам: если каждое из данных чисел делится на их общий делитель a, то и разность этих чисел также делится на a. В случае, когда разность составляет единицу, a может принимать значение 1. Если разность равна двум, тогда a может равняться 1 или 2. В № 486 делаются общие выводы о НОД соседних чисел.

П. 2. 2. 1. Делимость произведения (3 ч).

Основные содержательные цели

1) Сформировать умение выявлять свойства натуральных чисел на примере свойства делимости произведения, использовать свойство делимости для рационализации вычислений.

2) Сформировать способность к построению алгоритмов на примере построения алгоритма деления произведения на число.

3) Тренировать умение использовать алгоритм деления произведения на число.

4) Повторить и закрепить умение представлять числа в виде суммы разрядных слагаемых; решение задач на движение; понятия НОД и НОК.

Особенности изучения учебного содержания

Рассматриваются два свойства делимости произведения и транзитивность делимости. На примете этих свойств учащиеся тренируются доказывать общие утверждения на бесконечном множестве, но знание доказательства не является обязательным для всех учащихся. Важно, чтобы они усвоили: чтобы ответить на вопрос: «Делится ли произведение на число?» – не надо находить произведение и выполнять действие деление, а достаточно в данном произведении найти множитель, который делится на данное число.

В процессе выполнения заданий (№ 452) учащиеся составляют алгоритм деления произведения на число и используют его при выполнении № 453.

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5–6 классов основной школы авторов Г.В. Дорофеева, Л.Г. Петерсон по программе «Учусь учиться» по первому пункту предлагаются сценарии 37, 38, 39.

Урок 37 Делимость произведения.

Новое знание.

Первое свойство делимости. Второе свойство вводится учителем.

Задание на пробное действие.

Определить за 10 секунд, делится ли произведение чисел 303 и 17 на число 3.

Фиксация затруднения.

– Я не могу быстро определить, делится ли произведение чисел 303 и 17 на число 3.

Фиксация причины затруднения.

– Мы не знаем быстрого способа определения, делится ли произведение чисел на число.

Цель деятельности.

Сформулировать способ быстрого определения делимости произведения на число и доказать истинность использованного при этом свойства на множестве натуральных чисел.

Эталоны

Свойство 1

Если одно из двух чисел делится на некоторое число, то и произведение данных чисел делится на это число.

Свойство 2

Если первое число делится на второе, а второе делится на третье, то и первое число делится на третье.

Урок 38 Делимость произведения.

Новое знание.

Алгоритм деления произведения на число.

Задание на пробное действие.

За 10 секунд найти частное $(21 \cdot 2 \cdot 8) : 3$.

Фиксация затруднения.

– Я не могу быстро найти частное произведения трех чисел на число.

Фиксация причины затруднения.

– Мы не знаем быстрого способа нахождения частного произведения чисел на данное число.

Цель деятельности.

Узнать быстрый способ нахождения частного произведения нескольких чисел на данное число.

Эталоны

Правило деления произведения на число

Чтобы разделить произведение на число, можно разделить на это число один из множителей и результат умножить на второй множитель. $(a \cdot b) : c = (a : c) \cdot b = (b : c) \cdot a$

Алгоритм деления произведения на число

1. В произведении подчеркнуть множитель, который делится на данное число. 2. Найти и записать частное от деления этого множителя на число. 3. Остальные множители записать без изменения. 4. Если необходимо, найти получившееся произведение.

Урок 39 Делимость произведения (Р).

На данном уроке целесообразно формировать способности к рефлексии собственной деятельности; тренировать умение использовать свойство делимости произведения для упрощения вычислений; повторить и закрепить нахождение НОД и НОК методом перебора.

Методические рекомендации к выполнению заданий, решения и ответы

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для уроков

Урок №	Урок 37	Урок 38	Урок 39
К	№ 448–449	№ 450–451	№ 452–453
П	№ 454–456, 460–457, 326	№ 457–458, 464–467, 470	№ 459, 468, 469, 336
Д	п. 2.2.1, № 471,341, 478	№ 472, 474, 479, 480	№ 473, 475, 476, 477
С	№ 481	№ 482	№ 345

Упражнения № 448–453 направлены на формирование умения определять, делится ли произведение на число, и находить частное от деления произведения на число.

№ 448.

Задание выполняется устно. Учащиеся должны не только ответить на вопрос, но и обосновать свой ответ, используя свойство делимости произведения.

1) Произведение делится на 3, т. к. 12 делится на 3.

2) Произведение делится на 5, т. к. 85 делится на 5.

3) Произведение делится на 37, т. к. 74 делится на 37.

4) Произведение делится на 15, т. к. 45 делится на 15.

5) Произведение делится на 29, т. к. 29 делится на 29.

6) Произведение делится на 11, на 100, на 9, т. к. в произведении 44 делится на 11, 3800 делится на 100, 18 делится на 9.

№ 449.

Задание может выполняться устно.

Приводим возможный вариант ответов.

1) 5, 10, 15;

2) 7, 14, 21;

3) 2, 4, 6;

4) 7, 14, 21.

№ 450.

1) Истинно.

Доказательство:

a делится на произведение bc, значит, $a = k(bc) = (kb)c = (kc)b$, значит a, делится на c и на b по определению делимости.

2) Ложно.

Приводим контрпример:

12 делится на 12, 12 делится на 2, но 12 не делится на 24.

3) Ложно.

Приводим контрпример:

$12 = 2 \cdot 6$

12 делится на 12, ни 2, ни 6 не делится на 12.

№ 451.

Задание может выполняться устно.

1, 3, 5, 2, 25, 75, 31, 186, ...

№ 452.

Чтобы разделить произведение на число, надо в произведении найти множитель, который делится на данное число, и найти их частное; результатом будет произведение значения частного и остальных множителей.

а) $(28 \cdot 9 \cdot 35) : 9 = (9 : 9) \cdot (28 \cdot 35) = 1 \cdot 28 \cdot 35 = 28 \cdot 35$;

б) $(18 \cdot 752 \cdot 800) : 9 = (18 : 9) \cdot (752 \cdot 800) = 2 \cdot 752 \cdot 800$;

в) $(76 \cdot 512 \cdot 360) : 9 = (360 : 9) \cdot 76 \cdot 512 = 40 \cdot 76 \cdot 512$;

г) $(155 \cdot 810 \cdot 34) : 9 = (810 : 9) \cdot 155 \cdot 34 = 90 \cdot 155 \cdot 34$;

д) $(4500 \cdot 7 \cdot 398) : 9 = (4500 : 9) \cdot 7 \cdot 398 = 500 \cdot 7 \cdot 398$;

е) $(83 \cdot 63000 \cdot 980) : 9 = (63000 : 9) \cdot 83 \cdot 980 = 7000 \cdot 83 \cdot 980$.

№ 453.

Выполняя данное задание, учащиеся проговаривают каждый шаг алгоритма.

1) $(12abc) : 4 = 3abc$; 4) $(45xyz) : 9 = 5xyz$; 7) $(270mnkt) : 3 = 90mnkt$;

2) $(12abc) : 12 = abc$; 5) $(45xyz) : 45 = xyz$; 8) $(270mnkt) : 270 = mnkt$;

3) $(12abc) : b = 12ac$; 6) $(45xyz) : x = 45yz$; 9) $(270mnkt) : m = 270nkt$.

П. 2. 2. 2. Делимость суммы и разности (3 ч)

Основные содержательные цели

1) Тренировать способность к доказательству общих утверждений на примере свойств делимости суммы и разности.

2) Сформировать способность к построению алгоритмов на примере построения алгоритма деления суммы и разности на число.

3) Сформировать умение использовать свойства делимости суммы и разности для решения задач.

4) Сформировать умение следовать алгоритму деления суммы и разности на число для рациональных вычислений.

5) Повторить и закрепить понятия простого и составного числа, решение задач на движение, тренировать умение выполнять действия с многозначными числами, со смешанными числами.

Особенности изучения учебного содержания

Рассматриваются свойства делимости суммы и разности. На примере этих свойств учащиеся продолжают тренироваться доказывать общие утверждения на бесконечном множестве, но знание доказательства не является обязательным для всех учащихся. После изучения второго свойства интересно задать учащимся вопрос: «Будет ли делиться сумма и разность чисел, если ни одно из чисел не делится на данное число?»

В процессе выполнения заданий (№ 484) учащиеся составляют алгоритм деления суммы и разности на число.

№ 485, 486 позволят учащимся получить еще один способ нахождения НОД больших чисел.

№ 490 даст возможность сформулировать еще один способ выяснить, делятся ли данные числа.

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5–6 классов основной школы авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсон по программе «Учусь учиться» по данному пункту предлагаются сценарии 40, 41, 42.

Урок 40 Делимость суммы и разности.

Новое знание.

Свойства делимости суммы и разности.

Задание на пробное действие.

На этапе актуализации знаний учащиеся формулируют гипотезу: первое свойство делимости суммы и разности на число.

В качестве пробного задания учитель просит поднять руки тех, кто уверен, что это свойство будет выполняться на всем множестве натуральных чисел.

Фиксация затруднения.

– Я не могу с уверенностью сказать, что сформулированное свойство будет выполняться на всем множестве натуральных чисел.

Фиксация причины затруднения.

– Мы не знаем эталона, определяющего истинность сформулированного утверждения.

Цель деятельности.

Доказать или опровергнуть высказанное утверждение для всех натуральных чисел.

Эталоны

Свойство 1

Если число a **делится** на число c и число b **делится** на число c, то число $a \pm b$ **делится** на число c.

Свойство 2

Если число a **делится** на число c, а число b **не делится** на число c, то число $a \pm b$ **не делится** на число c.

Урок 41 Делимость суммы и разности.

Новое знание.

Алгоритм делимости суммы и разности на число.

Задание на пробное действие.

Найти частное: $(28a + 50c - 72ac) : 2$

Фиксация затруднения.

– Я не могу найти частное.

Фиксация причины затруднения.

– Мы не знаем способа нахождения таких частных.

Цель деятельности.

Построить правило деления суммы и разности на число.

Эталон

Правило деления суммы и разности на число

Чтобы **сумму разделить на число**, можно разделить на это число каждое слагаемое и полученные частные сложить. Чтобы **разность разделить на число**, можно разделить на это число уменьшаемое и вычитаемое и полученные частные вычесть.

Урок 42 Свойства делимости разности и суммы (Р).

На данном уроке целесообразно сформировать способность к фиксированию собственных затруднений по теме «Делимость суммы и разности», выявлению их причин и построению проекта выхода из затруднений; повторить и закрепить свойства делимости суммы и разности, произведения, различные способы нахождения НОД и НОК чисел.

Методические рекомендации к выполнению заданий, решения и ответы

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для уроков

Урок №	Урок 40	Урок 41	Урок 42 (Р)
К	№ 483–486	№ 487–489	№ 490–493
П	№ 494, 495, 499, 506, 507	№ 496, 497, 500–502	№ 503–505
Д	п. 2.2.2 (1), № 508, 509, 513, 515	п.2.2.2(2), № 510, 512, 514, 516	№ 511, 517, 518
С	№ 519	№ 520	№ 521

Упражнения № 483–489 направлены на формирование умения определять, делится ли сумма, разность на натуральное число, и умение находить частное от деления суммы (разности) на число рациональным путем.

Упражнение № 490 готовит учащихся к теме «Признаки делимости» и предлагает способ определения делимости чисел на основе свойств делимости натуральных чисел.

Упражнения № 491–493 формируют умение использовать свойства делимости при решении задач.

№ 483.

Упражнение может выполняться устно.

а) Делится, т. к. каждое слагаемое делится на 5.

б) Разность делится на 13, т. к. уменьшаемое и вычитаемое делятся на 13.

в) Разность делится на 8, т. к. уменьшаемое делится на 8, а в вычитаемом на 8 делится множитель 320.

г) Сумма делится на 17, т. к. первое слагаемое делится на 17, а во втором слагаемом множитель 34 делится на 17.

№ 484.

Чтобы разделить сумму на число, надо каждое слагаемое разделить на число. Чтобы разделить разность на число, надо уменьшаемое и вычитаемое разделить на число.

1) $(9a + 24b) : 3 = 9a : 3 + 24b : 3 = 3a + 8b$;

2) $(60x - 48y) : 6 = 60x : 6 - 48y : 6 = 10x - 8y$;

3) $(4mn - 96) : 2 = 4mn : 2 - 96 : 2 = 2mn - 48$;

4) $(49 + 7cd) : 7 = 49 : 7 + 7cd : 7 = 7 + cd$;

5) $(68a - 4b + 36) : 4 = 68a : 4 - 4b : 4 + 36 : 4 = 17a - b + 9$;

6) $(20xy + 45 - 5k) : 5 = 20xy : 5 + 45 : 5 - 5k : 5 = 4xy + 9 - k$.

№ 485.

а) $D(3523; 3524) = \{1\}$;

б) $D(721\,518; 721\,519) = \{1\}$;

в) $D(649; 651) = \{1, 2\}$;

г) $D(868; 882) = \{1, 2, 4, 8, 16\}$;

д) $D(12; 18; 78) = \{1, 2, 3, 6\}$;

е) $D(45; 50; 195) = \{1, 5\}$.

№ 486 (устно).

а) 1;

б) 1;

в) 2.

№ 487 (устно).

1) Первое слагаемое делится на 5, а второе не делится на 5;

2) Уменьшаемое не делится на 5, а вычитаемое делится на 5;

3) Уменьшаемое делится на 5, вычитаемое не делится на 5;

4) Первое слагаемое не делится на 5, а второе делится на 5.

№ 488.

1) Истинно (устно);

2) Ложно;

3) Ложно;

4) Истинно;

5) Истинно;

6) Ложно;

7) Истинно;

8) Ложно.

№ 489.

1) а) Любое четное число; б) любое нечетное число;

2) а) Любое число, оканчивающееся на 0; б) любое число, не оканчивающиеся на 0.

№ 490.

а) Нет: $1002 = 999 + 3$, первое слагаемое делится на 9, а второе нет;

б) Да: $10\,017 = 9\,999 + 18$, каждое слагаемое делится на 9;

в) Нет: $3692 = 3\,700 - 8$, первое число делится на 37, а второе нет;

г) Нет: $1\,000\,023 = 1\,000\,000 + 23$, первое число делится на 25, а второе не делится на 25;

д) Да: $999\,975 = 100\,000 - 25$, каждое число делится на 25;

е) Да: $38\,425 = 38\,400 + 25$, каждое число делится на 25.

№ 491.

$(x + 3) \cdot 4 + 5 = 666\,666$.

Нет, не может, т. к. если мы вычтем из числа 666 666 число 5, то получим 666 661, а оно не делится на 4.

№ 492.

а) Нет, т. к. сумма четных чисел есть число четное.

б) Сумма четного числа нечетных чисел есть число четное, а оно не может быть простым числом.

№ 493.

1) 6 не делится на 4, 2 не делится на 4, а сумма 8 делится на 4.

2) 4 не делится на 3, 7 не делится на 3 и сумма 11 не делится на 3.

«Если ни одно слагаемое не делится на данное число, то сумма может делиться, а может не делиться на данное число».

Урок 43 Задачи для самопроверки.

Этот урок целесообразно провести как урок рефлексии.

№ 522.

ABE.

№ 523.

$D(20) = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$ $K(20) = \{20, 40, 60, 80, 100, 120, 140, 160, 180, ...\}$

$D(15) = \{1, 3, 5, 15\}$ $K(15) = \{15, 30, 45, 60, 75, ...\}$

НОД (15; 20) = 5 НОК (15; 20) = 60.

№ 524.

1) 11, 22;

2) 1, 2;

3) 4; 8;

4) 1; 2.

№ 525.

1) 3 ч = 180 мин; $\frac{7}{180}$;

2) $\frac{3}{4}$ ч = 45 мин; $3\frac{1}{5}$ ч = 192 мин; 4 ч 18 мин = 258 мин; 480 с = 80 мин.

№ 526.

1) 4 ч 78 мин – 1 ч 18 мин = 3 ч 60 мин = 4 ч;

2) 3 ч 30 мин 50 с.

№ 527.

$n - (a + b) - 2$

$n + (a + b) - 2$

$n - (a - b) - 2$

$n + (a - b) - 2$

№ 528.

$$\overset{9}{720 -} [(\overset{1}{280 : 4}) \overset{2}{\cdot} 5 \overset{4}{+} 150 \overset{5}{-} 20 \overset{3}{\cdot} 8] \overset{7}{:} 2 \overset{10}{-} 800 \overset{8}{:} (\overset{7}{64 : 4}) = 500.$$

§ 3. Признаки делимости натуральных чисел (6 ч)

Особенности изучения учебного содержания

В ходе изучения **§ 3 «Признаки делимости натуральных чисел»** учащиеся не только выводят признаки делимости чисел на 2, на 5, на 3 и на 9, но и знакомятся с признаками делимости на 4, на 25, на 8 и на 125. При решении задач методом математического моделирования учащиеся познакомились с моделью двузначного числа (если a – цифра десятков, а b – цифра единиц, то двузначное число равно $10a + b$), трехзначного и т. д. чисел. Эту модель целесообразно использовать при доказательстве признаков делимости на 2 и 5 (4, 25 и 8, 125), а также при доказательстве признаков делимости на 3 и на 9.

В учебнике данные признаки выводятся с опорой на частные примеры, этот подход можно использовать в менее подготовленных классах.

При выполнении № 580 учащиеся *получают возможность* задуматься о комбинировании изученных ими признаков. Отталкиваясь от формулировки признака делимости на 6 (число a делится на 6 в том и только в том случае, если оно оканчивается на 2, 4, 6, 8 или 0, а сумма его цифр делится на 3), *можно* ставить перед учащимися проблемы формулировки других признаков делимости – на 15, 12 и т. п. (целесообразно это делать после знакомства учащихся с понятием взаимно простых чисел). При этом учитель не должен забывать о принципе минимакса ДСДМ «Школа 2000...».

При записи признаков делимости учащиеся знакомятся со знаком равносильности (⇔). На данном этапе они понимают его как специальный знак, с помощью которого заменяют выражение «в том и только в том случае». В дальнейшем (при изучении темы «Равносильность предложений») учащиеся узнают, что он используется для записи того, что два утверждения означают одно и то же. И только в шестом классе сложится полная картина: их познакомят с использованием этого знака в случае, когда выполняется как прямое, так и обратное следование. Таким образом, *постепенно* уточняется значение знака равносильности, и не следует сразу на первом уроке знакомства с ним «обрушивать» на детей его полный смысл.

При организации уроков в ТДМ, посвященных изучению темы «Признаки делимости натуральных чисел», целесообразно учитывать общие рекомендации. На этапе актуализации знаний рекомендуется предлагать задания на использование признака делимости чисел на 10, известного детям с начальной школы. Также целесообразно предлагать задачи, при решении которых используются модели двузначного (трехзначного) числа, задания на выполнение вычислений с использованием свойств делимости. На этап повторения для обеспечения содержательной непрерывности рекомендуется отбирать задания на понятия круговой и линейной диаграмм; задачи на одновременное движение и др.

П. 2. 3. 1. Признаки делимости на 10, на 2 и на 5 (3 ч)

Основные содержательные цели

1) Сформировать умение доказывать общие утверждения на примере доказательства признаков делимости на 2, на 5, на 10, на 100, на 4 и 25.

2) Сформировать умение использовать признаки делимости для решения задач.

3) Повторить и закрепить свойства делимости; тренировать вычислительные навыки, умение анализировать и решать задачи на одновременное движение; повторить и закрепить деление с остатком, решение уравнений.

Особенности изучения учебного содержания

В первом пункте учащиеся актуализируют знания о круглых числах и на основе своих знания о круглых числах формулируют признак делимости натуральных чисел на 10. При записи признака делимости на 10 вводится знак равносильности (⇔) и способ чтения утверждений с этим знаком.

Используя знания учащихся о том, что любое двузначное число можно представить в виде: $10a + b$, и знание свойств делимости суммы и произведения, доказываются признаки делимости на 5 и на 2. Используя модель многозначного числа и свойства делимости, выводятся признаки делимости на 100, на 8, на 25 и на 125.

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5–6 классов основной школы авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсон по программе «Учусь учиться» по первому пункту предлагаются сценарии 43, 44, 45.

Урок 43 Признаки делимости на 10, на 2 и на 5.

Новое знание.

Признаки делимости на 10, на 2 и на 5.

Задание на пробное действие.

На доске карточка с высказываниями:

1) Любое число, оканчивающееся на 0, делится на 10.
2) Любое число, оканчивающееся на одну из цифр 0; 2; 4; 6; 8, делится на 2.
3) Любое число, оканчивающееся на одну из из цифр 0; 5, дслится на 5.

Определить, истинны ли утверждения на множестве натуральных чисел.

Фиксация затруднения.

– Я не смог определить, истинны ли данные утверждения на множестве натуральных чисел.

Фиксация причины затруднения.

– Мы не доказывали указанные утверждения для всех натуральных чисел.

Цель деятельности.

Доказать данные утверждения для всех натуральных чисел.

Эталоны

Признак делимости на 10

Число делится на 10	⇔	Последняя цифра числа равна 0

Признак делимости на 2

Число делится на 2	⇔	Последняя цифра числа 0; 2; 4; 6; 8

Признак делимости на 5

Число делится на 5	⇔	Последняя цифра числа 0 или 5

Урок 44 Признаки делимости на 100, на 25, на 4.

Новое знание.

Признаки делимости на 100, на 25 и на 4.

Задание на пробное действие.
На доске карточка:

$A = \{16; 25; 100; 105; 134; 236; 275; 111\,000\}$

Определить, какие числа из множества A делятся на 4, на 25, на 100.
Фиксация затруднения.
– Я не смог определить, какие числа из множества делятся на 4, на 25, на 100.
Фиксация причины затруднения.
– Мы не знаем признаки делимости на 4, на 25, на 100.
Цель деятельности.
Построить признаки делимости на 4, на 25, на 100.

Эталоны

Признаки делимости на 4, на 25 и на 100

Число делится на 100	⇔	Последние цифры числа 00
Число делится на 25	⇔	Последние цифры числа 00; 25; 50; 75
Число делится на 4	⇔	Последние цифры числа образуют число, делящееся на 4

Урок 45 Признаки делимости на 10, на 2 и на 5 (Р).

На данном уроке целесообразно сформировать способность к фиксированию собственных затруднений по теме «Признаки делимости на 2, на 5, на 10», выявлению их причин и построению проекта выхода из затруднений; тренировать умение доказывать общие утверждения на примере признаков делимости на 1000, 8 и 125; повторить и закрепить действия со смешанными числами, решение примеров на порядок действий, решение задач на дроби.

Методические рекомендации к выполнению заданий, решения и ответы

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для уроков

Урок №	Урок 43	Урок 44	Урок 45 (Р)
К	№ 529–535	№ 536–540	№ 541–547
П	№ 548–550, 554, 555	№ 551–553, 556, № 557	№ 558–560
Д	п. 2.3.1, № 562 (1), № 565 (1), 566	№ 562 (2), 569 (2), № 568	№ 563, 564, № 565 (3)
С	№ 569	№ 570	№ 571

Упражнения первого пункта направлены на формирование умения использовать признаки делимости для решения разных задач. При выполнении предложенных заданий учащиеся должны применять не только изученные признаки делимости, но и свойства делимости, применять знания о неравенствах, умение записывать решения двойных неравенств.

Выполнение № 546–547 позволит учащимся самостоятельно вывести и сформулировать признаки делимости чисел на 4, на 25, на 8 и на 125, используя модель многозначного числа и свойства делимости. Эти номера не являются обязательными для всех учащихся.

№ 529.

Данное задание можно выполнить устно.

$X = \{980, 99, 1000, 1010\}$.

№ 530.

Данное задание можно выполнить устно.

1) Каждое слагаемое оканчивается на 0, т. е. делится на 10, значит, сумма делится на 10.

2) Первое слагаемое не делится на 10, т. к. не оканчивается на 0, а второе слагаемое оканчивается на 0, значит, делится на 10, сумма не делится на 10.

3) Каждое число оканчивается на 0, значит, делится на 10, поэтому разность делится на 10.

4) Уменьшаемое делится на 10 (оканчивается на 0), вычитаемое не делится на 10 (не оканчивается на 0), значит, разность не делится на 10.

5) Один множитель (820) делится на 10 (оканчивается на 0), значит, произведение делится на 10.

6) Второй множитель – разность, делится на 10, значит, произведение делится на 10.

№ 531.

1) Искомое число должно быть наименьшим пятизначным числом, оканчиваться нулем, а сумма четырех цифр должна равняться 12: 10290;

2) Искомое число должно быть наибольшим семизначным числом, оканчиваться тремя нулями, а сумма двух цифр должна равняться 15: 9 600 000.

№ 532.

Данное задание можно выполнить устно.

1) Кратны 2: 36, 594, 708, 10 000. Остальные не кратны 2.

2) Делятся на 5: 135, 440, 908 015. Остальные не делятся на 5.

№ 533.

1) {390, 392; 394; 396; 398; 400};

2) {795, 797, 799, 801}.

№ 534.

1) 95; 2) Нет таких чисел; 3) 250, 255, 260, 265, 270, 275.

№ 535.

1) {975, 980, 985, 990, 995}.

2) {89, 91, 93, 97, 99}.

№ 536.

а) 346, 364, 354, 356, 436, 456, 534, 536, 564, 546, 634, 654;

б) 345, 435, 635, 365, 645, 465.

№ 537.

При выполнении данного задания учащиеся должны проговаривать обоснования своего выбора, ссылаясь на признаки делимости:

$A = \{145; 236; 340; 801; 1294; 4567\}$

1) все числа с последними цифрами: 0; 2; 4; 6; 8: {236, 340, 1294};

2) все числа с последними цифрами 0 и 5: {145, 340};

3) все числа с последней цифрой 0: {340};

4) все числа с последними цифрами 2; 4; 6; 8: {236, 1294};

5) числа с последней цифрой 5: {145};

6) все нечетные числа, кроме чисел с последней цифрой 5: {801, 4567};

7) все числа с последней цифрой 0: {340}.

Полученные ответы равны для предложений 3) и 7).

№ 538.

При выполнении данного задания учащиеся должны вспомнить, что значит доказать или опровергнуть утверждение. Вторая часть задания позволит учащимся тренироваться в применении знака равносильности при записи высказываний.

1) Утверждение истинно, т. к. если число делится на 10, то оно оканчивается 0, а такие числа делятся на 5.

2) Утверждение ложно. Приведем контрпример: число 25 делится на 5, но оно не делится на 10.

3) Утверждение истинно, т. к. если число делится на 10, то оно оканчивается 0, а такие числа делятся на 2.

4) Утверждение ложно. Приведём контрпример: число 24 делится на 2, но оно не делится на 10.

5) Утверждение истинно, т. к. если число делится на 10, то оно оканчивается 0, а такие числа делятся на 2 и на 5.

6) Утверждение истинно, т. к. если число делится и на 2, и на 5, то оно должно оканчиваться 0, а такие числа делятся на 10.

Число делится на 2 и на 5 в том и только том случае, если оно делится на 10.

Число делится на 2 и на 5 $\Leftrightarrow$ *Число делится на 10.*

№ 539.

1) При любых четных числах (числа должны оканчиваться цифрами 0; 2; 4; 6; 8);

2) При любых четных числах (числа должны оканчиваться цифрами 0; 2; 4; 6; 8);

3) При любых четных числах;

4) При любых числах.

№ 540.

В первом слагаемом множитель 2935 делится на 5, значит, оно делится 5, а во втором слагаемом 16 000 делится на 5, значит, оно делится 5, сумма будет делиться на 5 при любых значениях c и d.

№ 541.

$12x + 45y$

Учащиеся записывают свои варианты ответов, в конце можно обобщить ответы детей и сделать общий вывод:

1) x — любое, y — четное.

2) Первое слагаемое не должно делиться на 5, т. е. x не должно быть кратно5: x может быть любым числом с последней цифрой 1; 2; 3; 4; 6; 8; 9, а y — любое, т. к. первый множитель (45) делится на 5.

3) Чтобы первое слагаемое делилось на 2 и на 5, надо, чтобы оно делилось на 10, т.е. оканчивалось цифрой 0. Значит, x – любое число с последней цифрой 0 или 5. Чтобы второе слагаемое делилось на 2 и на 5, надо, чтобы y делилось на 2, а это значит, y может быть любым четным числом.

4) x не должно делиться на 5, его последней цифрой может быть 1; 2 ; 3; 4; 6; 7; 8; 9; y не должен делиться на 2, его последней цифрой может быть 1; 3; 5; 7; 9.

№ 542.

а) 8; б) 28; в) 628; г) 0; д) 3.

№ 543.

$a = 5c + 4$

Это число может оканчиваться цифрой 4.

№ 544.

Число, соответствующее стоимости покупки, должно делиться на 5, а 286 рублей не делиться на 5, т. е. продавец неправильно подсчитал.

№ 545.

Из первого десятка выбросили числа 2; 4; 6; 8, там останутся числа: 1, 3, 7, 9, 10 – их 5. Всего 25 десятков и плюс два числа 251 и 252, но 252 надо выбросить, значит, остается:

$5 \cdot 25 + 1 = 126.$

№ 546.

1) Число делится на 4 $\Leftrightarrow$ Две последние цифры образуют число, делящееся на 4.

Число делится на 25 $\Leftrightarrow$ Две последние цифры образуют число, делящееся на 25.

2) 00, 25, 50, 75.

3) Например: 1025, 1075, 1125.

4) 264, 624.

№ 547.

$1000a + 100b + 10c + d$

Первое слагаемое делится на 8 и 125, делимость остальных слагаемых зависит от значений b, c, d. Последние три слагаемых есть модель трехзначного числа, состоящего из последних трех цифр многозначного числа.

Число делится на 8 $\Leftrightarrow$ Число, состоящее из трех последних цифр, делится на 8.

Число делится на 125 $\Leftrightarrow$ Число, состоящее из трех последних цифр, делится на 125.

П. 2. 3. 2. Признаки делимости на 3 и на 9 (3 ч)

Основные содержательные цели

1) Тренировать умение доказывать общие утверждения на примере доказательства признаков делимости на 3 и на 9.

2) Тренировать умение использовать признаки делимости на 3 и на 9 для решения задач.

3) Повторить и закрепить изученные свойства и признаки делимости, решение текстовых задач, решение примеров на порядок действий, построение формул зависимости между величинами.

Особенности изучения учебного содержания

Во втором пункте формулируются и доказываются на примере признаки делимости на 3 и на 9. В более подготовленном классе можно предложить учащимся доказать признак делимости на 3 и на 9, используя модель трехзначного числа.

Доказательство.

$100a + 10b + c$

Из чисел 100 и 10 выделим единицу: $(99 + 1)a + (9 + 1)b + c$.

Применим распределительное свойство умножения: $99a + a + 9b + b + c$.

Объединим в группу слагаемые, которые делятся на 3 (на 9), и слагаемые, о которых мы не можем сказать, делятся они на 3 (на 9): $(99a + 9b) + (a + b + c)$.

Первая сумма делится на 3 (на 9) по свойству делимости произведения и суммы. Делимость всего числа зависит от делимости второй суммы. Вторая сумма – это сумма цифр трехзначного числа. Получаем: если сумма цифр трехзначного числа делится на 3 (на 9), то и число делится на 3 (на 9).

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5–6 классов основной школы авторов Г.В. Дорофеева, Л.Г. Петерсон по программе «Учусь учиться» по данному пункту предлагаются сценарии 46, 47, 48.

Урок 46 Признаки делимости на 3 и на 9.

Новое знание.

Признаки делимости на 3 и на 9.

Задание на пробное действие.

На доске карточка с множеством чисел:

1008; 1013; 1106; 1127; 1308.

Не выполняя деления, выписать сначала числа, которые делятся на 3, а затем числа, которые делятся на 9.

Фиксация затруднения.

– Я не могу, не выполняя деления, выписать числа, которые делятся на 3 и которые делятся на 9.

Фиксация причины затруднения.

– Мы не знаем признаки делимости на 3, на 9.

Цель деятельности.

Узнать признак делимости на 3 и на 9.

Эталоны

Признак делимости на 3

Число a делится на 3	$\Leftrightarrow$	Сумма цифр числа a делится на 3

Признак делимости на 9

Число a делится на 9	$\Leftrightarrow$	Сумма цифр числа a делится на 9

Уроки 47–48 Признаки делимости на 3 и на 9 (Р).

Эти уроки целесообразно организовать как уроки рефлексии. На данных уроках будет формироваться способность к фиксированию собственных затруднений по теме «Признаки делимости на 3, на 9», выявлению их причин и построению проекта выхода из затруднений; тренироваться умение формулировать новые признаки делимости на основе известных признаков; тренироваться умение использовать признаки делимости при решении задач. Необходимо повторить и закрепить умение работать с круговыми и столбчатыми диаграммами, выполнять действия со смешанными числами; тренировать вычислительные навыки и умение решать текстовые задачи.

Методические рекомендации к выполнению заданий, решения и ответы

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для уроков

Урок №	Урок 46	Урок 47	Урок 48 (Р)
К	№ 572–575	№ 576–580	№ 581–585
П	№ 586–588, № 591	№ 589–591, № 593, 596	№ 594, 595, 597
Д	п. 2.3.2, № 598, 602, № 605	№ 599, 603, 604	№ 600, 601, 606
С	№ 607	№ 561	№ 567

Упражнения второго пункта направлены на формирование умения использовать признаки делимости для решения разных задач.

№ 572.
1) 3 + 9 + 9 + 6 = 27 – делится на 3 и на 9;
2) 2 + 4 + 3 + 5 + 7 = 21 – делится на 3;
3) 1 + 8 + 7 + 2 + 7 + 2 = 27 – делится на 3 и на 9;
4) 5 + 9 + 4 + 8 + 2 + 0 = 28 – не делится на 3, не делится на 9;
5) 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 9 – делится на 3 и на 9;
6) 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 0 = 45 – делится на 3 и на 9.

№ 573.
1) 74156* 1, 4, 7;
2) 74156* 4.

№ 574.

Перед выполнением упражнения целесообразно повторить способы доказательств истинности и ложности утверждений, а также какие утверждения являются равносильными. При доказательстве второго утверждения учащиеся должны вспомнить второе свойство делимости произведения: «Если число a **делится** на число c, а число b **не делится** на число c, то $a \pm b$ **не делится** на число c».

1) 6 делится на 3, но не делится на 9;

2) Число делится на 9, 9 делится на 3, число делится на 3 (свойство делимости произведения).

Данные утверждения неравносильны.

№ 575.
1) 30 570, 12 853, 52 385, 30 517, 61 304, 9199
9199, 12 853, 30 517, 30 570, 52 386, 61 304
МАНОБО;
2) 9199, 12 853, 30 517, 61 304
МАНО.

№ 576.
1) 555 555 555, оно делится на 3.

2) Невозможно, т. к. чтобы число делилось на 5, оно должно на конце иметь 0 или 5.

№ 577.
1480 не делится на 3, а стоимость покупки должна быть кратна 3.

№ 578.
Данное упражнение направлено на формирование умения применять признаки делимости в различных комбинациях.

Приводим примеры чисел:

1) должно оканчиваться 0 или 5, а сумма его цифр должна делиться на 3: 105;

2) должно оканчиваться 0, а сумма его цифр должна делиться на 9: 990;

3) число должно быть четным, сумма его цифр должна делиться на 9, но оно не может оканчиваться 0: 702;

4) число должно быть нечетным, сумма цифр не должна делиться на 3, ни на 9, последней цифрой не может быть цифра 5: 121.

№ 579.

1) 312* 0, 2, 4, 6, 8;	3) 312* 0, 3, 6, 9;	5) 312* 0, 4, 8;
2) 312* 0, 5;	4) 312* 3;	6) 312* 5.

№ 580.
После выполнения этого номера можно предложить учащимся сформулировать признак делимости на 6.
1) 42, 534, 8612;
2) 42, 243, 534, 12 345;
3) 42, 534;
4) 8612;
5) 243, 12 345;
6) 73, 347;
7) 42, 534.
Равносильные утверждения 3) и 7).
Да, всегда.

№ 581.
а) *kms*; б) *klmr*; в) *lnr*; г) *lr*.

№ 582.
1) 315 и 318; 522 и 525; 618 и 621.

Остатки: 2, 1, 1.
2) 1, 2, 1.

№ 583.
1) 288 и 237; 441 и 450; 693 и 711.
Остатки: 1, 2, 0.
2) 6, 8, 1.

№ 584.
1) Нет, т. к. 100 – 42 = 58 – не делится на 3.
2) Нет, т. к. 3450 не делится на 9.

№ 585.
1) Ложно, 23 не делится на 5.
2) Ложно, 10 и 19 не делятся на 9.
3) Истинно, $100a + 10a + a = 111a$ – делится на 3.
4) Истинно, $100a + 10a + a = 111a$ – делится на 37.

Урок 49 Задачи для самопроверки.

Этот урок проводится как урок рефлексии. Он поможет учащимся проверить свои знания и подготовиться к контрольной работе по теме «Свойства и признаки делимости натуральных чисел», которая будет проводиться на следующем уроке.

Предлагаем решения и ответы заданий этого пункта.

№ 608.
$D(36) = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$, $K(36) = \{36, 72, 108, 144, ...\}$

№ 609.
а) 123 400;
б) 78 012, 123 400, 888 888;
в) 123 400, 405 405;
г) 78 012, 405 405, 888 888;
д) 78 012, 405 405.

№ 610.
2, 3, 5, 6; 2356.

№ 611.
1)
а) $a + b$;
б) $a + b$;
в) $a - b$;
г) $a - b$.
2)
200 : [45 + (45 + 10)] = 2 (мин)

№ 612.
1) 243 000 : 648 = 375;

2) 9825 + 375 = 10 200;
3) 10 200 · 8070 = 82 314 000;
4) 9080 · 9006 = 81 774 480;
5) 82 314 000 – 81 774 480 + 1 202 730 = 1 742 250;
6) 1 742 250 : 345 = 5050.

Уроки 50–51 **Обучающий контроль (*Контрольная работа № 3*).**

§ 4. Простые числа и делимость (16 ч)

Особенности изучения учебного содержания

При изучении данного параграфа учащиеся составляют алгоритмы разложения чисел на простые множители, новые способы нахождения НОД и НОК, знакомятся с частными случаями нахождения НОД и НОК: НОД и НОК взаимно простых чисел и НОД и НОК чисел, одно из которых делится на другое (НОД: № 655–656, 661 (2,3); НОК: № 687–691). Чтобы пятиклассники учитывали частные случаи при нахождении НОД (НОК), можно составить с учащимися общий алгоритм нахождения НОД, первые шаги которого будут направлены на проверку частных случаев.

После того как учащиеся познакомятся со всеми способами нахождения НОД, целесообразно провести их систематизацию с обсуждением рациональности применения каждого из способов в различных случаях; это можно сделать при выполнении № 652. Для поиска НОД небольших чисел лучше применять метод перебора. Если разница между числами невелика, то их НОД удобнее находить перебором делителей разности, если числа большие, то рациональным способом нахождения их НОД будет использование их разложения на простые множители.

Аналогичную работу нужно провести и со способами нахождения НОК, для этого можно использовать № 686 (2, 3, 4, 5). Знакомство учащихся с различными способами нахождения НОД и НОК реализует принцип вариативности ДСДМ «Школа 2000...».

На уроках можно рассмотреть текстовые задачи, при решении которых учащиеся будут применять умения находить НОД и НОК, – № 658–660; № 694–696. При этом пятиклассники получат возможность увидеть практическое применение полученных ими знаний.

Также в данном параграфе вводится понятие степени числа, нахождение значения числовых выражений, содержащих степени, дополнительные свойства умножения и деления, которые используются для рационализации вычислений.

При организации уроков в ТДМ, посвященных изучению темы «Простые числа и делимость», целесообразно учитывать общие рекомендации. На этапе актуализации знаний рекомендуется предлагать задания на понятия делителя и кратного числа, на деление чисел, представленных в виде произведения простых множителей. Также целесообразно предлагать задания на уже известные способы по нахождению НОД и НОК.

Для этапа повторения для обеспечения содержательной непрерывности рекомендуется отбирать задания на решение задач на дроби; сравнение дробей, сложение и вычитание смешанных чисел; решение уравнений и неравенств; построение углов с помощью транспортира.

П. 2. 4. 1. Разложение чисел на простые множители (2 ч)

Основные содержательные цели

1) Сформировать представление о разложении чисел на простые множители.

2) Тренировать умение строить алгоритмы способов действий на примере алгоритма разложения на простые множители.

3) Сформировать умение использовать построенный алгоритм.

4) Тренировать умение использовать алгоритм разложения чисел на простые множители.

5) Повторить и закрепить: понятие простого и составного числа, признаки делимости; сравнение дробей, решение задач на дроби; действия со смешанными числами, решение задач на проценты.

Особенности изучения учебного содержания

В первом пункте § 4 **«Простые числа и делимость»** учащиеся фиксируют различные способы разложения чисел на простые множители.

Приведем примеры. Разложение числа 40 на простые множители можно провести и оформить двумя способами.

<u>Способ 1</u>

В основе первого способа лежит умение учащихся представлять любое число в виде произведения его делителей, понятия парных делителей и простых чисел:

$$40 = \underbrace{4}_{2\cdot 2} \cdot \underbrace{10}_{2\cdot 5} = 2\cdot 2\cdot 2\cdot 5$$

<u>Способ 2</u>

В основе второго способа лежит знание признаков делимости и понятие простого числа:

$$\begin{array}{r|l} 40 & 2 \\ 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

Помимо формирования умения раскладывать числа на простые множители учащиеся учатся применять данное умение. Так, разложение числа на простые множители дает еще один способ нахождения делителей числа.

$36 = 2\cdot 2\cdot 3\cdot 3$ $\quad D(36) = \{1;\ 2;\ 3;\ 2\cdot 2;\ 2\cdot 3;\ 3\cdot 3;\ 2\cdot 2\cdot 3;\ 2\cdot 3\cdot 3;\ 2\cdot 2\cdot 3\cdot 3\}$

В процессе работы с заданиями № 617, 619 учащиеся делают следующие выводы:

1) Число делится лишь на те простые числа, которые входят в его разложение на простые множители.

2) Число делится лишь на те составные числа, разложение которых на простые множители полностью в нем содержится.

Понятно, что последнее замечание будет необходимо учащимся для построения алгоритма нахождения НОД и НОК с помощью разложения на простые множители.

Вопросам применения разложения на простые множители для поиска НОД и НОК чисел посвящены следующие два пункта данного параграфа.

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5–6 классов основной школы авторов Г.В. Дорофеева, Л.Г. Петерсон по программе «Учусь учиться» по первому пункту предлагаются сценарии 52, 53.

Урок 52 Разложение чисел на простые множители.

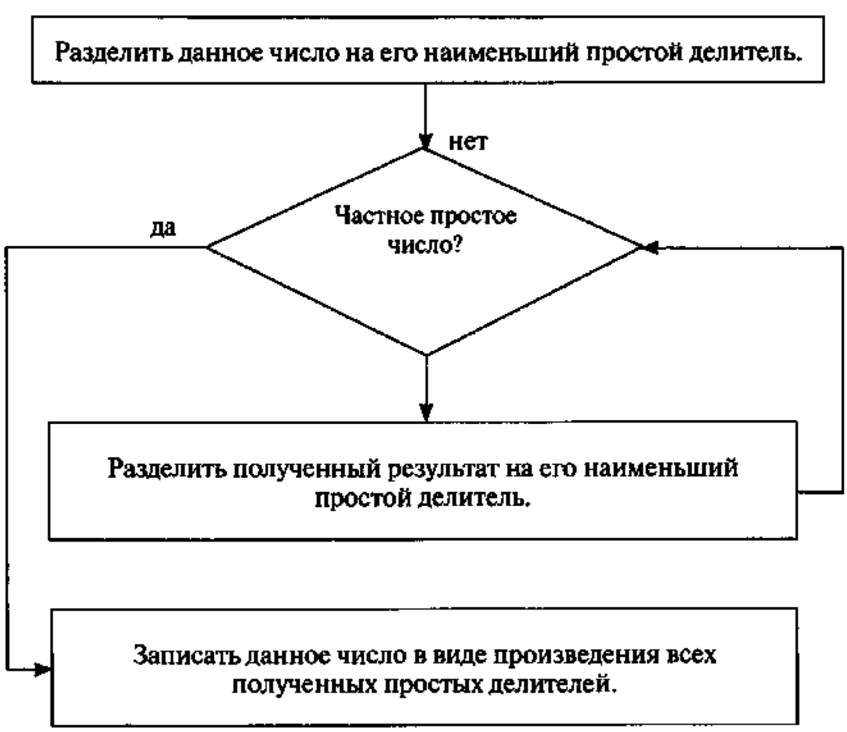
Новое знание.
Алгоритм разложения числа на простые множители.
Задание на пробное действие.
Разложить за 30 секунд число 210 на простые множители.
Фиксация затруднения.
– Я не смог за короткое время разложить число на простые множители.
Фиксация причины затруднения.
– Я не знаю быстрый способ разложения чисел на простые множители.
Цель деятельности.
Узнать быстрый способ разложения чисел на простые множители.

Эталоны

Понятие разложения чисел на простые множители

Разложить число **на простые множители** – это значит представить его в виде произведения простых чисел. $212 = 2 \cdot 2 \cdot 53$

Алгоритм разложения чисел на простые множители



Урок 53 Разложение чисел на простые множители.

Новое знание.

Алгоритм деления чисел, представленных в виде произведения простых множителей.

Задание на пробное действие.

Определить за 30 секунд, делится ли число $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 11$ на число $2 \cdot 2 \cdot 11$, и если да, то найти частное.

Фиксация затруднения.

– Я не смог за короткое время определить, делится ли число $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 11$ на число $2 \cdot 2 \cdot 11$.

Фиксация причины затруднения.

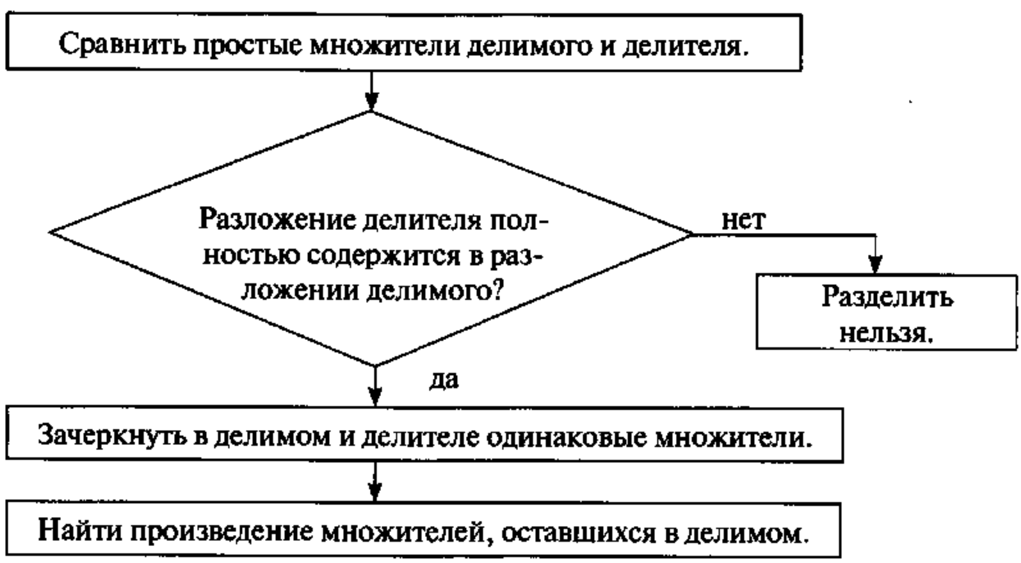
– Я не знаю быстрый способ определения делимости чисел и нахождения частного, если числа представлены в виде произведения своих простых делителей.

Цель деятельности.

Найти быстрый способ определения делимости чисел и нахождения частного, если числа представлены в виде произведения своих простых делителей.

Эталон

Алгоритм деления чисел, представленных в виде произведения простых множителей



Методические рекомендации к выполнению заданий, решения и ответы

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для уроков

Урок №	Урок 52	Урок 53
К	№ 613 (1), 614, 615	№ 613 (2), 618–620, 622
П	№ 624, 625, 632	№ 628–631
Д	п. 2.4.1, № 635 (1), 636, 642	№ 637–639
С	№ 644	№ 645

№ 613–615 направлены на формирование умения представлять натуральные числа в виде произведения их простых делителей.

№ 616–619 направлены на умение использовать разложения чисел на простые множители при определении делимости чисел и нахождении частного. № 619 готовит учащихся к сокращению дробей.

№ 620–623 позволяют учащимся увидеть, как знание свойств делимости, умение представлять числа в виде произведения простых множителей помогают решать задачи разного рода.

№ 613.

1) $8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$; $24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$; $35 = 5 \cdot 7$; $60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$;
$72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$; $180 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$; $260 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 13$;
$440 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 11$;
$600 = 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3$; $1000 = 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5$.

2) $162 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$; $216 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$; $594 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 11$;
$1001 = 7 \cdot 11 \cdot 13$; $1024 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$;
$2304 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$; $4620 = 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11$;
$27\,360 = 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 19$.

№ 614.

Простые множители: 2, 3, 5, 7.
$2 \cdot 3 = 6$; $2 \cdot 5 = 10$; $2 \cdot 7 = 14$; $3 \cdot 7 = 21$; $3 \cdot 5 = 15$; $5 \cdot 7 = 35$.

№ 615.

а) 25, 49;
б) 27;
в) 16, 81.

№ 616.

$510 = 2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ – на 7, 13, 19 не делится;
$1092 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 13$ – делится на 7 и на 13;
$1368 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 19$ – делится на 19;
$1430 = 2 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 13$ – делится на 13.

№ 617.

$7 \cdot 11 \cdot 13 = 1001$
1001, 2002, 3003, 4004, 5005, 6006, 7007, 8008, 9009.

№ 618.

1, 2, 3, 4, 6, 8, 10, 12, 15, 16, 20, 24, 30, 40, 48, 60, 80.

№ 619.

1) $a : b = (\cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot 2 \cdot 5 \cdot \cancel{11}) : (\cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{11}) = 2 \cdot 5 = 10$;
2) Не делится;
3) Не делится;
4) $a : b = (\cancel{2} \cdot 2 \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot 5 \cdot \cancel{19} \cdot 23) : (\cancel{2} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{19}) = 2 \cdot 5 \cdot 23 = 230$;
5) $1000 = 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5$, не делится;
6) $1001 = 7 \cdot 11 \cdot 13$; $a : b = (3 \cdot 5 \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{11} \cdot \cancel{13} \cdot 17) : (\cancel{7} \cdot \cancel{11} \cdot \cancel{13}) = 3 \cdot 5 \cdot 17 = 255$.

№ 620.

Упражнение выполняется устно.
1) Четное;

2) Не делится;
3) Делится;
4) Может делиться, а может не делиться.

№ 621.
1) Утверждение истинно, т. к. $12 = 3 \cdot 4$.
2) Утверждение ложно, т. к. 12 делится на 4 и на 6, но не делится на 24.

№ 622.
$111 = 3 \cdot 37$; $1001 = 7 \cdot 11 \cdot 13$.
а) $3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 = 3 \cdot 5 \cdot 1001 = 3 \cdot 5005 = 15\,015$;
б) $21 \cdot 37 = 3 \cdot 7 \cdot 37 = 3 \cdot 111 = 333$;
в) $11 \cdot 13 \cdot 35 = 11 \cdot 13 \cdot 5 \cdot 7 = 1001 \cdot 5 = 5005$;
г) $3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 37 = 111 \cdot 1001 = 111\,111$.

№ 623.
Число ножей и вилок должно делиться на 10 и на 12, т.е. на 2, на 3, на 5, на 4.
Единственное число большее 300, но меньшее 400, для которого выполняется перечисленное условие, – это число 360.
Ножей 100, а вилок 260.

П. 2. 4. 2. Наибольший общий делитель Взаимно простые числа (3 ч)

Основные содержательные цели

1) Сформировать умение составлять алгоритмы способов действий на примере алгоритма нахождения НОД чисел на основе их разложения на простые множители.

2) Сформировать умение использовать построенный алгоритм для решения задач, вывода алгоритма нахождения наибольшего общего делителя для частных случаев.

Особенности изучения учебного содержания

При изучении второго пункта § 4 учащиеся повторяют понятие наибольшего общего делителя и уже известные им способы нахождения наибольшего общего делителя чисел (метод полного перебора, метод перебора делителей меньшего числа, перебор делителей разности) и узнают новый способ – с применением разложения на простые множители.

На частном примере чисел, для которых найден НОД, равный 1, вводится понятие взаимно простых чисел, далее это понятие отрабатывается в заданиях № 653–654. Понятие взаимно простых чисел будет применяться при нахождении НОД и НОК.

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5–6 классов основной школы авторов Г.В. Дорофеева, Л.Г. Петерсон по программе «Учусь учиться» по первому пункту предлагаются сценарии 54, 55 (Р), 56 (Р).

Урок 54 Наибольший общий делитель. Взаимно простые числа.

Новое знание.

Алгоритм нахождения НОД методом разложения числа на простые множители.

Задание на пробное действие.

В течение 30 секунд найти НОД (a; b),

если $a = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$, $b = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 11$.

Фиксация затруднения.

– Я не смог быстро найти наибольший общий делитель чисел, разложенных на простые множители.

Фиксация причины затруднения.

– Нет быстрого, удобного способа нахождения наибольшего общего делителя чисел, разложенных на простые множители.

Цель деятельности.

Найти новый способ нахождения наибольшего общего делителя чисел, разложенных на простые множители.

Эталоны

Понятие взаимно простых чисел

Числа, наибольший общий делитель которых равен 1, называются **взаимно простыми.** a и b взаимно простые $\Leftrightarrow$ НОД (a; b) = 1

НОД чисел в случае, когда одно число является делителем другого числа

Наибольший общий делитель двух чисел, одно из которых делится на второе, равен меньшему числу.

a делится на b $\Leftrightarrow$ НОД (a; b) = b

Алгоритм нахождения НОД чисел методом разложения на простые множители

1. Разложить числа на простые множители. 2. Выписать в виде произведения все общие простые множители (НОД). 3. Если необходимо, найти полученное произведение.

Уроки 55–56 Наибольший общий делитель. Взаимно простые числа.

Эти уроки проводятся как уроки рефлексии. На данных уроках будет тренироваться умение использовать алгоритм нахождения НОД на основе разложения чисел на простые множители, нахождение НОД частных случаев; будут формироваться способности к исправлению допущенных ошибок на основе рефлексии собственной деятельности; повторяться и закрепляться понятие смежных углов, решение задач на одновременное движение, примеров на порядок действий, решение уравнений, решение задач методом уравнений.

Методические рекомендации к выполнению заданий, решения и ответы

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для уроков

Урок №	Урок 54	Урок 55	Урок 56
К	№ 647, 651 (1–4)	№ 651 (5, 6)	№ 656–660, 662
П	№ 661, 664	№ 663, 665, 669, № 670	№ 666, 667, 671
Д	п. 2.4.2, № 672, № 676, 679	№ 673 (1, 2), 675, № 677	№ 673 (3, 4), 674, № 678, 680
С	№ 681	№ 682	№ 683

Все упражнения данного пункта направлены на формирование умения находить НОД чисел разными способами.

<u>№ 647.</u>
Упражнение выполняется устно.
1) Для нечетных чисел 2 не является делителем. Числа, кратные 2, – четные.
2) Число 1 является общим делителем для всех чисел.

<u>№ 648.</u>
$D(12) = \{1; 2; 3, 4; 6; 12\}$ $D(30) = \{1; 2; 3, 5; 6; 10; 15; 30\}$
$D(12; 30) = \{1; 2; 3, \underline{6}\}$
6 – НОД чисел 12 и 30

<u>№ 649.</u>
$D(85) = \{1, 5, 17, 35\}$ НОД (85, 90) = 5 – метод перебора.

<u>№ 650.</u>
1) НОД $(a, b) = 2 \cdot 3 = 6$;
2) НОД $(a, b) = 1$;
3) НОД $(a, b) = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 90$;
4) НОД $(a, b) = 2 \cdot 5 \cdot 5 = 50$;
5) НОД $(a, b, c) = 2 \cdot 7 = 14$;
6) НОД $(a, b, c) = 1$

<u>№ 651.</u>
1) $75 = 3 \cdot 5 \cdot 5$; $135 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$; НОД $(75, 135) = 3 \cdot 5 = 15$;
2) $180 = 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$; $210 = 2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 7$; НОД $(180, 210) = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$;
3) $125 = 5 \cdot 5 \cdot 5$; $462 = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11$; НОД $(125, 462) = 1$;
4) $504 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$; $720 = 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$;
НОД $(504, 720) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 72$;
5) $117 = 3 \cdot 3 \cdot 13$; $195 = 3 \cdot 5 \cdot 13$; $312 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 13$;
НОД $(117, 195, 312) = 3 \cdot 13 = 39$;
6) $306 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 17$; $340 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 17$; $850 = 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 17$;
НОД $(306, 340, 850) = 2 \cdot 17 = 34$.

№ 652.
1) НОД (14, 140) = 14;
2) НОД (4914, 4915) = 1;
3) НОД (6, 81, 9054) = 3;
4) $3150 = 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$; $1848 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11$;
НОД (3150, 1848) $= 2 \cdot 3 \cdot 7 = 42$.

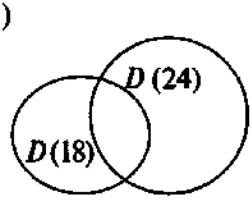
№ 653.
1) Не всегда: 8 и 9, 13 и 15.
2) 4 и 15; 4 и 77; 15 и 22; 15 и 77.

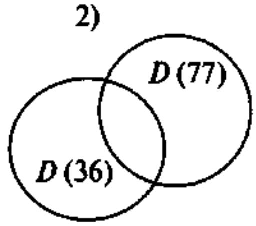
№ 654.
1) $57 = 3 \cdot 19$; $86 = 2 \cdot 43$ – взаимно простые;
2) $28 = 2 \cdot 2 \cdot 7$; $45 = 3 \cdot 3 \cdot 5$; $60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$ – взаимно простые;
3) $333 = 3 \cdot 3 \cdot 37$; $7000 = 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7$ – взаимно простые.

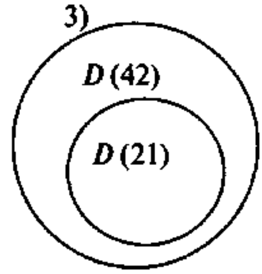
№ 655.
1) НОД $(a, b) = b$;
2) b делится на a;
3) Они взаимно простые.

№ 656.
1) 8; 2) 23; 3) 1; 4) 1; 5) 20; 6) 1.

№ 657.

1)


2)


3)


№ 658.
1) НОД не может быть больше чисел.
2) Нет, не может.

№ 659.
$48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$; $72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$; $120 = 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$;
НОД (48, 72, 120) $= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 24$
Можно создать 24 одинаковых набора.
2 синих, 2 желтых, 2 зеленых, 3 красных карандаша и 5 картинок, всего 14 предметов.

№ 660.
$418 = 2 \cdot 11 \cdot 19$; $456 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 19$; $494 = 2 \cdot 13 \cdot 19$;
НОД (418, 456, 494) $= 2 \cdot 19 = 38$
418 : 38 = 11 – количество вагонов в первом поезде
456 : 38 = 12 – количество вагонов во втором поезде
494 : 38 = 13 – количество вагонов в третьем поезде
$11 + 12 + 13 = 36$, $36 < 50$.

П. 2. 4. 3. Наименьшее общее кратное. (3 ч)

Основные содержательные цели

1) Тренировать умение строить алгоритмы способов действий на примере алгоритма нахождения НОК чисел на основе их разложения на простые множители, исследовать частные случаи нахождения НОК.

2) Сформировать умение использовать построенный алгоритм для решения задач.

3) Повторить и закрепить: решение задач по сумме и разности; преобразование дробей и действия со смешанными числами, решение задач на дроби; распределительное свойство умножения, правило деления произведения на число, действия с многозначными числами, формулы объема и площади поверхности куба.

Особенности изучения учебного содержания

Материал третьего пункта изучается по аналогии со вторым пунктом.

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5–6 классов основной школы авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсон по программе «Учусь учиться» по данному пункту предлагаются сценарии 57, 58 (Р), 59 (Р).

Урок 57 Наименьшее общее кратное.

Новое знание.

Алгоритм нахождения НОК методом разложения числа на простые множители.

Задание на пробное действие.

В течение 30 секунд найти НОК $(a; b)$, если $a = 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 11$, $b = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$.

Фиксация затруднения.

– Я не смог быстро найти наименьшее общее кратное чисел, разложенных на простые множители.

Фиксация причины затруднения.

– Нет быстрого, удобного способа нахождения наименьшего общего кратного чисел, разложенных на простые множители.

Цель деятельности.

Найти новый способ нахождения наименьшего общего кратного чисел, разложенных на простые множители.

Эталоны

Алгоритм нахождения НОК чисел

1. Разложить числа на простые множители.
2. Выписать наибольшее из чисел.
3. Добавить к ним недостающие множители из разложений оставшихся чисел (НОК).
4. Если необходимо, найти полученное произведение.

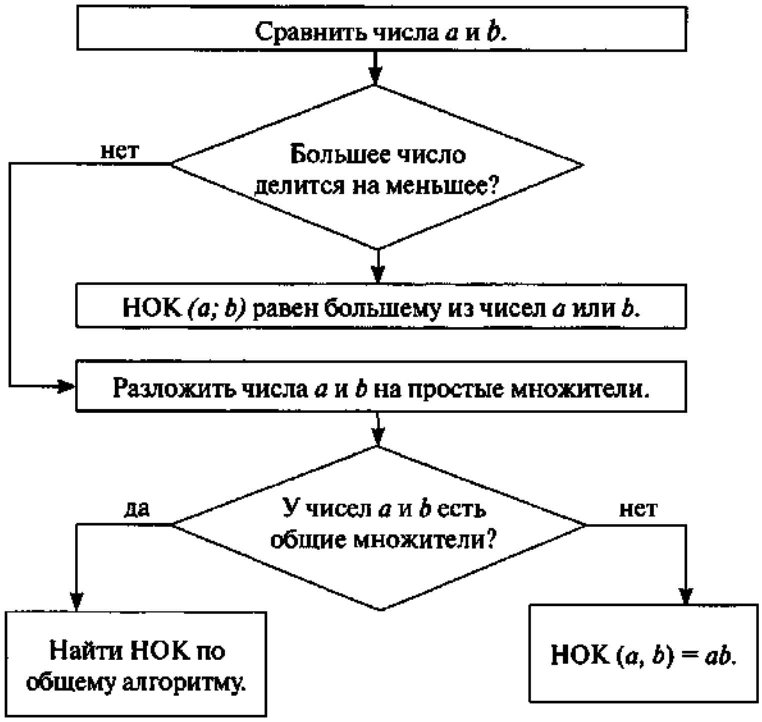
Нахождение НОК взаимно простых чисел

Наименьшее общее кратное взаимно простых чисел равно их произведению.
Если НОД $(a; b) = 1$, то НОК $(a; b) = ab$

Нахождение НОК частного случая

Наименьшее общее кратное двух чисел, одно из которых делится на второе, равно большему числу. a делится на $b \Leftrightarrow$ НОД $(a; b) = a$

Алгоритм нахождения НОК для частных случаев



Уроки 58–59 Наименьшее общее кратное.

Эти уроки проводятся как уроки рефлексии. На данных уроках будет тренироваться умение использовать алгоритм нахождения НОК на основе разложения чисел на простые множители и частных случаев; формироваться способности к исправлению допущенных ошибок на основе рефлексии собственной деятельности; тренироваться умение находить НОК на основе разложения чисел на простые множители.

Методические рекомендации к выполнению заданий, решения и ответы

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для уроков

Урок №	Урок 57	Урок 58	Урок 59
К	№ 684–686 (1–4)	№ 687–689, 694, № 695	№ 690 (7, 8), № 690–693, 696
П	№ 697, 700	№ 698, 703–705, № 707	№ 699, 701, 706, № 708
Д	п. 2.4.3, № 709, № 711, 713, № 565 (4)	№ 710 (1, 2), № 713 (1, 2)	№ 710 (3, 4), 712, № 713 (3)
С	№ 714	№ 715	№ 716

Все упражнения данного пункта направлены на формирование умения нахо-ть НОК чисел разными способами.

№ 684.
1) $K(42) = \{42; 84; 126; ...\}$ $K(28) = \{28; 56; 84; 72; ...\}$
$K(45; 28) = \{84; 168; ...\}$ НОК (42; 28) = 84.
2) $K(42) = \{42; 84; 126; ...\}$ НОК (42; 28) = 84.
3) $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$; $28 = 2 \cdot 2 \cdot 74$; НОК (42; 28) = $42 \cdot 2$.

№ 685.
1) НОК $(a, b) = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$;
2) НОК $(a, b) = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 13 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7$;
3) НОК $(a, b, c) = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 19$;
4) НОК $(a, b, c) = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 17$.

№ 686.
1) $28 = 2 \cdot 2 \cdot 7$; $35 = 5 \cdot 7$; НОК (28, 35) = $35 \cdot 2 \cdot 2 = 140$;
2) $16 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$; $56 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7$; НОК (16, 56) = $56 \cdot 2 = 112$;
3) $21 = 3 \cdot 7$; $100 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5$; НОК (21, 100) = $100 \cdot 21 = 2100$;
4) $18 = 2 \cdot 3 \cdot 3$; $162 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$; НОК (18, 162) = 162;
5) $264 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 11$; $300 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$;
НОК (264, 300) = $300 \cdot 2 \cdot 11 = 6600$;
6) $360 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$; $1020 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 17$;
НОК (360, 1020) = $1020 \cdot 2 \cdot 3 = 6120$;
7) $72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$; $90 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$; $96 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$;
НОК (72, 90, 96) = $96 \cdot 3 \cdot 5 = 1440$;
8) $58 = 2 \cdot 26$; $87 = 3 \cdot 29$; $435 = 3 \cdot 5 \cdot 29$;
НОК (58, 87, 435) = 43 501 492 = 870.

№ 687.
1) НОК (527, 8 069 422) = 8 069 422;
2) НОК $(a, b) = a$;
3) a делится на b.

№ 688.
1) 100; 3) 12 121 212; 5) 102 030 405;
2) 54; 4) 117 117 117; 6) 300 200 100.

№ 689.
1) $4 = 2 \cdot 2$; $125 = 5 \cdot 5 \cdot 5$; НОК (4, 125) = 500;
2) $33 = 3 \cdot 11$; $100 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5$; НОК (33, 100) = 3300;
3) $111 = 3 \cdot 37$; $200 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5$; НОК (111, 200) = 22 200;
4) $18 = 2 \cdot 3 \cdot 3$; $1001 = 7 \cdot 11 \cdot 13$; НОК (18, 1001) = 18 018.

№ 690.
a и b взаимно простые числа.

№ 691.
1) 60; 2) 170; 3) 168; 4) 150.

№ 692.
1) $704 > 352$;

2) По определению кратного.

№ 693.
$18 = 2 \cdot 3 \cdot 3$ $\qquad$ $24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$
НОК (18, 24) $= 24 \cdot 3 = 72$ $\qquad$ НОД (18, 24) $= 2 \cdot 3 = 6$
$72 \cdot 6 = 18 \cdot 24$
$432 = 432$ (в)
$42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$ $\qquad$ $70 = 2 \cdot 5 \cdot 7$
НОК (42, 70) $= 70 \cdot 3 = 210$ НОД (42, 70) $= 2 \cdot 5 = 14$
$210 \cdot 14 = 42 \cdot 70$
$2940 = 2940$ (в)

№ 694.
НОК (2, 3, 4, 5, 6) $= 6 \cdot 2 \cdot 5 = 60$
Ответ: 60 яблок.

№ 695.
$360 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$ $\qquad$ $150 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$
НОК (150, 360) $= 360 \cdot 5 = 1800$.
$1800 : 150 = 12$.
Ответ: 12 этапов.

№ 696.
НОК (12; 20; 18) = 180
$180 : 7 = 25$ (ост. 5)
Все вместе прибудут в порт в пятницу.

П. 2. 4. 4. Степень числа (3 ч)

Основные содержательные цели

1) Сформировать понятие степени, умение читать и записывать выражения со степенями.

2) Сформировать умение находить значение числового выражения, содержащего степени.

3) Сформировать умение находить НОК и НОД, представлять числа в виде суммы разрядных слагаемых, используя понятие степени числа.

4) Повторить и закрепить смысл умножения натуральных чисел, понятия простого и составного числа, зависимость между компонентами и результатами арифметических действий, тренировать вычислительные навыки, умение анализировать и решать задачи; умение читать буквенные выражения.

Особенности изучения учебного содержания

В этом пункте понятие степени вводится как краткая запись произведения одинаковых множителей, при этом реализуется один из принципов дидактической системы деятельностного метода обучения «Школа 2000...» – принцип непрерывности.

В начальной школе понятие произведения вводилось как краткая запись суммы одинаковых слагаемых, поэтому и понятие степени с натуральным показателем в 5 классе целесообразно вводить аналогично. Для постановки проблемы можно предложить пятиклассникам записать произведение нескольких одинаковых множителей, используя только два числа.

После знакомства с понятием степени учащиеся находят значение степени и применяют полученные знания для вычисления значений числовых выражений, содержащих степени. При выполнении № 726 учащиеся работают по образцу, переходя от произведения к степени, получают возможность самостоятельно определить порядок действий в выражении со степенями и вывести соответствующее правило. Правило нахождения значения числового выражения, содержащего степени числа, может быть записано в виде алгоритма:

Найти в числовом выражении степени числа.

↓

Найти значения степеней по порядку слева направо.

↓

Найти значения выражения, пользуясь правилами порядка действий.

Правило порядка действий в выражениях со степенями можно записать схематично:

a^n → х или : → + или –

При этом с учащимися фиксируется, что скобки, как и раньше, меняют приоритет выполнения действий.

Познакомив учащихся с понятием степени, важно показать применение новой записи для более компактной записи разложения чисел на простые множители, когда оно содержит одинаковые сомножители. Полезным будет выполнение заданий № 729, 731, которые позволяют составить (использовать) упрощенные правила нахождения НОК и НОД в связи с обозначением произведения в виде степени и использовать эти правила. Достаточно громоздкие правила нахождения НОД и НОК сводятся к компактным по объему, схожим по форме правилам с выделением ключевых слов, что облегчает их запоминание.

1) Чтобы найти НОД, надо взять общие простые множители всех чисел с наименьшими показателями степеней.

2) Чтобы найти НОК, надо взять все простые множители всех чисел с наибольшими показателями степеней.

При этом не следует забывать о принципе вариативности – если в задании не указан способ нахождения НОД и НОК, ученик вправе выбирать тот способ, который удобен ему. Задача учителя здесь – познакомить учащихся с различными способами, предоставив каждому ученику возможность формировать способность к систематическому перебору вариантов и адекватному принятию решений в ситуациях выбора.

При выполнении учеником задания нерациональным способом учитель фиксирует этот факт, выявляет с учеником последствия неверно выбранного способа (потеря времени, трудоемкость вычислений), однако следует понимать, что поводом для снижения отметки неудачный выбор ученика не является.

Учащиеся учатся представлять натуральное число в виде суммы разрядных слагаемых с использованием степени числа 10 (№ 732–734). Эта форма записи пригодится им при знакомстве с другими позиционными системами счисления, отличными от десятичной (такой материал в качестве развивающего предлагается в курсе математики «Учусь учиться» в 6 классе, а также рассматривается в курсе информатики).

В более подготовленных классах можно провести математическое исследование, которое предлагается в № 735. Правила, сформулированные пятиклассниками при его выполнении, являются пропедевтикой изучения свойств степеней в 7 классе.

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5–6 классов основной школы авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсон по программе «Учусь учиться» по данному пункту предлагаются сценарии 60, 61, 62.

Урок 60 Степень числа.

Новое знание.

Понятие степени числа.

Задание на пробное действие.

Записать число, составленное из тысячи одинаковых множителей, каждое из которых равно 3.

Фиксация затруднения.

– Я не смог записать произведение одинаковых множителей, содержащих 1000 чисел.

Фиксация причины затруднения.

– У нас нет удобного способа записи произведения 1000 одинаковых множителей.

Цель деятельности.

Узнать удобный, новый способ записи произведения одинаковых множителей.

Эталоны

Определение степени

$$\underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ раз}} = a^n \qquad n > 1$$

Основные понятия

a^n — степень числа a

a – основание степени

n – показатель степени

Особенности

$a^1 = a$

a^2 – квадрат числа a

a^3 – куб числа a

Урок 61 Степень числа.

Новое знание.

Алгоритм нахождения значения числового выражения со степенями.

Задание на пробное действие.

Расставить порядок действий в выражении $(5 \cdot 2^3 - 36)^2 + 81 : 3^2$.

Фиксация затруднения.

– Я не смог расставить порядок действий в выражении со степенями.

Фиксация причины затруднения.

– У нас нет правила определения порядка действий в числовых выражениях со степенями.

Цель деятельности.

Сформулировать правило определения порядка действий в числовых выражениях, содержащих степень.

Эталон

Алгоритм нахождения значения числового выражения со степенями

Найти в числовом выражении степени числа.

↓

Найти значения степеней по порядку слева направо.

↓

Найти значения выражения, пользуясь правилами порядка действий.

Урок 62 Степень числа.

Новое знание.

Алгоритм нахождения НОД и НОК, используя понятие степени.

Задание на пробное действие.

Найдти быстро наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное чисел

$a = 2^3 \cdot 3 \cdot 5^2$, $b = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7$.

Фиксация затруднения.

– Я не смог быстро найти НОД и НОК чисел, записанных в виде произведения степеней простых множителей.

Фиксация причины затруднения.

– У нас нет алгоритма нахождения НОД и НОК чисел, записанных в виде произведения степеней простых множителей.

Цель деятельности.

Изменить известные алгоритмы нахождения НОД и НОК так, чтобы их можно было использовать для чисел, представленных в виде степеней простых множителей.

Эталон

Алгоритм нахождения НОД чисел (с использованием степеней)

1. Разложить числа на простые множители. 2. Выписать общие простые множители всех чисел с наименьшими показателями степеней (НОД). 3. Если необходимо, найти полученное произведение.

Алгоритм нахождения НОК чисел (с использованием степеней)

1. Разложить числа на простые множители. 2. Выписать все простые множители данных чисел с наибольшими показателями степеней (НОК). 3. Если необходимо, найти полученное произведение.

Методические рекомендации к выполнению заданий, решения и ответы

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для уроков

Урок №	Урок 60	Урок 61	Урок 62
К	№ 718–723	№ 724–728	№ 729–731
П	№ 736, 740–743	№ 737, 746	№ 738, 739, 745, 748
Д	п. 2.4.4, № 753, 760, № 752	№ 754, 755, 762	№ 756, 759, 763
С	№ 764	№ 765	№ 766

№ 718.

Перед выполнением данного номера целесообразно повторить определение умножения.

1) $8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 = 8 \cdot 9$;
2) $8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 = 8^9$;
3) $125 + 125 + 125 + 125 + 125 + 125 = 125 \cdot 6$;
4) $125 \cdot 125 \cdot 125 \cdot 125 \cdot 125 \cdot 125 = 125^6$;
5) $(a + b) + (a + b) + (a + b) + (a + b) = (a + b) \cdot 4$;
6) $(a + b) \cdot (a + b) \cdot (a + b) \cdot (a + b) = (a + b)^4$;
7) $x + x + x + x + x + y + y + y + y = x \cdot 5 + y \cdot 4$;
8) $x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot y \cdot y \cdot y \cdot y = x^5 \cdot y^4$.

№ 719.

Упражнение формирует умение читать степени чисел и находить их значения.
$2^6 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 64$ (два в шестой степени);
$3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$ (три в четвертой степени);
$10^5 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 100\,000$ (пятая степень числа десять);
$7^2 = 7 \cdot 7 = 49$ (квадрат семи);
$4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$ (куб четырех).

№ 720.

Формирует умение выполнять перевод с русского языка на математический язык, используя понятие степени числа.

1) $12^3 = 8$	6) $1^9 = 1$
2) $2^7 = 128$	7) $0^2 = 0$
3) $3^2 = 9$	8) $0^{26} = 0$
4) $3^5 = 243$	9) $10^3 = 1\,000$
5) $1^3 = 1$	10) $10^6 = 1\,000\,000$

Выполняя № 721–722, учащиеся должны зафиксировать различие между операциями умножения чисел и возведения в степень.

№ 721.

1) $3^2 = 9$	$2^3 = 8$	$9 > 8$;
2) $5^2 = 25$	$2^5 = 32$	$32 > 25$;
3) $4^3 = 64$	$3^4 = 81$	$81 > 64$;
4) $2^7 = 128$	$7^2 = 49$	$128 > 49$.

$a^n \neq n^a$

№ 722.

1) $5^3 = 125$	$5 \cdot 3 = 15$	$125 > 15$;
2) $48^2 = 2\,304$	$48 \cdot 2 = 96$	$2\,304 > 96$;
3) $100^5 = 10\,000\,000\,000$	$5 \cdot 100 = 500$	$10\,000\,000\,000 > 500$.

1) Нет, не существует.
2) Например: $a = 3$, $n = 2$.
3) $a = 2$, $n = 1$.

№ 723.

Данное задание целесообразно предложить для домашней работы. Учащиеся составляют таблицы, которыми потом они могут пользоваться. В дальнейшем рекомендуется ставить перед учащимися задачу постепенно выучить эти таблицы наизусть.

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
a^2	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361	400

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a^3	1	8	27	65	125	216	343	512	729	1000

№ 724.

а) $47 \cdot 47 = 2209$ б) $17 \cdot 17 \cdot 17 = 4913$.

№ 725.

1) Если $a = 1$, то $a^2 = 1$.
Если $a = 0$, то $a^2 = 0$.
Если $a = 6$, то $a^2 = 36$.
Если $a = 370$, то $a^2 = 13\,600$.
Если $a = 40\,900$, то $a^2 = 1\,672\,810\,000$.

2) Если $b = 0$, то $b^3 = 0$.
Если $b = 1$, то $b^3 = 1$.
Если $b = 2$, то $b^3 = 8$.
Если $b = 1005$, то $b^3 = 1\,015\,075\,125$.

3) Если $x = 1$, то $1^2 + 5 \cdot 1 - 6 = 1 + 5 - 6 = 0$.
Если $x = 2$, то $2^2 + 5 \cdot 2 - 6 = 4 + 10 - 6 = 8$.
Если $x = 3$, то $3^2 + 5 \cdot 3 - 6 = 9 + 15 - 6 = 18$.

Если $x = 4$, то $4^2 + 5 \cdot 4 - 6 = 16 + 20 - 6 = 30$.
Если $x = 5$, то $5^2 + 5 \cdot 5 - 6 = 25 + 25 - 6 = 44$.

Следующие номера (726–728) направлены на формирование умения составлять программу действий для выражений, содержащих степени и находить их значения, используя определение степени и составленные таблицы квадратов и кубов чисел.

<u>№ 726.</u>

1 3 2 4

1) $3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 = 3^2 \cdot 5^4 \cdot 7$;

1 3 24

2) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot\ 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 2^5 \cdot 5^3 \cdot 3$;

1 4 2 5 3

3) $8 \cdot 8 + 4 \cdot 4 \cdot 4 - 2 \cdot 7 \cdot 7 = 8^2 + 4^3 - 3 \cdot 7$;

1 4 2 5 3

4) $9 \cdot 9 \cdot 9 - 2 \cdot 4 + 5 \cdot 6 \cdot 6 = 9^3 - 2 \cdot 4 + 5 \cdot 6$;

4 5 1 3 2

5) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2 + 4 \cdot 4) = 3^3 \cdot (2^3 + 4^2)$;

1 4 3 2 5

6) $(7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 - 11 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3) : 8 = (7^4 - 11 \cdot 3^3) : 8$;

5 8 1 3 4 2 6 7

7) $10 \cdot 10 + (5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 4 + 9 \cdot 9) \cdot 2 : 14 = 10^2 + (5^3 \cdot 4 + 9^2) \cdot 2 : 14$;

8 4 6 1 3 2 7 5

8) $2020 - 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot (7 \cdot 7 - 3 \cdot 3 \cdot 3) : (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2) = 2020 - 4^3 \cdot (7^2 - 3^3) : 2^4$

<u>№ 727.</u>

1) $4 \cdot 5 = 20$;
2) $4 \cdot 5^3 = 4 \cdot 125 = 500$;
3) $(4 \cdot 5)^3 = 20^3 = 8000$;
4) $8^2 + 3^2 = 64 + 9 = 73$;
5) $(8 + 3)^2 = 11^2 = 121$;
6) $8 + 3^2 = 8 + 9 = 17$;
7) $5^3 - 2 = 125 - 2 = 123$;
8) $5^3 - 2^3 = 125 - 8 = 117$;
9) $(5 - 2)^3 = 3^3 = 27$;
10) $3 \cdot 7^2 - 25 = 3 \cdot 49 - 25 = 122$;
11) $56 = 3 \cdot 9^2 = 56 + 3 \cdot 81 = 299$;
12) $4^3 + 3 \cdot 5^2 - 2^6 = 64 + 3 \cdot 25 - 64 = 75$.

<u>№ 728.</u>

1) Квадрат произведения двух чисел.
2) Произведение квадратов.
3) Произведение числа *a* и квадрата числа *b*.
4) Куб суммы двух чисел.
5) Сумма кубов двух чисел.
6) Сумма числа *a* и куба числа *b*.
7) Квадрат разности двух чисел.
8) Разность квадратов двух чисел.
9) Разность числа и квадрата числа *b*.
10) Куб частного двух чисел.
11) Частное кубов двух чисел.
12) Частное числа *a* и куба числа *b*.

Задания № 729, 731 направлены на применение нового алгоритма нахождения НОД и НОК чисел.

№ 729.
1) НОД $(a, b) = 2 \cdot 7^2 = 98$; НОК $(a, b) = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 7^3 \cdot 13$.
2) НОД $(a, b) = 2 \cdot 3^2 \cdot 7$; НОК $(a, b) = 2 \cdot 3^2 \cdot 7^3 \cdot 5^4$.
3) НОД $(a, b) = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5$; НОК $(a, b) = 2^5 \cdot 3^4 \cdot 5^3 \cdot 5^3 \cdot 11 \cdot 13$.
4) НОД $(a, b) = 1$; НОК $(a, b) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 7^3 \cdot 5^2$.

№ 730.
1) на конце 6;
2) $70^2 = 4\,900$;
3) на конце 00;
4) на конце 4.

№ 731.
1) $975 = 5^2 \cdot 3 \cdot 13$; $1980 = 2^2 \cdot 5 \cdot 3^2 \cdot 11$; НОД $(975, 1980) = 5 \cdot 3 = 15$;
НОК $(975, 1980) = 2^2 \cdot 5 \cdot 3^2 \cdot 11 \cdot 5 \cdot 13$.

2) $840 = 2^3 \cdot 5 \cdot 7$; $2\,700 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^2$; НОД $(840, 2\,700) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$;
НОК $(840, 2\,700) = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^2 \cdot 2^2 \cdot 7$.

3) $162 = 2 \cdot 3^4$; $432 = 2^4 \cdot 3^3$; $1440 = 2^5 \cdot 3^2 \cdot 5$;
НОД $(162, 432, 1440) = 2 \cdot 3^2$; НОК $(162, 432, 1440) = 2^5 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 3^2$.

№ 732–733 формируют умение представлять натуральные числа в виде суммы разрядных слагаемых, записывая разрядные единицы как степени числа 10.

№ 732.
1) $2000 + 700 + 50 + 1 = 2751$;
2) $30\,000 + 600 + 80 + 4 = 30\,684$;
3) $900\,000 + 8\,000 + 200 + 7 = 908\,207$;
4) $5\,000\,000 + 500\,000 + 50\,000 + 5\,000 + 500 + 50 + 5 = 5\,555\,555$.

№ 733.
1) $4\,302 = 4 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 2$;
2) $75\,681 = 7 \cdot 10^4 + 5 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10 + 1$;
3) $608\,993 = 6 \cdot 10^5 + 8 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10 + 3$;
4) $89\,003\,714 = 8 \cdot 10^7 + 9 \cdot 10^6 + 3 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10 + 4$;

№ 734.
Новый способ выражения больших величин через меньшие, используя степень числа 10.

1) 1 дм = 10 см;	1 м = 10^2 см;	1 км = 10^5 см;
2) 1 кг = 10^3 г;	1 ц = 10^5 г;	1 т = 10^6 г;
3) 1 а = 10^4 дм^2;	1 га = 10^6 дм^2;	1 км^2 = 10^8 дм^2;
4) 1 см^3 = 10^3 мм^3;	1 дм^3 = 10^6 мм^3;	1 м^3 = 10^{12} мм^3.

№ 735.
I
1) $2^3 \cdot 2^4 = (2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2) = 2^7$;
$7^2 \cdot 7^6 = (7 \cdot 7) \cdot (7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7) = 7^6$;
$9^3 \cdot 9^3 = (9 \cdot 9 \cdot 9) \cdot (9 \cdot 9 \cdot 9) = 9^6$.

У всех этих степеней одинаковое основание. Упростить произведение $5^6 \cdot 3^2$ нельзя, т. к. у степеней основания разные.

2) $a^3 \cdot a^2 = (a \cdot a \cdot a) \cdot (a \cdot a) = a^5$;
$a^5 \cdot a^4 = (a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a) \cdot (a \cdot a \cdot a \cdot a) = a^9$;
$a^1 \cdot a^6 = a \cdot (a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a) = a^7$;
$a^m \cdot a^n = (a \cdot a \cdot a \cdot ... \cdot a) \cdot (a \cdot a \cdot ... \cdot a) = a^{m+n}$.

Чтобы найти произведение степеней с одинаковыми основаниями, надо основание оставить тем же, а показатели сложить.

3) $a^0 = 1$; $a^1 = a$.

II

1) $5^7 : 5^2 = (5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5) : (5 \cdot 5) = 5^5$;
$11^7 : 11^4 = (11 \cdot 11 \cdot 11 \cdot 11 \cdot 11 \cdot 11 \cdot 11) : (11 \cdot 11 \cdot 11 \cdot 11) = 11^3$;
$4^5 : 4^2 = (4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4) : (4 \cdot 4) = 4^3$.

У всех этих степеней одинаковое основание. Упростить частное $7^4 : 4^2$ нельзя, т. к. у степеней основания разные.

2) $a^6 : a^4 = (a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a) : (a \cdot a \cdot a \cdot a) = a^2$;
$a^8 : a^4 = (a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a) : (a \cdot a \cdot a \cdot a) = a^4$;
$a^5 : a^1 = (a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a) : a = a^4$;
$a^m : a^n = (a \cdot a \cdot a \cdot ... \cdot a) : (a \cdot a \cdot ... \cdot a) = a^{m-n}$.

Чтобы найти частное степеней с одинаковыми основаниями, надо основание оставить тем же, а из показателя делимого вычесть показатель делителя.

3) $a^m : a^0 = a^m : 1 = a^{m-0} = a^m$

III

1) $(5^3)^2 = (5^3) \cdot (5^3) = (5 \cdot 5 \cdot 5) \cdot (5 \cdot 5 \cdot 5) = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^6$;

2) $(a^3)^2 = a^6$; $(a^1)^4 = a^4$; $(a^2)^5 = a^{10}$; $(a^m)^n = a^{mn}$;

Чтобы возвести степень в степень, надо основание оставить прежним, а показатели перемножить.

П. 2. 4. 5. Дополнительные свойства умножения и деления (2 ч)

Основные содержательные цели

1) Выявить дополнительные свойства умножения и деления и сформировать умение их использовать для рационализации вычислений.

2) Повторить и закрепить: понятие степени; теоремы о делимости, различные способы нахождения НОК и НОД; формулу объема прямоугольного параллелепипеда; задачи на движение; перевод условия задачи на математический язык.

Особенности изучения учебного содержания

Учащиеся знакомятся со следующими свойствами:

1) Чтобы разделить число на произведение, можно разделить на это число один из множителей и полученный результат разделить на второй множитель.

2) Если делимое и делитель умножить на одно и то же число, то частное не изменится.

3) Если делимое и делитель разделить на одно и то же число, отличное от 0, то частное не изменится.

Эти свойства доказываются с опорой на понятие разложения на простые множители и применяются для рационализации вычислений. При выполнении

№ 768–769 ученики, ссылаясь на теорему 1, выполняют деление по частям. При этом с ними фиксируется польза от этого приема: вместо деления на многозначное число выполняется деление на более удобные, часто однозначные, числа.

$$171\,717 : 51 = (171\,717 : 17) : 3 = 10101 : 3 = 3367.$$

Свойство частного используется при решении уравнений в № 774. Сравнивая частные по известному в обоих частных компоненту, учащиеся выявляют, как и во сколько раз оно изменилось, и применяют полученный вывод для нахождения x.

При этом нужно отметить с детьми, что в отличие от уравнений второго столбика (пятиклассники пока не владеют правилами деления и умножения дробей и могут решить данные уравнения только указанным способом) корень уравнений первого столбика они могут найти и более рациональным способом.

Дополнительные свойства деления (делимое и делитель можно умножать и делить на одно и то же натуральное число) могут использоваться в дальнейшем при открытии основного свойства дроби.

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5–6 классов основной школы авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсон по программе «Учусь учиться» по данному пункту предлагаются сценарии 63, 64.

Урок 63 Дополнительные свойства умножения и деления.

Новое знание.

Правило деления числа на произведение.

Задание на пробное действие.

Придумать рациональный способ для нахождения частного чисел 222 222 222 : 333.

Фиксация затруднения.

– Я не смог придумать рациональный способ нахождения частного многозначных чисел.

Фиксация причины затруднения.

– У нас нет рационального (быстрого) способа нахождения частного многозначных чисел.

Цель деятельности.

Построить рациональный способ нахождения частного многозначных чисел.

Эталоны

Правило деления числа на произведение

Чтобы разделить произведение на число, можно разделить на это число один из множителей и полученный результат разделить на второй множитель. $a : (b \cdot c) = (a : b) : c$

Урок 64 Дополнительные свойства умножения и деления.

Новое знание.

Свойства деления и умножения делимого и делителя.

Задание на пробное действие.

Является ли сформулированное утверждение, а именно: частное не изменяется, если делимое и делитель разделить или умножить на одно и то же число, истинным на всем множестве натуральных чисел.

Фиксация затруднения.

– Я не смог уверенно сказать, что сформулированное утверждение является истинным для всех натуральных чисел.

Фиксация причины затруднения.

– Мы не доказывали сформулированное утверждение.

Цель деятельности.

Доказать, что делимое и делитель можно умножать или делить на одно и то же натуральное число и при этом частное не изменится.

Эталоны

Деление делимого и делителя

Если делимое и делитель разделить на одно и то же число, отличное от 0, то частное не изменится. $a : b = (a : c) : (b : c)$

Умножение делимого и делителя

Если делимое и делитель умножить на одно и то же число, то частное не изменится. $a : b = (a \cdot c) : (b \cdot c)$

Урок 65 Задачи для самопроверки.

Этот урок проводится как урок рефлексии. Он поможет учащимся проверить свои знания и подготовиться к контрольной работе по теме «Простые числа и делимость», которая будет проводиться на следующем уроке.

Уроки 66–67 Обучающий контроль (*Контрольная работа № 4*).

Методические рекомендации к выполнению заданий, решения и ответы

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для уроков

Урок №	Урок 63	Урок 64
К	№ 776, 768–770	№ 771–775
П	№ 778, 782, 783	№ 777, 779, 784, № 785, 789
Д	п.2.4.5, № 794, № 790	№ 791, 792, 793
С	№ 798	№ 799

№ 768–769 направлены на отработку применения правила «деления по частям».

№ 768.

1) $255 : 15 = 255 : (3 \cdot 5) = (255 : 5) : 3 = 51 : 3 = 17$;

2) $666 : 18 = 666 : (2 \cdot 3 \cdot 3) = (666 : 2) : 3 : 3 = (333 : 3) : 3 = 111 : 3 = 37$;

3) $1476 : 36 = 1476 : (2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3) = (1476 : 2) : 2 : 3 : 3 = (738 : 2) : 3 : 3 =$
$= (369 : 3) : 3 = 123 : 3 = 41$;

4) $4032 : 42 = 4032 : (2 \cdot 3 \cdot 7) = (4032 : 2) : 3 : 7 = (2016 : 3) : 7 = 672 : 7 = 96$.

№ 769.

1) $171\,717 : 51 = (171\,717 : 17) : 3 = 10101 : 3 = 3367$;

2) $495\,000 : 150 = (495\,000 : 50) : 3 = 9900 : 3 = 3300$;

3) $322\,322\,322 : 966 = (322\,322\,322 : 322) : 3 = 1001001 : 3 = 333\,667$.

№ 770–775 выходят за рамки обязательного минимума и могут выполняться не всеми учащимися класса.

№ 770.

1) Найти произведение простых множителей чисел a и b и исключить множители, входящие в разложение числа c.

2) Сначала из разложения числа a исключить множители, входящие в разложение числа c, и дополнить произведение простыми множителями разложения числа b.

3) Сначала из разложения числа b исключить множители, входящие в разложение числа c, и дополнить произведение множителями разложения числа a.

№ 771.

1) Истинно – сочетательное свойство умножения.

2) Истинно.

3) Ложно: $(5 \cdot 2) : 10 = 1$; $(5 \cdot 10) : 2 = 25$.

4) Истинно.

5) Ложно: $(12 : 6) : 2 = 1$; $12 : (6 : 2) = 4$.

6) Истинно.

№ 772.

1) и 3)

2), 4) и 6)

5)

№ 773.

1) Истинно.

2) Истинно.

3) Ложно.

4) Истинно.

№ 774.

1) $70 : 5 = 210 : x$
$(70 \cdot 3) : (5 \cdot 3) = 210 : x$
$210 : 15 = 210 : x$
$x = 15$

2) $x : 6 = 8 : 2$
$x : 6 = (8 \cdot 3) : (2 \cdot 3)$
$x : 6 = 24 : 6$
$x = 24$

3) $9 : 11 = x : 55$
$(9 \cdot 5) : (11 \cdot 5) = x : 55$
$45 : 55 = x : 55$
$x = 45$

4) $64 : x = 8 : 7$
$64 : x = (8 \cdot 8) : (7 \cdot 8)$
$64 : x = 64 : 56$
$x = 56$

№ 775.

a = НОД $(a, b) \cdot a_1$, где a_1 – произведение множителей, не входящих в разложение числа b.

ab = [НОД $(a, b) \cdot a_1] \cdot b$ = НОД $(a, b) \cdot (a_1 \cdot b)$ = НОД (a, b) · НОК (a, b).

Предлагаем решения заданий этого пункта.

№ 801.

1) $(2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7) : (2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5) = 2 \cdot 5 \cdot 7 = 70$;

2) $(16 \cdot 21) : 7 = 16 \cdot (21 : 7) = 16 \cdot 3 = 48$.

№ 802.

$D(8) = \{1, 2, 4, 8\}$ К (28) = {28, 56, 84, 112, 140, 168, ...}

НОД (8, 12, 28) = 4. НОК (8, 12, 28) = 168.

№ 803.

$180 = 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$ $396 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 11$

НОД (180, 396) = $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 36$. НОК (180, 396) = $396 \cdot 5 = 1980$.

№ 804.

1) НОД (99, 100) = 1.

2) НОК (99, 100) = 9900.

3) НОД (9, 207 207 207) = 9.

4) НОК (9, 207 207 207) = 207 207 207.

№ 805.

1) 441; 2) 64; 3) 225; 4) 75; 5) 64; 6) 28.

№ 806.

$24\,392 = 2 - 10^4 + 4 - 10^3 + 3 - 10^2 + 9 - 10 + 2$.

№ 807.

1) 18 мин 36 с + 24 мин 58 с = 42 мин 94 с = 43 мин 34 с;

2) 5 ч 17 мин – 3 ч 45 мин = 4 ч 77 мин – 3 ч 45 мин = 1 ч 32 мин;

3) 3 ч 25 мин – 7 = 21 ч 175 мин = 25 ч 25 мин;

4) 42 мин 48 с : 24 = 2568 с : 24 = 107 с = 1 мин 47 с.

№ 808.

192 – (28 + 36) – 2 = 64 (км)

Ответ: 64 км будет между катерами.

№ 809.

(80 – 60) – 12 = 240 (м)

Ответ: 240 метров.

№ 810.

1) 45 : 5 – 8 = 72 (км/ч) – скорость автомобиля.

2) 108 : (72 – 45) = 4 (ч)

Ответ: через 4 ч.

§ 5. Еще немного логики (6 ч)

П. 2. 5. 1. Равносильность предложений (1 час)

Основные содержательные цели

1) Сформировать представление о равносильных высказываниях, умение в простейших случаях устанавливать отношение равносильности и записывать его с помощью знака $\Leftrightarrow$.

2) Повторить и закрепить виды высказываний, понятие темы и ремы, признаки делимости, разностное и кратное сравнение, решение уравнений, теоретико-множественные представления и символику.

Особенности изучения учебного содержания

В пункте 2.5.1 **«Равносильность предложений»** учащиеся знакомятся с новым смыслом уже знакомого им знака равносильности как знака, который показывает, что два предложения обозначают одно и то же. Раскрывается соответствующий вариант конструирования этого знака: если убрать концы стрелок, получается знак равенства. Эта аналогия со знаком «равно» помогает учащимся осознать смысл понятия равносильных предложений, который вкладывается в это понятие на данном этапе.

Учащиеся учатся читать знак «$\Leftrightarrow$» различными способами. Учатся использовать этот знак для записи решения уравнения (№ 813 (11,12) и № 814). Такой вариант записи (в строчку со знаками $\Leftrightarrow$) может использоваться учащимися и далее. Причем саму запись можно считать пропедевтикой изучения равносильных преобразований уравнений в старших классах.

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5–6 классов основной школы авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсон по программе «Учусь учиться» по первому пункту предлагается сценарий 68.

Урок 68 **Равносильные предложения.**

Новое знание.

Понятие равносильных предложений.

Задание на пробное действие.

Подчеркнуть равносильные предложения.

а) Число 333 имеет три простых делителя.

б) Число 333 имеет шесть делителей.

в) Число 333 делится на 3.

г) Число 333 делится на 3 и на 37.

д) Число 3 является делителем 333.

е) Число 333 кратно 3.

ж) Число 333 можно представить в виде произведения $3k$ ($k \in N$).

з) Число 333 – составное.

Фиксация затруднения.

– Я не смог подчеркнуть равносильные предложения.

Фиксация причины затруднения.

– Мы не знаем, какими признаками обладают равносильные утверждения, что такое равносильные утверждения.

Цель деятельности.

Определить, какими признаками обладают равносильные утверждения, что такое равносильные утверждения.

Эталоны

Понятие равносильных утверждений

Два предложения, означающих одно и то же, называют **равносильными утверждениями.**

Знак равносильности

Для обозначения того, что два предложения – равносильные, используют знак равносильности: $\Leftrightarrow$, который ставится между ними.

Чтение знака равносильности

Знак $\Leftrightarrow$ читают: *... равносильно ...* *... тогда и только тогда ...* *... в том и только в том случае ...* *... если и только если...*

Методические рекомендации к выполнению заданий, решения и ответы

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для уроков

Урок №	Урок 68
К	№ 811–816
Д	п.2.5.1, № 817–819
С	№ 820

№ 811–813 дают первоначальный опыт в доказательстве равносильности утверждений.

№ 811.

Число a делится на 9 $\Leftrightarrow$ Сумма цифр числа a делится на 9.

Число a делится на 5 $\Leftrightarrow$ Число a оканчивается 0 или 5.

№ 812.

а) Собаки четвероногие;

б) 16 делится на 2;

в) 27 не делится на 7;

г) 12 делится на 2, но 2 не делится на 12;

д) 10 + 2 делится на 12, но 10 не делится на 12;

е) $10 \cdot 2$ делится на 20, 10 не делится на 20;

ж) $3^2 - 1 = 8$, но 3 + 2 не равно 7;

з) $4 \leqslant 4$, 4 – 3 не меньше 1.

№ 813.

2) И; 4) И; 6) И; 7) И; 8) И; 9) И; 11) И; 12) И.

№ 814.

Данное задание предлагает учащимся использовать еще один способ записи решения уравнений.

1) $2a - 3 = 25 \Leftrightarrow 2a = 25 + 3 \Leftrightarrow 2a = 28 \Leftrightarrow a = 28 : 2 \Leftrightarrow a = 14$;

2) $34 + 18 : b = 43 \Leftrightarrow 18 : b = 43 - 34 \Leftrightarrow 18 : b = 9 \Leftrightarrow b = 18 : 9 \Leftrightarrow b = 2$;

3) $(80 - c) : 8 = 7 \Leftrightarrow 80 - c = 7 \cdot 8 \Leftrightarrow 80 - c = 56 \Leftrightarrow c = 80 - 56 \Leftrightarrow c = 24$;

4) $k + 4k + 6k = 55 \Leftrightarrow 11k = 55 \Leftrightarrow k = 55 : 11 \Leftrightarrow k = 5$;

5) $8m - 3m - 2m = 72 \Leftrightarrow 3m = 72 \Leftrightarrow m = 72 : 3 \Leftrightarrow m = 24$;

6) $9n - n + 4n = 60 \Leftrightarrow 12n = 60 \Leftrightarrow n = 60 : 12 \Leftrightarrow n = 5$;

7) $8 + 5x + x = 32 \Leftrightarrow 8 + 6x = 32 \Leftrightarrow 6x = 32 - 8 \Leftrightarrow 6x = 24 \Leftrightarrow x = 24 : 6 \Leftrightarrow x = 4$;

8) $12y - 3y - 6 = 21 \Leftrightarrow 9y - 6 = 21 \Leftrightarrow 9y = 21 + 6 \Leftrightarrow 9y = 27 \Leftrightarrow y = 27 : 9 \Leftrightarrow y = 3$;

9) $7z + 8 + z = 48 \Leftrightarrow 8z + 8 = 48 \Leftrightarrow 8z = 48 - 8 \Leftrightarrow 8z = 40 \Leftrightarrow z = 40 : 8 \Leftrightarrow z = 5$.

№ 815.

Упражнение тренирует умение делать перевод с русского на математический язык.

1) $a = b + 3$;

2) $c = d - 9$;

3) $x = y \cdot 4$;

4) $z = k : 5$;

5) $a = bc + r$;

6) $n = 4q + 1$.

№ 816.

Выполняя данное задание, учащиеся приобретут первичный опыт в построении обратных утверждений и в доказательстве равносильности высказываний.

а) Все растения, имеющие корни, деревья (нет).

б) Всякое четное число делится на 2 (да).

в) Всякое число, делящееся на 5, оканчивается на 5 (нет).

г) Всякая дробь, большая или равная 1, неправильная (да).

П. 2. 5. 2. Определения (5 ч)

Основные содержательные цели

1) Сформировать представление об «определении», умение читать и записывать определения с помощью знака $\Leftrightarrow$ и квантора $\exists$.

2) Тренировать умение находить в определении определяемое понятие, понятия, с помощью которых вводится новое понятие, выполнять задания на основе определений; тренировать умение выявлять существенные признаки определяемых понятий и использовать их для установления истинности утверждений.

3) Тренировать умение конструировать определения и использовать их для установления истинности утверждений.

4) Повторить и закрепить понятия делителя и кратного, признаки делимости, уточнить смысл геометрических понятий, связанных с понятиями многоугольника, угла, окружности, параллельных и перпендикулярных прямых, тренировать умение раскладывать числа на простые множители; сформировать представления о видах треугольников, понятиях секущей и касательной к окружности.

Учащиеся работают с определениями понятий. Определение рассматривается как предложение, в котором смысл «нового» объясняется через «старое», формируется умение выявлять в определении «новое» и «старое» (фактически учащиеся выявляют в определении род понятия без введения соответствующей терминологии).

Работу над формированием представления об определении и умения называть в данном определении определяемое понятие и понятия, на которых основывается это определение, можно начинать на нематематическом материале (№ 823 (2), 824). Интересным для учащихся будет выполнение № 848–849, в которых требуется использовать и строить определения степеней родства, принятых в России. Эти задания, как и № 854, являются примером того, как, несмотря на специфику учебного предмета, курс математики «Учусь учиться» обеспечивает достижение не только предметных, но и личностных результатов обучения.

В учебнике встречается много заданий, связанных с дешифровкой, а также содержание которых может стать поводом для организации внеурочной проектной работы учащихся, направленной на их более глубокое знакомство с национальными и этнокультурными особенностями своего края, своего народа, для включения в контекст обучения особенностей и опыта жителей разных регионов.

Определения геометрических фигур (№ 825, 836–846) служат инструментом, с помощью которого отрабатывается понятие определения и умение выявлять в нем «новое» и «старое». Эти определения даются в тексте учебника не с целью формирования понятий указанных в них геометрических фигур, и уж тем более не для их заучивания, – данные определения, как и определения квадратного корня и точного квадрата (№ 830–835), являются материалом, на котором ребята учатся работать с определением как с источником нового знания. При этом сильные учащиеся имеют возможность расширить свой понятийный аппарат, что служит реализации в данном курсе принципа минимакса.

В этом же пункте для сокращенной записи слова «существует» вводится символ $\exists$.

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5–6 классов основной школы авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсон по программе «Учусь учиться» по данному пункту предлагаются сценарии 69, 70–73 (Р).

Урок 69 Определения.

Новое знание.

Понятие определения.

Задание на пробное действие.

1) Световой день – это время от восхода до заката солнца.

2) Световой день в Москве и Санкт-Петербурге различен.

3) x — брат y, если x и y имеют одних родителей и x – мужчина.

4) a кратно числу b тогда и только тогда, когда существует такое число c, что $a = bc$.

5) Лучом называется часть прямой у которой есть начало и нет конца.

Среди предложений найти **определения**. Выделить понятия, которые в них **определяются**, и какие **понятия** для этого используются.

Фиксация затруднения.

– Я не смог среди предложений найти определения и выделить понятия, которые в них определяются, и какие понятия для этого используются.

Фиксация причины затруднения.

– Мы не знаем, по каким признакам выделять из множества предложений определения, как определять определяемые понятия и как находить понятия, с помощью которых эти понятия определяются.

Цель деятельности.

Выявить признаки, по которым определения отличаются от других предложений.

Эталоны

Понятие определения

Определение – это предложение, в котором разъясняется значение новых слов.

Признак определения

В определении смысл ***«нового»*** объясняется через ***«старое»***.

Квантор существования

Квантор существования – знак $\exists$. Читается: ***существует***.

Уроки 70–74 Определения.

Данные уроки проводятся как уроки рефлексии. Основная цель этих уроков – тренировать умение работать с определениями и формировать способность к рефлексии деятельности, фиксированию собственных затруднений по теме «Определения», выявлению их причин и построению выхода из затруднений.

Методические рекомендации к выполнению заданий, решения и ответы

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для уроков

Урок №	Урок 69	Урок 70	Урок 71	Урок 72	Урок 73
К	№ 823, 824, 825, 836	№ 837–843	№ 844–846	№ 826–835, 847	№ 848, 849
Д	п. 2.5.2, № 853	№ 854	п.2.4.5, № 850	№ 851, 852	№ 852
С	№ 821	№ 822			

Упражнения данного пункта направлены на формирование умения грамотно читать определения; выделять в них определяемые понятия и понятия, с помощью которых описывается новое понятие; используя определения, выполнять различные задания, выполнять рисунки; строить новые определения.

№ 823.

2) x – брат y, если у них одни родители и x мужчина.

3) a делитель $b \Leftrightarrow \exists\ c : b = ac$.

№ 824.

1) **Световым днем** называется *время* от восхода до заката солнца.

4) **Летом** называется *время года,* продолжающееся в Северном полушарии Земли...

6) **Световым годом** называется *расстояние,* которое луч проходит за год.

<u>№ 825.</u>

1) **Отрезок;** *прямая*;

2) **Ломаная;** *отрезок*;

3) **Звено;** *отрезок*, *ломаная*;

4) **Многоугольник;** *ломаная*;

5) **Четырехугольник;** *многоугольник*;

6) **Прямоугольник;** *четырёхугольник*;

7) **Квадрат;** *прямоугольник*;

8) **Правильный многоугольник;** *стороны*, *углы.*

Квадрат является правильным многоугольником.

<u>№ 826.</u>

1) Квадрат числа – произведение двух таких чисел.

2) Куб числа – произведение трех таких чисел.

3) Двузначное число – число, записанное с помощью только двух цифр.

4) Неправильная дробь – дробь, у которой числитель меньше знаменателя.

5) Километр – единица длины, которая используется при измерении больших расстояний, равная 1000 м.

6) Метр – единица измерения длины, равная 100 см.

7) Час – единица измерения времени.

8) Минута – единица измерения времени.

<u>№ 827.</u>

2) 4) 6)

<u>№ 828.</u>

1) a кратно 7 $\Leftrightarrow \exists\ n \in N: a = 7n$;

2) a кратно 4 $\Leftrightarrow \exists\ n \in N: a = 4n$;

3) a четное $\Leftrightarrow \exists\ n \in N: a = 2n$;

4) a нечетное $\Leftrightarrow \exists\ n \in N: a = 2n - 1$.

<u>№ 829.</u>

y – квадрат числа x.

<u>№ 830.</u>

а) $3^2 = 9$ (И);

б) $9^2 = 3$ (Л);

в) $15^2 = 225$ (И);

г) $482^2 = 252\ 324$ (Л);

д) $491^2 = 241\ 081$ (И);

е) $632^2 = 399\ 423$ (Л);

ж) $1\ 236^2 = 1\ 524\ 636$ (Л);

з) $999^2 = 999\ 999$ (Л);

и) $999^2 = 999\ 981$ (Л).

<u>№ 831.</u>

б) 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100.

№ 832*.
1) 169, 625, 1024, 9801, 10 201;
3) 100, 10 000, 1 000 000;
4) 1000...0 (100 нулей), 1998 нулей;
5) 121, 12321, 1234321, 123454321.

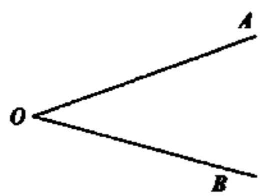
№ 833.
x квадратный корень ⇔ $\exists\ y: x^2 = y$.

№ 834.
$16^2 = 256$.

№ 835.
Может: $1^2 = 1$.

№ 836.
1) **Луч;** *прямая*;
2) **Угол;** *плоскость, лучи*;
3) **Стороны угла;** *лучи, угол*;
4) **Дополнительные углы;** *угол, стороны*;
5) **Развернутый угол;** *прямая, угол*;
6) **Градус;** *развернутый угол*;
7) **Прямой угол;** *угол, развернутый угол*;
8) **Острый угол;** *прямой угол*;
9) **Вертикальные углы;** *стороны, дополнительные лучи*;
10) **Смежные углы;** *прямая*.

№ 837.



№ 838.
Смежные углы – это углы, у которых одна сторона общая, а другие являются ›полнительными лучами.
Вертикальные углы на рисунке б): угол 1 и угол 2

№ 840.
а) Острые – 2;
прямые – 2;
тупые – 2;
развернутые – 5;
пары смежных – 5;
пары вертикальных – 2. Сумма равна 18.

б) Острые – 2;
прямые – 4;
тупые – 2;
развернутые – 4;
пары смежных – 4;
пары вертикальных – 2. Сумма равна 18.

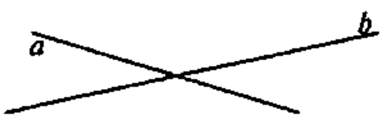
в) Острые – 4;
прямые – 4;
тупые – 4;
развернутые – 12;
пары смежных – 6.
Сумма равна 42.

<u>№ 841.</u>

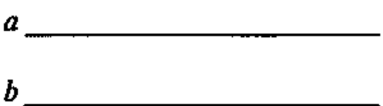
$M \in m$; $O \in m$; $Q \in m$;
$E \in l$; $A \in l$; $D \in l$; $O \in l$; $R \in l$.

<u>№ 842.</u>

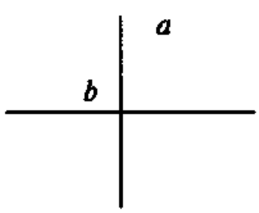
1) Пересекающиеся прямые



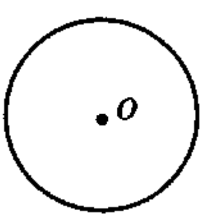
2) Параллельные прямые



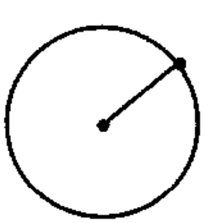
3) Перпендикулярные прямые



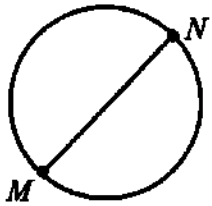
4) Окружность, центр окружности



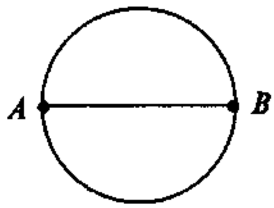
5) Радиус окружности



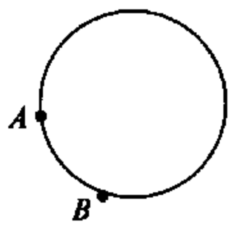
6) Хорда окружности



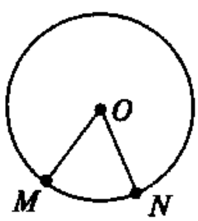
7) Диаметр окружности



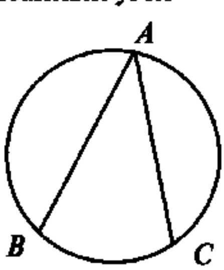
8) Дуга окружности



9) Центральный угол в окружности



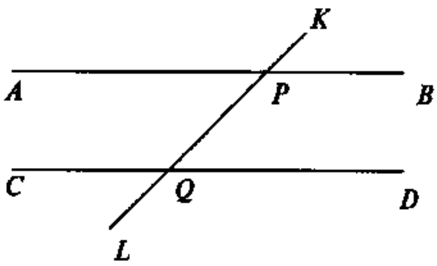
10) Вписанный угол



<u>№ 843.</u>

А. Истинно.
Б. Истинно.
В. Истинно.
Г. Истинно.
Д. Истинно.
Е. Истинно.
Ж. Истинно.
З. Истинно.
И. Ложно.
К. Ложно.
Л. Истинно.
М. Истинно.
Н. Истинно.
О. Истинно.
П. Истинно.
Р. Истинно.
С. Ложно.
Т. Истинно.

№ 844.



Вертикальные: $\angle KPB$ и $\angle APL$; $\angle APK$ и $\angle LPB$; $\angle CQL$ и $\angle KQD$; $\angle CQK$ и $\angle DQL$;

Смежные: $\angle APK$ и $\angle KPB$; $\angle APL$ и $\angle LPB$; $\angle APL$ и $\angle APK$; $\angle KPB$ и $\angle LPB$; $\angle CQL$ и $\angle CQK$; $\angle CQK$ и $\angle KQD$; $\angle KQD$ и $\angle DQL$; $\angle DQL$ и $\angle CQL$.

$\angle APK = \angle LPB$ $\quad \angle KPB = \angle APL$ $\quad \angle LPB = \angle CQK$

$\angle APK = \angle CQK$ $\quad \angle KPB = \angle KQD$ $\quad \angle LPB = \angle DQL$

$\angle APK = \angle DQL$ $\quad \angle KPB = \angle CQL$

№ 845.

I

1) *b*, *c*.

2) Нет, не всякий.

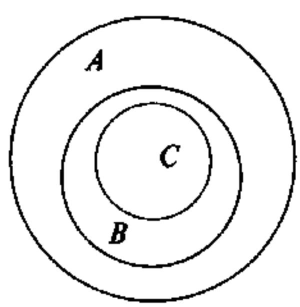
3) Получился равносторонний треугольник.

II

1) Второй, третий, пятый.

2) Нет. Равносторонний треугольник является равнобедренным.

3)



№ 846.

а) Касательные: *b, d, k, l;* секущие: *c, e, m.*

б) Треугольники, вписанные в окружность: ΔDEF, ΔQPR; окружность, вписанная в треугольник: 1 рис. и 3 рис.

в) Треугольники, описанные около окружности: 2 рис. и 4 рис.; окружность, описанная около треугольника: 1 рис. и 3 рис.

№ 847.

2) 2, 4, 6, 12, ...

3) Нет, 25 и 16.

4) Да, 6 и 8.

5) Назвать невозможно.

№ 848.

1) ...Андрея, Дмитрия, Анны;
2) ...Наташи;
3) ...Семена и Марии;
4) ...Михаила и Елены;
5) ...Семена, Марии, Михаила, Елены;
6) ...Михаила, Елены, Петра, Ирины;
7) ...Ольги, Полины;
8) ...Дмитрия, Андрея;
9) ...Ольги;
10) ...Петра;
11) ...Наташи;
12)...Андрея, Дмитрия, Анны;
13) ...Наташи;
14) ... Андрея, Дмитрия, Анны;
15) ...Ивана, Юрия;
16) ... Ивана, Юрия;
17) ... Ольги;
18) ... Полины;
19) ...Михаила, Елены, Сергея, Ольги;
20) ...Семена, Марии, Веры;
21) ...Ольги;
22) ...Юрия, Ивана;
23) ... Полины;
24) ... Ивана.

№ 849.

1) x – мать $y \Leftrightarrow x$ – родитель y и x – женщина.
2) x – дочь $y \Leftrightarrow y$ – родитель x и x – женщина.
3) x – брат $y \Leftrightarrow x$ – мужчина и $\exists\ z, t$: z и t – родители x и y.
4) x – теща $y \Leftrightarrow x$ – женщина и $\exists\ z$: z – дочь x и жена y.
5) x – дедушка $y \Leftrightarrow x$ – мужчина и $\exists\ z$: z – ребенок x и родитель y.
6) x – бабушка $y \Leftrightarrow x$ – женщина и $\exists\ z$: z – дочь x и родитель y.
7) x – внук $y \Leftrightarrow x$ – мужчина и $\exists\ z$: z – родитель x и ребенок y.
8) x – внучка $y \Leftrightarrow x$ – женщина и $\exists\ z$: z – родитель x и ребенок y.
9) x – племянник $y \Leftrightarrow x$ – мужчина и $\exists\ z$: z – родитель x и сестра либо брат y.
10) x – племянница $y \Leftrightarrow x$ – женщина и $\exists\ z$: z – родитель x и сестра либо брат y.
11) x – дядя $y \Leftrightarrow x$ – мужчина и $\exists\ z$: z – сестра либо брат x и родитель y.
12) x – тетя $y \Leftrightarrow x$ – женщина и $\exists\ z$: z – сестра либо брат x и родитель y.
13) x – свекор $y \Leftrightarrow x$ – мужчина и $\exists\ z$: z – сын x и муж y.
14) x – свекровь $y \Leftrightarrow x$ – женщина и $\exists\ z$: z – сын x и муж y.
15) x – прабабушка $y \Leftrightarrow x$ – женщина и $\exists\ z$: z – внук или внучка x и родитель y.
16) x – прадед $y \Leftrightarrow x$ – мужчина и $\exists\ z$: z – правнук или правнучка x и родитель y.

Глава 3. Дроби (57/59 ч)

Особенности изучения учебного содержания

В начальной школе дети уже познакомились с понятиями правильной и неправильной дроби, смешанного числа, учились сравнивать, складывать и вычитать дроби с одинаковыми знаменателями, преобразовывать смешанное число в неправильную дробь и обратно, решать три типа задач на дроби. При этом задачи на проценты рассматривались как частные случаи задач на дроби со знаменателем 100.

Теперь полученные ранее знания уточняются и дополняются новыми алгоритмами действий. Например, приемы сравнения дробей с равными знаменателями и сравнения дробей с равными числителями дополняются приемами сравнения с «удобным» промежуточным числом, дополнением до целого числа, перекрестным правилом. Разнообразие предлагаемых способов действий и правильная организация их самостоятельного открытия (в частности, связь с понятиями и методами логико-языкового характера) придают процессу освоения развивающий характер.

Параллельно с этим идет подготовка детей к изучению отрицательных чисел, исследуются свойства некоторых геометрических фигур. В главе также затронуты темы простейших алгебраических преобразований, решения уравнений и решения задач с помощью уравнений, построения и исследования формул и графиков зависимостей между величинами.

Характеристика деятельности учащихся

При изучении содержания третьей главы учащиеся:

- **пользуются** определениями «дробь», «правильная дробь», «неправильная дробь»;
- **записывают** частное в виде дроби, и наоборот;
- **записывают** сумму целого числа и дроби в виде смешанного числа, и наоборот;
- **представляют** смешанное число в виде неправильной дроби, и наоборот;
- **отмечают** дроби и смешанные числа на числовом луче;
- **применяют** основное свойство дроби для преобразования дробей (сокращение дробей, приведение дробей к новым знаменателям и новым числителям);
- **сравнивают** дроби и смешанные числа разными способами (приводя дроби к наименьшему общему знаменателю, к общему числителю, проводя сравнение с «удобным» промежуточным числом или дополнения до целого числа, перекрестным правилом);
- **выполняют** все арифметические действия с дробями;
- **находят** значения дробных выражений разными способами;
- **выполняют** действия с натуральными числами и дробями;
- **находят** значения числовых и буквенных выражений;
- **выводят** новые способы решения задач на дроби;
- **решают** простые и составные задачи на дроби;
- **пользуются** понятием «взаимно обратных чисел» для решения задач;

- **решают** задачи на совместную работу (принимая всю работу за 1);
- **решают** другие текстовые задачи;
- **пользуются** схемами и таблицами при решении задач;
- **строят** и **выполняют** алгоритмы;
- **решают** уравнения;
- **пользуются** математической терминологией в устной и письменной речи;
- **выводят** формулы зависимости между величинами и графики по построенным формулам;
- **исследуют** геометрические фигуры.

§ 1. Понятие дроби (16 ч)

П. 3. 1. 1. Натуральные числа и дроби (5 ч)

Основные содержательные цели

1) Повторить и систематизировать знания о натуральных числах и их свойствах, представление натурального числа в виде суммы разрядных слагаемых, частные случаи арифметических действий с 0 и 1.

2) Повторить понятие дроби, правила преобразования неправильной дроби в смешанное число и обратно, изображение дробных чисел на числовом луче.

3) Повторить и закрепить построение математических моделей текстовых задач; задачи на дроби.

Особенности изучения учебного содержания

В результате изучения пункта 3.1.1, который называется **«Натуральные числа и дроби»**, фиксируются следующие эталоны: понятие натуральных чисел, свойства натуральных чисел, определения суммы, разности, произведения и частного натуральных чисел, записи частного в виде дроби, понятий правильной и неправильной дроби, смешанного числа, выделения целой части из неправильной дроби, перевод смешанного числа в неправильную дробь. Фиксируется правило сравнения дробей с одинаковыми знаменателями, правило сравнения с одинаковыми числителями, правило сложения и вычитания дробей с одинаковыми знаменателями.

Учителю средней школы важно знать, что все уроки, на которых рассматривается материал первого пункта, – это уроки повторения, так как в начальной школе дети уже знакомились с многозначными числами, понятиями правильной и неправильной дроби, смешанного числа, учились сравнивать дроби с одинаковыми знаменателями или одинаковыми числителями, смешанные числа, учились преобразовывать смешанное число в неправильную дробь и обратно. Все эти вопросы уточняются, оперативно устраняются возможные пробелы в знаниях учащихся.

С учащимися повторяются следующие способы действий: запись частного натуральных чисел в виде дроби, запись смешанного числа в виде суммы натурального числа и дробного числа; работа с числовым лучом.

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5–6 классов основной школы авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсон по программе «Учусь учиться» по первому пункту предлагаются сценарии 74–78.

Уроки 74–78 Натуральные числа и дроби.

Все указанные уроки организуются как уроки рефлексии.

Цели данных уроков:

1) Уточнить представления о натуральных числах, их нумерации, сравнении, смысле арифметических действий с натуральными числами.

2) Тренировать умение читать и записывать многозначные числа, их сравнивать, представлять в виде суммы разрядных слагаемых и выполнять действия с ними.

3) Уточнить основные свойства действий над натуральными числами, частные случаи действий с 0 и 1.

4) Тренировать умение использовать частные случаи действий с 0 и 1, проводить рациональные вычисления на основе использования законов арифметических действий, решать примеры на порядок действий и текстовые задачи.

5) Уточнить понятие дроби, понятия правильной и неправильной дроби, тренировать умение выражать с помощью дроби (правильной и неправильной части величины);

6) Уточнить понятие смешанного числа, тренировать умение изображать дроби и смешанные числа на числовом луче, сравнивать их, выделять целую часть из неправильной дроби и выполнять обратное преобразование.

7) Систематизировать изученные приемы сложения и вычитания дробных чисел, тренировать умение складывать и вычитать дробные числа с одинаковыми знаменателями с переходом через единицу.

8) Повторить и закрепить действия с натуральными числами, соотношения между единицами измерения величин, решение задач на дроби.

9) Повторить и закрепить понятие степени, умение решать задачи на движение, тренировать вычислительные навыки.

10) Повторить и закрепить понятие расстояния между точками координатного луча, развернутого угла.

11) Тренировать способность к рефлексии собственной деятельности.

Методические рекомендации к выполнению заданий, решение и ответы

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 74 (72)	Урок 75 (73)	Урок 76 (74)
К	№ 1–5	№ 6–12	№ 16–25
П	№ 34–36	№ 37–39	№ 40, 41
Д	п.1.1.1, № 46, 47	№ 48, 49	№ 50, 51, 55
С	№ 57	№ 58	

Урок №	Урок 77 (75)	Урок 78
К	№ 26–30	№ 31–33
П	№ 42, 43	№ 44, 45
Д	№ 52, 53	№ 54, 56
С		

№ 1–12 направлены на повторение множества натуральных чисел.

№ 13–33 направлены на повторение материала начальной школы по теме «Дроби».

№ 1.

Выполняя упражнение, учащиеся повторяют множество натуральных чисел, а также виды высказываний.

а) О, И;
б) С, И;
в) О, Л;
г) С, Л;
д) С, И;
е) С, Л;
ж) О, Л;
з) О, И;
и) С, Л.

№ 2.

1) 356 035 603 560 – триста пятьдесят шесть миллиардов тридцать пять миллионов шестьсот три тысячи пятьсот шестьдесят.

В записи числа 4 класса, 12 разрядов.

2) Сотни миллиардов, десятки миллионов, единицы тысяч. Цифра 0. 0 сотен миллионов.

3) Сотни миллионов, десятки тысяч, единицы. Нельзя.

4) MMMDLX.

№ 3.

1) 805 280 000; 2) 74 056 002 899; 3) 35 001 399 999; 4) 192 939 496 000.

№ 4.

1) Первое число больше второго. 2) Первое меньше второго.
3) Первое больше второго. 4) Сравнить нельзя.

№ 5.

Определение произведения. Имеет смысл при $b = 1$ и $b = 0$.

$a \cdot 1 = a$; $a \cdot 0 = 0$

№ 6.

$a - 0 = a$; $a - a = 0$; $a : 1 = a$; $a : a = 1$; $0 : a = 0$; делить на 0 нельзя.

№ 7.

1) 938 790 475 + 13 076 225 542 = 14 015 016 017;
2) 210 521 052 105 – 209 286 484 215 = 1 234 567 890;
3) 67 190 · 40 500 = 2 721 195 000;
4) 5 925 100 800 : 976 = 6 070 800.

№ 8.

$a + b = b + a$; $a + (b + c) = (a + b) + c$; $a(b + c) = ab + ac$

1) 201 + 202 + 203 + 204 + 205 + 206 + 207 + 208 + 209 = = (201 + 209) + (202 + 208) + (203 + 207) + (204 + 206) + 205 = = 410 + 410 + 410 + 410 + 205 = 410 · 4 + 205 = 840 + 205 = 1 045;

2) 400 + (24 589 + 927) + (3 600 + 73 + 411) = (400 + 3 600) + (24 589 + 411) + + (927 + 73) = 4 000 + 25 000 + 1 000 = 30 000;

3) 4 · 5 · 376 · 2 · 25 · 5 · 2 = (4 · 25) · (5 · 2 · 5 · 2) · 376 = 100 · 100 · 376 = 3 760 000;

4) $2 \cdot (14 \cdot 2 \cdot 8) \cdot (125 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 5) = (2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5) \cdot (8 \cdot 125) \cdot (14 \cdot 3) =$
$= 100 \cdot 1\,000 \cdot 42 = 4\,200\,000$;

5) $974 \cdot 385 + 5 \cdot 385 + 385 \cdot 21 = (974 + 5 + 21) \cdot 385 = 1\,000 \cdot 385 = 385\,000$;

6) $5084 \cdot 23 + 5084 + 976 \cdot 5084 = (23 + 1 + 976) \cdot 5084 = 1\,000 \cdot 5\,084 =$
$= 5\,084\,000$;

<u>№ 9.</u>
а) 179, 197, 719, 791, 917, 971.
б) 40 044, 40 404, 40 440, 44 004, 44 040, 44 400.

<u>№ 10.</u>
1 523 406 789.

<u>№ 11.</u>
1) 30 274;
2) 95 784.

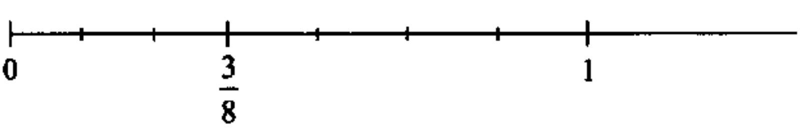
<u>№ 12.</u>
1) $2 \otimes 3 = 2 \cdot 3 + 2 + 3 = 11$; $4 \otimes 9 = 4 \cdot 9 + 4 + 9 = 49$;
$0 \otimes 712 = 0 \cdot 712 + 0 + 712 = 712$;
$2 \otimes 8 + 3 \otimes 8 = 2 \cdot 8 + 2 + 8 + 3 \cdot 8 + 3 + 8 = 26$;

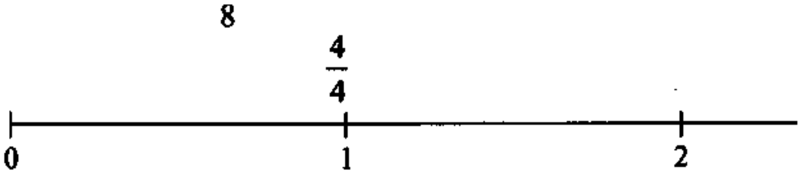
2) $a \otimes b = a \cdot b + a + b$ $b \otimes a = b \cdot a + b + a$;

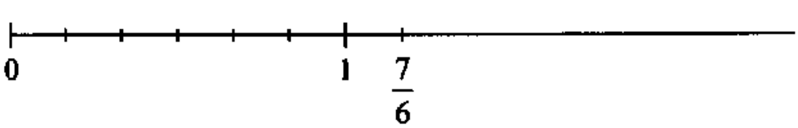
3) $a \otimes (b \otimes c) = a \cdot (b \otimes c) + a + (b \otimes c) = a \cdot (b \cdot c + b + c) + a + bc + b + + c$
$= abc + ab + ac + a + bc + b + c$;
$(a \otimes b) \otimes c = (a \cdot b + a + b) \otimes c = (a \cdot b + a + b) \cdot c + ab + a + b + c =$
$= abc + ac + bc + ab + a + b + c$;

4) $(a + b) \otimes c = (a + b)c + (a + b) + c = ac + bc + a + b + c$
$a \otimes c + b \otimes c = ac + a + c + bc + b + c$
Не выполняется.

5) $a \otimes x = a$; $a \otimes x = x$
$a \otimes x = ax + a + x = a$ $a \otimes x = ax + a + x = x$
$ax + x = 0$; $ax + a = 0$
$x(a + 1) = 0$ $x = 0$ $(x + 1)a = 0$; свойством нуля никакое натуральное число не обладает.

<u>№ 13.</u>
а)


б)


в)


№ 14.

а) $\frac{7}{30}$; б) $\frac{6}{6}=1$; в) $\frac{3}{12}$; г) $\frac{10}{32}$; д) $\frac{25}{100}=25\%$

№ 15.

а) Четвертая дробь лишняя: числитель и знаменатель – двузначные числа;
третья дробь; знаменатель – составное число;
первая дробь: разность между числителем и знаменателем 1.
б) третья дробь: правильная;
первая дробь: знаменатель – однозначное число;
вторая дробь: разность между числителем и знаменателем 1;
в) вторая дробь: значение равно 1;
четвертая дробь: знаменатель не равен 13;
первая дробь: числитель – однозначное число, правильная дробь.

№ 16.

1) 1 дм = $\frac{1}{10}$ м; 9 дм = $\frac{9}{10}$ м; 1 см = $\frac{1}{100}$ м; 27 см = $\frac{27}{100}$ м;

2) 1 кг = $\frac{1}{1000}$ т; 16 кг = $\frac{16}{1000}$ т; 1 ц = $\frac{1}{10}$ т; 85 ц = $\frac{85}{10}$ т;

3) 1 мин = $\frac{1}{60}$ ч; 3 мин = $\frac{3}{60}$ ч; 1 с = $\frac{1}{3600}$ ч; 49 с = $\frac{49}{3600}$ ч.

№ 17.

1) $\frac{4}{7}$; 2) $\frac{11}{8}$.

№ 18.

$\frac{3}{5}; \frac{3}{9}; \frac{5}{9}; \frac{5}{3}; \frac{9}{3}; \frac{9}{5}$.

№ 19.

а) 5, 6, 7, 8, 9, 10;
б) 1, 2, 3, 4.

№ 20.

а) И;
б) Л. Любая дробь, у которой числитель равен знаменателю, неправильная и равна 1;
в) И;
г) И;
д) И.

№ 21.

$3:25=\dfrac{3}{25}$; $17:6=\dfrac{17}{6}$; $4:1=\dfrac{4}{1}$; $20:2=\dfrac{20}{2}$; $7:7=\dfrac{7}{7}$;

$\dfrac{1}{4}=1:4$; $\dfrac{5}{7}=5:7$; $\dfrac{24}{11}=24:11$; $\dfrac{8}{1}=8:1$;

$\dfrac{72}{9}=72:9$; $\dfrac{45}{45}=45:45$.

№ 22.

1) $\dfrac{x}{15}=5 \Leftrightarrow x=5\cdot 15\cdot x=75$;

2) $\dfrac{96}{y}=16 \Leftrightarrow y=96:16 \Leftrightarrow y=6$;

3) $\dfrac{k-2}{17}=8 \Leftrightarrow k-2=8\cdot 17 \Leftrightarrow k-2=136 \Leftrightarrow k=136+2 \Leftrightarrow k=138$;

4) $\dfrac{336}{n+29}=7 \Leftrightarrow n+29=336:7 \Leftrightarrow n+29=48 \Leftrightarrow n=48-29 \Leftrightarrow n=19$.

№ 23.

1) В каждой части $\dfrac{3}{4}$ м.

2) Скорость $\dfrac{5}{7}$ м/с.

№ 24.

$\dfrac{7}{7}$; $\dfrac{5}{5}$; $\dfrac{67}{67}$; $\dfrac{89}{89}$; $\dfrac{100}{100}$; $\dfrac{n}{n}$.

№ 25.

$\dfrac{3}{5}$

$\dfrac{9}{9}$; $\dfrac{18}{9}$; $\dfrac{27}{9}$; $\dfrac{36}{9}$; $\dfrac{45}{9}$; $\dfrac{54}{9}$; $\dfrac{9k}{9}$;

$\dfrac{11}{11}$; $\dfrac{22}{11}$; $\dfrac{33}{11}$; $\dfrac{44}{11}$; $\dfrac{55}{11}$; $\dfrac{66}{11}$; $\dfrac{11k}{11}$;

$\dfrac{100}{100}$; $\dfrac{200}{100}$; $\dfrac{300}{100}$; $\dfrac{400}{100}$; $\dfrac{500}{100}$; $\dfrac{600}{100}$; $\dfrac{100k}{100}$.

100% 200% 300% 400% 500% 600% k%

№ 26.

1)

2) $\frac{1}{2} > \frac{3}{8}$. Та дробь больше, которая лежит правее на числовом луче.

3) $\frac{3}{8} < \frac{5}{8}$. Из двух дробей с одинаковыми знаменателями та дробь больше, у которой числитель меньше.

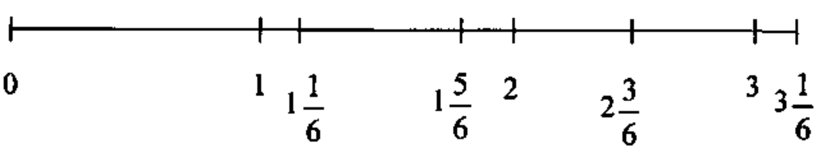
$\frac{19}{78} < \frac{53}{78}$

4) $\frac{5}{2} > \frac{5}{8}$

5) $\frac{17}{8} = 2\frac{1}{8}$

№ 27.

1) $\frac{7}{6} = 1\frac{1}{6}$; $\frac{11}{6} = 1\frac{5}{6}$; $\frac{15}{6} = 2\frac{3}{6}$; $\frac{19}{6} = 3\frac{1}{6}$



2) $\frac{38}{7} = 5\frac{3}{7}$; $\frac{45}{12} = 3\frac{9}{12}$; $\frac{54}{18} = 3$; $\frac{231}{100} = 2\frac{31}{100}$; $\frac{586}{125} = 4\frac{86}{125}$; $\frac{9769}{1000} = 9\frac{769}{1000}$.

№ 28.

1) $19 : 4 = \frac{19}{4} = 4\frac{3}{4}$ (кг)

Ответ: в каждую коробку положили $4\frac{3}{4}$ кг халвы.

2) $40 : 9 = \frac{40}{9} = 4\frac{4}{9}$ (м)

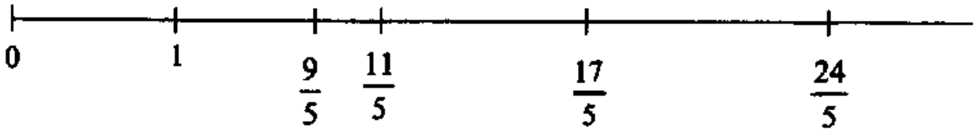
Ответ: на каждый костюм пошло $4\frac{4}{9}$ м ткани.

№ 29.

Пропущен знак сложения (плюс).

№ 30.

1) $1\frac{4}{5}=\frac{9}{5}$; $2\frac{1}{5}=\frac{11}{5}$; $3\frac{2}{5}=\frac{17}{5}$; $4\frac{4}{5}=\frac{24}{5}$.



2) $1\frac{7}{9}=\frac{16}{9}$; $4\frac{3}{5}=\frac{23}{5}$; $7\frac{9}{13}=\frac{100}{13}$; $15\frac{4}{7}=\frac{100}{7}$; $10\frac{21}{47}=\frac{491}{47}$.

№ 31.

1) $\frac{8}{11}-\frac{3}{11}=\frac{5}{11}$;

2) $\frac{2}{9}+\frac{5}{9}=\frac{7}{9}$;

3) $2+\frac{4}{7}=2\frac{4}{7}$;

4) $5-\frac{3}{4}=4\frac{1}{4}$;

5) $6\frac{1}{5}+3\frac{2}{5}=9\frac{3}{5}$;

6) $12\frac{7}{9}-4\frac{5}{9}=8\frac{2}{9}$;

7) $5\frac{2}{7}-2\frac{5}{7}=2\frac{4}{7}$;

8) $1\frac{8}{11}+6\frac{3}{11}=7\frac{11}{11}=8$.

№ 32.

$2\frac{4}{5}$; $12\frac{3}{9}$.

№ 33.

1) $103\,600-28\,715=74\,885$;

2) $7\frac{1}{19}-3\frac{5}{19}=6\frac{20}{19}-3\frac{5}{19}=3\frac{15}{19}$;

3) $8\frac{2}{5}-1\frac{4}{5}=7\frac{7}{5}-1\frac{4}{5}=6\frac{3}{5}$.

П. 3.1.2. Основное свойство дроби. Преобразование дробей (5 ч)

Основные содержательные цели

1) Вывести основное свойство дроби, сформировать умение сокращать дроби, приводить дроби к новому знаменателю.

2) Повторить и закрепить: понятия, связанные с делимостью чисел, НОК и НОД; распределительное свойство умножения; построение математических моделей текстовых задач; решение составных уравнений; понятие степени числа; задачи на движение и графики движения.

В результате изучения пункта 3.1.1 учащиеся повторили известные им из курса начальной школы сведения о дробях. Среди них были зафиксированы правила, которые дальше будут уточняться для общего случая: правила сравнения дробей с одинаковыми числителями, знаменателями, правило сложения и вычитания дробей с одинаковыми знаменателями. Поэтому учащиеся знакомятся с основным свойством дроби в пункте 3.1.2 «Основное свойство дроби. Преобразование дробей».

Для открытия основного свойства дроби можно использовать:

– дополнительные свойства умножения и деления (делимое и делитель можно умножать и делить на одно и то же натуральное число);

– знание, что результат деления можно записать в виде дроби;

– умение изображать дроби на числовом луче.

Учащиеся учатся применять основное свойство дроби – сокращение дроби и приведение дроби к новому числителю (знаменателю). После знакомства учеников с сокращением дроби вводится понятие несократимой дроби.

Для сокращения дробей предлагается использовать три способа: сокращать дробь на НОД числителя и знаменателя, сокращать дробь последовательно на общие делители (с использованием признаков делимости) или представлять числитель и знаменатель в виде произведения.

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5–6 классов основной школы авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсон по программе «Учусь учиться» по данному пункту предлагаются сценарии 79–83.

Урок 79 Основное свойство дроби.

Новое знание.
Основное свойство дроби.
Актуализация знаний.
Дополнительные свойства умножения и деления.
Задание на пробное действие:

1) $\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$; 2) $\frac{3}{4}=\frac{9}{8}$.

Не изменяя форму записи, определить, какое из равенств истинно, а какое ложно. Ответ обосновать.

Фиксация затруднения.
– Я не могу определить, какое равенство истинно, а какое ложно.
– Я не могу обосновать свой вывод.

Фиксация причины затруднения.
Нет способа определения равенства дробей.

Цель деятельности.
Узнать свойство дробей, которое позволит определить их равенство.

Эталон

Если числитель и знаменатель дроби умножить или разделить на одно и то же натуральное число, значение дроби не изменится. $$\frac{a\cdot c}{b\cdot c}=\frac{a}{b};\qquad \frac{a:c}{b:c}=\frac{a}{b},\ a, b, c\in N$$

Урок 80 Сокращение дробей.

Новое знание.
Способы сокращения дробей.
Актуализация знаний.
Ввести понятия «сократить дробь», «несократимая дробь».
Задание на пробное действие:

$$\frac{27}{36},\ \frac{7\cdot15\cdot8}{10\cdot12\cdot21},\ \frac{140}{245}$$

Записать несократимые дроби, равные данным.
Фиксация затруднения.
– Я не могу записать несократимые дроби, равные данным.
– Я не могу доказать, что выполнил задание правильно.
Фиксация причины затруднения.
– Мы не знаем способа получения несократимых дробей, равных данным.
Цель деятельности.
Построить способы сокращения дробей.

Эталоны

Алгоритм сокращения дробей на НОД

1) Найти для числителя и знаменателя их НОД. 2) Разделить числитель и знаменатель на НОД.

Сокращение дробей путем представления числителя и знаменателя в виде произведения

1. Представить числитель и знаменатель в виде произведения чисел. 2. Разделить числитель и знаменатель на общие делители множителей.

Сокращение дробей последовательно

Делить числитель и знаменатель на числа, используя признаки делимости.

Урок 81 Сокращение дробей (Р)

Урок целесообразно провести как урок рефлексии.

Цель урока: тренировать умение сокращать дроби разными способами; тренировать способность к рефлексии собственной деятельности, умение находить место и причину возникших затруднений, исправлять ошибки; повторить и закрепить чтение и построение графиков движения, тренировать вычислительные навыки.

Урок 82 Приведение дробей к наименьшему общему знаменателю.

Новое знание.

Алгоритм приведения дробей к наименьшему общему знаменателю (числителю).

Актуализация знаний.

Основное свойство дроби, алгоритм нахождения НОК чисел.

Задание на пробное действие:

Привести дроби к наименьшему общему знаменателю и наименьшему общему числителю:

$\frac{50}{320}$ и $\frac{11}{24}$.

Фиксация затруднения.

– Я не смог привести дроби к наименьшему общему знаменателю и наименьшему общему числителю.

Фиксация причины затруднения.

– Мы не знаем способ приведения дробей к наименьшему общему знаменателю, к наименьшему общему числителю.

Цель деятельности.

Узнать (или построить) способ приведения дробей к наименьшему общему знаменателю, к наименьшему общему числителю и научиться этим способом пользоваться.

Эталон

Алгоритм приведения дробей к наименьшему общему знаменателю (числителю)

1. Найти НОЗ (НОЧ) (т.е. НОК для знаменателей, числителей).
2. Найти дополнительные множители.
3. Записать дроби: числитель (знаменатель) умножить на дополнительный множитель;
знаменатель (числитель) — НОЗ (НОЧ).

Урок 83 Основное свойство дроби. Преобразование дробей (Р)

Урок рефлексии. Цели урока: тренировать умение использовать основное свойство дроби для преобразования дробей (сокращение дробей, приведение к НОЗ) и способность к рефлексии собственной деятельности; повторить и закрепить понятия правильной и неправильной дроби, зависимости между переменными величинами, вычисление значений буквенных выражений, действия с многозначными числами.

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 79	Урок 80	Урок 81
К	№ 59–65	№ 66–72	№ 73–83
П	№ 96–100	№ 101–103	№ 104–108
Д	п. 3.1.2, № 115, 116, № 128	№ 117, 122, 123	№ 118, 124, 125
С	№ 131	№ 132	№ 133

Урок №	Урок 82	Урок 83
К	№ 84–89	№ 90–95
П	№ 109–112	№ 113, 114
Д	№ 119, 120, 127	№ 121, 126, 129
С	№ 134	

При выполнении системы заданий № 66, 67(б), 86–88 идет последовательная работа по построению алгоритма приведения дробей к наименьшему общему знаменателю.

При этом сначала формируется представление о новом знаменателе как о числе, кратном старому знаменателю, затем вводится понятие дополнительных множителей. После чего, при выполнении № 87, вводится понятие общего знаменателя двух дробей и формируется понятие общего знаменателя как общего кратного знаменателей.

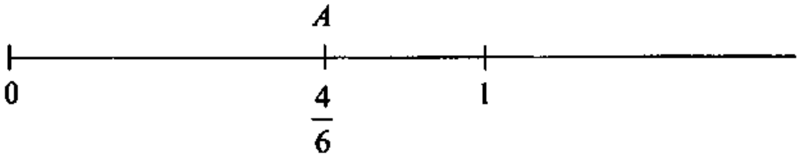
И только после такой подготовительной работы ставится проблема приведения дробей к наименьшему общему знаменателю. При выполнении № 88–89 формируется умение применять полученный алгоритм.

Аналогичная работа может быть проведена для построения алгоритма приведения дробей к новому числителю.

В третьей главе пятиклассникам предлагаются задания, содержащие алгебраические дроби. Так, при отработке умения преобразовывать дроби учащимся может быть предложено задание сократить алгебраическую дробь, числитель которой имеет вид многочлена (№ 83 (1, 2, 3), 92).

При выполнении заданий такого уровня учителю следует реализовывать принцип минимакса: работать на уроке, ориентируясь на сильных учеников, на высоком уровне сложности, оценивая при этом только успех, а контролировать усвоение материала каждым учащимся на уровне минимума, определенного в стандарте.

<u>№ 59.</u>



$$\frac{4}{6} = \frac{2}{3} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12}$$

<u>№ 60.</u>

а) числитель и знаменатель умножили на 15.

б) числитель и знаменатель умножили на 20.

в) числитель и знаменатель умножили на 30.

г) числитель и знаменатель умножили на 15.

№ 61.

а) $\frac{7}{15}=\frac{7\cdot 6}{15\cdot 6}=\frac{42}{90}$; б) $\frac{80}{35}=\frac{80:5}{35:5}=\frac{16}{7}$;

в) $\frac{7}{12}=\frac{7\cdot 8}{12\cdot 8}=\frac{56}{96}$; г) $\frac{42}{140}=\frac{42:14}{140:14}=\frac{3}{10}$.

№ 62.

1) $\frac{5\cdot 4}{6\cdot 4}=\frac{20}{24}$; $\frac{8\cdot 4}{9\cdot 4}=\frac{32}{36}$; $\frac{15\cdot 4}{13\cdot 4}=\frac{60}{52}$; $\frac{7\cdot 4}{1\cdot 4}=\frac{28}{4}$

2) $\frac{20}{45}=\frac{4}{9}$; $\frac{35}{60}=\frac{7}{12}$; $\frac{80}{55}=\frac{16}{11}$; $\frac{95}{5}=\frac{19}{1}$

№ 63.

1) $x=9$; $x=44$; $x=35$; 2) $y=12$; $y=8$;)

№ 64.

1) $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{3}{6}+\frac{2}{6}=\frac{5}{6}$.

2) $\frac{1}{6}+\frac{5}{12}=\frac{2}{12}+\frac{5}{12}=\frac{7}{12}$; $\frac{2}{5}-\frac{2}{15}=\frac{6}{15}-\frac{2}{15}=\frac{4}{15}$;

$\frac{7}{8}-\frac{3}{4}=\frac{7}{8}-\frac{6}{8}=\frac{1}{8}$; $\frac{3}{7}+\frac{5}{28}=\frac{12}{28}+\frac{5}{28}=\frac{17}{28}$.

№ 65.

1) $\frac{18}{75}=\frac{6}{25}$ $\frac{3}{56}=\frac{6}{112}$

$\frac{6}{25}>\frac{6}{112}$ $\frac{18}{75}>\frac{3}{56}$

2) $\frac{1}{2}=\frac{4}{8}$ $\frac{4}{8}>\frac{4}{13}$;

$\frac{2}{5}=\frac{4}{10}$ $\frac{4}{10}>\frac{3}{10}$.

$\frac{8}{12}=\frac{4}{6}$ $\frac{4}{6}<\frac{4}{5}$;

$\frac{2}{3}=\frac{10}{15}$ $\frac{5}{7}=\frac{10}{14}$ $\frac{10}{15}<\frac{10}{14}$.

№ 66.

а) $\frac{1}{2}=\frac{6}{12}$; $\frac{2}{3}=\frac{8}{12}$; $\frac{5}{6}=\frac{10}{12}$.

б) $\frac{1}{2}=\frac{9}{18}$; $\frac{2}{3}=\frac{12}{18}$; $\frac{5}{6}=\frac{15}{18}$.

в) $\frac{1}{2}=\frac{18}{36}$; $\frac{2}{3}=\frac{24}{36}$; $\frac{5}{6}=\frac{30}{36}$.

№ 67.

а) с числителем 48, 2, $6a$; б) со знаменателем 60, 5, $30b$.

№ 68.

1) Сократить дробь – это значит разделить числитель и знаменатель на одно и то же число.

Дробь несократима, если числитель и знаменатель взаимно простые числа.

2) $\frac{42}{720}=\frac{21}{360}=\frac{7}{120}$

НОД (42, 720) = 6

$$\frac{42}{720}=\frac{42:6}{360:6}=\frac{7}{120}$$

$$\frac{42}{720}=\frac{6\cdot 7}{72\cdot 10}=\frac{7}{120}$$

№ 69.

а) $\frac{125}{75}=\frac{25}{15}=\frac{5}{3}$; $\frac{75}{100}=\frac{15}{20}=\frac{3}{4}$; $\frac{24}{360}=\frac{12}{180}=\frac{6}{90}=\frac{2}{30}=\frac{1}{15}$

$\frac{125}{1000}=\frac{25}{200}=\frac{5}{40}=\frac{1}{8}$; $\frac{42}{320}=\frac{21}{160}$;

б) $\frac{75}{300}=\frac{15}{60}=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$; $\frac{33}{243}=\frac{11}{81}$; $\frac{820}{41}=\frac{20}{1}$; $\frac{45}{900}=\frac{5}{100}=\frac{1}{20}$;

$\frac{105}{1200}=\frac{21}{240}=\frac{7}{80}$.

№ 70.

а) $\frac{9}{14}$; $\frac{3}{7}$; $\frac{4}{15}$; $\frac{22}{63}$; б) $\frac{1}{4b}$; $\frac{15k}{34}$; $\frac{2}{5k}$; $\frac{1}{4mn}$; в) $\frac{n}{k}$; $\frac{a}{2}$; $\frac{1}{2cd}$; $\frac{3y}{4xz}$.

№ 71.

а) $\frac{360}{945}=\frac{3\cdot 3\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 5}{5\cdot 3\cdot 3\cdot 3\cdot 7}=\frac{8}{21}$; $\frac{624}{768}=\frac{2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 3\cdot 13}{2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 3}=\frac{13}{16}$;

$$\frac{3950}{350}=\frac{2\cdot 5\cdot 5\cdot 79}{2\cdot 5\cdot 5\cdot 7}=\frac{79}{7}$$

б) $\frac{1260}{1980}=\frac{2\cdot2\cdot3\cdot3\cdot5\cdot7}{2\cdot2\cdot3\cdot3\cdot5\cdot11}=\frac{7}{11}$; $\frac{5184}{5472}=\frac{162}{121}$; $\frac{4140}{9315}=\frac{4}{9}$.

№ 72.

Дроби несократимы, так как числитель и знаменатель взаимно простые числа.

№ 73.

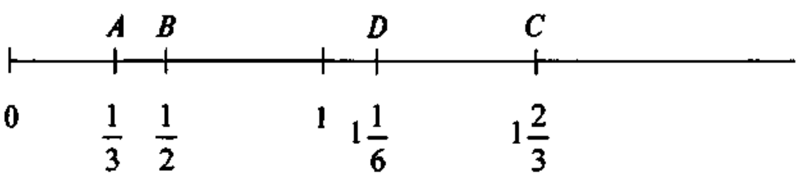
$48:72=\frac{48}{72}=\frac{2}{3}$;

$14:56=\frac{14}{56}=\frac{1}{4}$;

$40:64=\frac{40}{64}=\frac{5}{8}$.

№ 74.

$\frac{100}{300}=\frac{1}{3}$ $\frac{120}{240}=\frac{1}{2}$ $\frac{300}{180}=\frac{5}{3}=1\frac{2}{3}$ $\frac{84}{72}=\frac{7}{6}=1\frac{1}{6}$



№ 75.

1) 1, 5, 7, 11;

2) 2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18.

№ 76

1) Общее высказывание, истинно, так как дробь можно сократить на 3.

2) Высказывание общее, ложно, например, дробь $\frac{4}{3}$ больше дроби $\frac{2}{3}$, но несократима.

3) Высказывание о существовании, истинно, например, $\frac{5}{5}$.

4) Высказывание общее, ложно, так как при сокращении получается дробь, равная данной.

5) Высказывание о существовании, истинно, например, $\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$.

6) Высказывание общее, ложно, так как при сокращении получается дробь, равная данной.

7) Высказывание общее, ложно, например, дробь $\frac{3}{5}$ несократима, но разность между числителем и знаменателем равна 2.

№ 77.

1) 5 мин $= \frac{5}{60} = \frac{1}{12}$ (ч); 12 мин $= \frac{12}{60} = \frac{1}{5}$ (ч); 15 мин $= \frac{15}{60} = \frac{1}{4}$ (ч);

40 мин $= \frac{40}{60} = \frac{2}{3}$ (ч); 45 мин $= \frac{45}{60} = \frac{3}{4}$ (ч).

2) 3 ч $= \frac{3}{24} = \frac{1}{8}$ (сут.); 6 ч $= \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$ (сут.); 12 ч $= \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$ (сут.);

15 ч $= \frac{15}{24} = \frac{5}{8}$ (сут.); 18 ч $= \frac{18}{24} = \frac{3}{4}$ (сут.).

3) 5 кг $= \frac{5}{100} = \frac{1}{20}$ (ц); 10 кг $= \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$ (ц); 20 кг $= \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$ (ц);

25 кг $= \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$ (ц); 50 кг $= \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$ (ц); 75 кг $= \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$ (ц).

4) 8 ц $= \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$ (т); 30 кг $= \frac{30}{1000} = \frac{3}{100}$ (т); 125 кг $= \frac{125}{1000} = \frac{1}{8}$ (т);

250 кг $= \frac{250}{1000} = \frac{1}{4}$ (т); 500 кг $= \frac{500}{1000} = \frac{1}{2}$ (т); 800 $= \frac{800}{1000} = \frac{4}{5}$ (т).

№ 78.

1) $48 : 9 = \frac{48}{9} = \frac{16}{3}$ (стр.) — скорость работы первого оператора.

2) $68 : 12 = \frac{68}{12} = \frac{17}{3}$ (стр.) — скорость работы второго оператора.

$\frac{16}{3} < \frac{17}{3}$

Ответ: второй оператор работает быстрее.

№ 79

1) $42 : 10 = \frac{42}{10} = \frac{21}{5} = 4\frac{1}{5}$ (м) — идет на один пододеяльник.

2) $33 : 15 = \frac{33}{15} = \frac{11}{5} = 2\frac{1}{5}$ (м) — идет на одну простынь.

3) $4\frac{1}{5} + 2\frac{1}{5} = 6\frac{2}{5}$ (м)

Ответ: на комплект пойдет $6\frac{2}{5}$ м полотна.

№ 80.

Чтобы разделить сумму на число, надо каждое слагаемое разделить на данное число и результаты сложить.

Чтобы разделить разность на число, надо уменьшаемое и вычитаемое разделить на данное число и результаты вычесть.

Чтобы разделить произведение на число, надо один из множителей разделить на данное число и результат умножить на оставшийся множитель.

а) Высказывание истинно по свойству делимости произведения на число:

$$\frac{5\cdot 3}{18}=\frac{15}{18}=\frac{5}{6}$$

б) Высказывание ложно по свойству делимости суммы на число:

$$\frac{5+3}{18}=\frac{8}{18}=\frac{4}{9}$$

Дробь $\frac{5-3}{18}$ в таком виде сократить нельзя, можно сначала найти разность в числителе, а затем получившуюся дробь сократить.

№ 81

а) $\frac{15\cdot 9-15\cdot 6}{9\cdot 30}=\frac{15\cdot(9-6)}{9\cdot 30}=\frac{15\cdot 3}{9\cdot 30}=\frac{1\cdot 1}{3\cdot 2}=\frac{1}{6};$

б) $\frac{17\cdot 4+17\cdot 9}{34\cdot 52}=\frac{17\cdot(4+9)}{34\cdot 52}=\frac{17\cdot 13}{34\cdot 52}=\frac{1\cdot 1}{2\cdot 4}=\frac{1}{8};$

в) $\frac{18\cdot 7+18\cdot 3}{1200}=\frac{18\cdot(7+3)}{1200}=\frac{18\cdot 10}{120\cdot 10}=\frac{3\cdot 1}{20\cdot 1}=\frac{3}{20};$

г) $\frac{24\cdot 11+24\cdot 3}{300}=\frac{24\cdot(11-3)}{300}=\frac{24\cdot 8}{30\cdot 10}=\frac{4\cdot 4}{5\cdot 5}=\frac{16}{25}.$

№ 82

а) $39=3\cdot 13$; $100=2\cdot 2\cdot 5\cdot 5$ – взаимно простые числа.

б) $111=3\cdot 37$; $2500=2^2\cdot 5^3$ – взаимно простые числа.

в) $13\,013=13\cdot 1001=7\cdot 11\cdot 13^2$; 20 480 не делится ни на 7, ни на 11, ни на 13.

г) знаменатель делится на 5 и на 7, первое слагаемое в числители делится на 5, а второе на 5 не делится, второе слагаемое делится на 7, а первое слагаемое на 7 не делится.

д) числитель дроби делится на 2, на 19. В знаменателе на два делится уменьшаемое, а вычитаемое на 2 не делится, на 19 делится вычитаемое , а уменьшаемое на 19 не делится.

№ 83 (1; 3).

1) $\frac{4a+4b}{8c}=\frac{4(a+b)}{8c}=\frac{a+b}{2c};$

3) $\frac{a^2+ac}{a^2}=\frac{a(a+c)}{a^2}=\frac{a+c}{a}.$

№ 84

Нет, не может, так как ни 18, ни 100 не кратны 7. а) 2; 3; б) 2; 5.

№ 85.

В числе 1 содержится две вторых, три третьих, восемь восьмых, пятнадцать пятнадцатых, сто сотых долей.

В числе 7 содержится 14 вторых, 21 третьих, 56 восьмых, 105 пятнадцатых, 700 сотых долей.

В числе 9 содержится 18 вторых, 27 третьих, 72 восьмых, 135 пятнадцатых, 900 сотых долей.

В числе m содержится $2m$ вторых, $3m$ третьих, $8m$ восьмых, $15m$ пятнадцатых, $100m$ сотых долей.

№ 86

а) $56 : 7 = 8$ в) $42 : 14 = 3$

$\frac{5}{7}=\frac{5\cdot8}{7\cdot8}=\frac{40}{56}$; $\frac{9}{14}=\frac{9\cdot3}{14\cdot3}=\frac{27}{42}$;

б) $80 : 16 = 5$ г) $75 : 15 = 5$

$\frac{3}{16}=\frac{3\cdot5}{16\cdot5}=\frac{15}{80}$; $\frac{8}{15}=\frac{8\cdot5}{15\cdot5}=\frac{40}{75}$.

№ 87

а) 24, 48; в) 3, 45, 60;

б) 36, 72; г) 56.

№ 88

а) $\frac{5}{16}$ и $\frac{3}{4}$

НОК (4; 16) = 16

ДМ: $16 : 4 = 4$

$\frac{3}{4}=\frac{3\cdot4}{4\cdot4}=\frac{12}{16}$

ж) $\frac{4}{15}$ и $\frac{5}{12}$

НОК (12; 15) = 60

ДМ: $60 : 12 = 5$ $60 : 15 = 4$

$\frac{4}{15}=\frac{4\cdot4}{15\cdot4}=\frac{16}{60}$ $\frac{5}{12}=\frac{5\cdot5}{12\cdot5}=\frac{25}{60}$

б) $\frac{2}{3}$ и $\frac{7}{18}$

НОК (3; 18) = 18

ДМ: $18 : 3 = 6$

$\frac{2}{3}=\frac{2\cdot6}{3\cdot6}=\frac{12}{18}$

з) $\frac{11}{12}$ и $\frac{17}{18}$

НОК (12; 18) = 36

ДМ: $36 : 12 = 3$ $36 : 18 = 2$

$\frac{11}{12}=\frac{11\cdot3}{12\cdot3}=\frac{33}{36}$ $\frac{17}{18}=\frac{17\cdot2}{18\cdot2}=\frac{34}{36}$

в) $\frac{11}{12}$ и $\frac{23}{60}$

НОК (60; 12) = 60

ДМ: $60 : 12 = 5$

$\frac{11}{12}=\frac{11\cdot5}{12\cdot5}=\frac{55}{60}$

и) $\frac{23}{30}$ и $\frac{2}{45}$

НОК (30; 45) = 90

ДМ: $90 : 30 = 3$ $90 : 45 = 2$

$\frac{23}{30}=\frac{23\cdot3}{30\cdot3}=\frac{69}{90}$ $\frac{2}{45}=\frac{2\cdot2}{45\cdot2}=\frac{4}{90}$

г) $\frac{4}{5}$ и $\frac{1}{6}$

НОК (5; 6) = 30

ДМ: 30 : 5 = 6; 30 : 6 = 5

$\frac{4}{5} = \frac{4 \cdot 6}{5 \cdot 6} = \frac{24}{30}$; $\frac{1}{6} = \frac{1 \cdot 5}{6 \cdot 5} = \frac{5}{30}$

д) $\frac{8}{9}$ и $\frac{2}{7}$

НОК (9; 7) = 63

ДМ: 63 : 9 = 7; 63 : 7 = 9

$\frac{8}{9} = \frac{8}{9}$; $\frac{2}{7} = \frac{2 \cdot 9}{7 \cdot 9} = \frac{18}{63}$

е) $\frac{7}{8}$ и $\frac{6}{11}$

НОК (8; 11) = 88

ДМ: 88 : 8 = 11 ДМ 88 : 11 = 8

$\frac{7}{8} = \frac{7 \cdot 11}{8 \cdot 11} = \frac{77}{88}$ $\frac{6}{11} = \frac{6 \cdot 8}{11 \cdot 8} = \frac{48}{88}$

к) $\frac{3}{56}$ и $\frac{7}{126}$

$56 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7$;

$126 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$

НОК (56; 126) = 126 · 4 = 504

ДМ: 504 : 56 = 9 504 : 126 = 4

$\frac{3}{56} = \frac{3 \cdot 9}{56 \cdot 9} = \frac{27}{504}$; $\frac{7}{126} = \frac{7 \cdot 4}{126 \cdot 4} = \frac{28}{504}$

л) $\frac{15}{52}$ и $\frac{13}{78}$

$52 = 2 \cdot 2 \cdot 13$ $78 = 2 \cdot 3 \cdot 13$

НОК (52; 78) = 78 · 2 = 156

ДМ: 156: 52 = 3 156 : 78 = 2

$\frac{15}{52} = \frac{15 \cdot 3}{52 \cdot 3} = \frac{45}{156}$

$\frac{13}{78} = \frac{13 \cdot 2}{78 \cdot 2} = \frac{26}{156}$

м) $\frac{29}{180}$ и $\frac{35}{216}$

$180 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$

$216 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

НОК (180; 216) = 216 · 5 = 1080

ДМ: 1080: 180 = 6 1080 : 216 = 5

$\frac{29}{180} = \frac{29 \cdot 6}{180 \cdot 6} = \frac{174}{1080}$

$\frac{35}{216} = \frac{35 \cdot 5}{216 \cdot 5} = \frac{175}{1080}$

№ 89.

а) 50%; 25%; 20%; 10%; 5%; 4%; 2% б) 75%; 40%; 70%; 45%; 32%; 34%; 150%

№ 90.

а) $\frac{36}{54}=\frac{2}{3}$; $\frac{55}{99}=\frac{5}{9}$; в) $\frac{80}{3200}=\frac{1}{40}$; $\frac{135}{162}=\frac{5}{6}$;

$\frac{2}{3}=\frac{6}{9}$; $\frac{1}{40}=\frac{6}{240}$. $\frac{5}{6}=\frac{200}{240}$.

б) $\frac{707}{808}=\frac{7}{8}$; $\frac{48}{60}=\frac{4}{5}$; г) $\frac{234}{468}=\frac{1}{2}$; $\frac{75}{225}=\frac{1}{3}$;

$\frac{7}{8}=\frac{35}{40}$; $\frac{4}{5}=\frac{32}{40}$. $\frac{1}{2}=\frac{3}{6}$; $\frac{1}{3}=\frac{2}{6}$.

№ 91.

а) $\frac{125}{150}=\frac{5}{6}$ $\frac{28}{63}=\frac{4}{9}$

НОК (2; 6; 9) = 18

$\frac{1}{2}=\frac{9}{18}$ $\frac{5}{6}=\frac{15}{18}$ $\frac{4}{9}=\frac{8}{18}$

б) $\frac{16}{56}=\frac{2}{7}$

НОК (21; 7; 35) = 105

$\frac{4}{21}=\frac{20}{105}$ $\frac{2}{7}=\frac{30}{105}$ $\frac{17}{35}=\frac{51}{105}$

в) $\frac{444}{777}=\frac{4}{7}$; $\frac{120}{720}=\frac{1}{6}$

НОК (12; 18; 7; 6) = 252

$\frac{7}{12}=\frac{147}{252}$ $\frac{5}{18}=\frac{70}{252}$ $\frac{4}{7}=\frac{144}{252}$ $\frac{1}{6}=\frac{42}{252}$

№ 92.

з) $\frac{7(y+2k)}{(y+2k)b}=\frac{7}{b}$ $\frac{k^2-ky}{5bk}=\frac{k(k-y)}{5bk}=\frac{k-y}{5b}$

НОК (bc; $5b$) = $5bc$

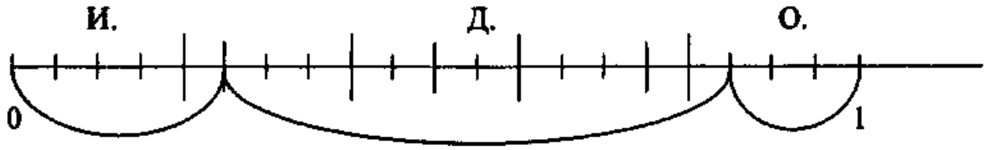
$\frac{7}{bc}=\frac{35}{5bc}$ $\frac{k-y}{5b}=\frac{c(k-y)}{5bc}=\frac{ck-cy}{5bc}$

№ 93.

Для решения данной задачи можно использовать отрезок.

Учащимся предлагается отметить части, соответствующие разыгранным очкам Игоря и Димы.

«Сколько удобно взять клеточек в единичном отрезке, чтобы можно было отметить обе части?»



$\frac{1}{4}$ – 25% $\frac{3}{5}$ – 60% $\frac{3}{20}$ – 15%

Выиграл Дима.

<u>№ 94.</u>

Тихий океан – 46%.

Атлантический океан – 24%.

Индийский океан – 20%.

Северный Ледовитый океан – 4%.

46% + 24% + 20% + 4% = 94%

100% – 94% = 6% – Южный океан.

<u>№ 95.</u>

1)

1) $4 : 48 = \frac{4}{48} = \frac{1}{12}$ (км/мин) – скорость Иры;

2) $2 : 20 = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$ (км/мин) – скорость брата;

$\frac{1}{12} < \frac{1}{10}$

Быстрее шел брат.

Чтобы узнать, на сколько скорость больше, можно воспользоваться моделью – числовым отрезком.

2)

1) $21 : 6 = \frac{21}{6} = \frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$ (л) вместимость одного бидона;

2) $13 : 4 = \frac{13}{4} = 3\frac{1}{4}$ (л) вместимость одной банки;

$\frac{1}{2} > \frac{1}{4}$

Вместимость одного бидона больше вместимости одной банки.

Чтобы узнать, на сколько больше, можно воспользоваться моделью – числовым отрезком.

П. 3. 1. 3. Сравнение дробей (3 ч)

Основные содержательные цели

1) Сформировать умение сравнивать дроби с помощью перекрестного правила, приведения дробей к одинаковому числителю или знаменателю, с помощью промежуточного числа или дополнения дроби «до 1».

2) Повторить и закрепить основное свойство дроби; сложение и вычитание дробей с одинаковыми знаменателями; виды высказываний; понятие делимости; координатный угол; построение математических моделей текстовых задач; решение задач на движение.

Особенности изучения учебного содержания

Учащиеся приводят дроби к наименьшему общему знаменателю и к наименьшему общему числителю (№ 135—142). Здесь же рассматриваются и «хитрые приемы», которые в некоторых случаях удобнее использовать для сравнения дробей. Это способ сравнения дробей с единицей (неправильная дробь больше правильной), с промежуточным числом (с половиной), метод дополнения дроби до 1 («ближе к единице»), «перекрестное» правило.

Для отработки приема сравнения с промежуточным числом $\frac{1}{2}$ выполняется № 145. При этом учитель может использовать такие модели, как числовой луч или отрезок. После сравнения данных чисел с половиной на моделях учитель может задать вопросы о сравнении пар дробей, одна из которых больше половины, а другая – меньше. Учащимися самостоятельно делается вывод об использовании промежуточного числа для сравнения дробей. Например, можно записать, что $\frac{41}{80} > \frac{245}{504}$, потому что первая дробь больше половины, а вторая – меньше.

Для знакомства учащихся с приемом сравнения правильных дробей путем определения, какая из них «ближе к единице», а значит, и больше (№ 143), можно поступить следующим образом: учащимся предлагается проанализировать данные дроби. Они должны заметить, что числитель отличается от знаменателя на 1, после чего можно задать вопрос, к какому числу близки данные дроби. Затем учитель предлагает изобразить первую пару дробей и единицу на числовом луче и показать, сколько «не хватает» дроби 8/9 до целого и сколько «не хватает» $\frac{15}{16}$, то есть выяснить, какие дроби дополнят данные до единицы. Учащиеся фиксируют, что дополнения составляют в первом случае девятую часть, а во втором – шестнадцатую часть единичного отрезка. Делается вывод: дробь с большим знаменателем «ближе» к единице, а значит, больше. Следующие пары дробей сравниваются уже без числового луча (№ 144).

Также учащиеся узнают общее правило сравнения дробей – «перекрестное» правило ($\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad < bc$) – и учатся его применять (№ 148). Из этого общего правила сравнения дробей следует условие равенства дробей, с которым нужно познакомить учащихся.

Необходимо заострить их внимание на этом утверждении, так как данное условие позволит им решать уравнения нового вида, а в дальнейшем будет использоваться в 6 классе при изучении тем «Отношение» и «Пропорция». Условие равенства дробей применяется при выполнении № 151.

После изучения правил сравнения обыкновенных дробей учащиеся получают возможность построить правила сравнения любых смешанных чисел. Для формирования этого умения учащимся предлагается выполнить № 147 (7, 8).

Способы сравнения дробей используются учащимися для решения задач (№ 153, 154). При обсуждении № 155 появляется возможность формировать не только предметные, но и личностные результаты обучения, которые соответствуют современным целям образования.

В заданиях учебника математики курса «Учусь учиться» заложены представления о дружбе, доброте, чести, трудолюбии и других ценностных качествах человека, которые опосредованно оказывают эмоциональное воздействие на детей и способствуют выработке морально-этических норм и правил. При выполнении данного задания у учителя появляется возможность выслушать мнения учащихся не только о математических задачах и подвести их к собственным выводам о самооценке человека.

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5–6 классов основной школы авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсон по программе «Учусь учиться» по данному пункту предлагаются сценарии 84–86.

Урок 84 Сравнение дробей.

Новое знание.

Правило сравнения дробей с разными знаменателями.

Актуализация знаний.

Правило сравнения дробей с одинаковыми знаменателями, с одинаковыми числителями;

Алгоритм приведения дробей к наименьшему общему знаменателя, к наименьшему общему числителю.

Задание на пробное действие.

Сравнить дроби $\frac{4}{9}$ и $\frac{5}{12}$.

Фиксация затруднения.

– Я не смог сравнить дроби с разными знаменателями и разными числителями.

– Я не могу обосновать правильность своего результата.

Фиксация причины затруднения.

– Мы не знаем способа сравнения дробей с разными знаменателями и разными числителями.

Цель деятельности.

Построить (узнать) способ сравнения дробей с разными знаменателями и разными числителями и научиться сравнивать дроби, используя построенный способ.

Эталон

Правило сравнения дробей

Чтобы сравнить дроби с разными числителями и разными знаменателями, надо привести дроби к наименьшему общему знаменателю или общему числителю и сравнить дроби по известному правилу сравнения дробей с одинаковыми знаменателями или одинаковыми числителями.

Урок 85 Сравнение дробей.

Новое знание.

Перекрестное правило сравнения дробей, сравнение дробей с 1 и с промежуточным числом.

Актуализация знаний.

Известные способы сравнения дробей (правило, изученное на предыдущем уроке, сравнение на числовом луче).

Задание на пробное действие:

Быстро сравнить дроби: а) $\frac{35}{36}$ и $\frac{1000}{1001}$; б) $\frac{25}{33}$ и $\frac{3}{4}$.

Фиксация затруднения.

– Я не смог быстро сравнить дроби.

– Я не могу обосновать правильность своего результата.

Фиксация причины затруднения.

– Мы не знаем быстрый способ сравнения дробей.

Цель деятельности.

Придумать (узнать) быстрые, удобные способы сравнения дробей.

Эталоны

Перекрестное правило

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad < bc; \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc$$

Правило сравнения с единицей

1) Вычесть дроби из 1.
2) Сравнить результаты.
3) Та дробь больше, для которой разность с 1 меньше.

Алгоритм сравнения дробей

Урок 86 Сравнение дробей (Р).

Целями данного урока являются: формировать способность к фиксированию собственных затруднений по теме «Сравнение дробей», выявлению их причин и построению проекта выхода из затруднений; повторить и закрепить разные способы сравнение дробей, построение математических моделей текстовых задач.

Урок 87 Задачи для самопроверки (Р).

Основные цели урока:

1) формировать способность к фиксированию затруднений в собственной деятельности по темам, изученным в §1; тренировать умение применять основное свойство дроби для преобразования дробей, сравнивать дроби;

2) повторить и закрепить правила преобразования неправильной дроби в смешанное число и обратно.

Уроки 88–89 Обучающий контроль. *(Контрольная работа № 5)*

Методические рекомендации к выполнению заданий, решение и ответы

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 84	Урок 85	Урок 86
К	№ 135–141	№ 142–147	№ 184–150, 153, 154
П	№ 156, 159, 164	№ 157, 160, 161, 165, 166	№ 158, 167, 171

Д	п.3.1.3, № 172, 179, 181	№ 175, 177, 182	№ 174, 178, 168
С	№ 183	№ 184	№ 185

№ 135.

Упражнение № 135 может быть использовано на этапе актуализации знаний, так как при выполнении этого номера учащиеся будут использовать известное им правило сравнения дробей с одинаковыми знаменателями.

$$\frac{5}{9}<\frac{8}{9};\ \frac{3}{8}<\frac{7}{8}$$

$$\frac{a}{c}<\frac{b}{c}\Leftrightarrow a<b,\ \frac{a}{c}>\frac{b}{c}\Leftrightarrow a>b.$$

Упражнения № 136, 137 направлены на формирование умения сравнивать дроби, приводя их к наименьшему общему знаменателю.

№ 136.

а) НОК (12; 9) = 36

36 : 12 = 3   36 : 9 = 4

$$\frac{7}{12}=\frac{21}{36}\qquad \frac{5}{9}=\frac{20}{36}$$

$$\frac{21}{36}>\frac{20}{36}\Rightarrow\frac{7}{12}>\frac{5}{9}$$

б) НОК (18; 15) = 90

90 : 18 = 5   90 : 15 = 6

$$\frac{11}{18}=\frac{55}{90}\qquad \frac{8}{15}=\frac{48}{90}$$

$$\frac{55}{90}>\frac{48}{90}\Rightarrow\frac{11}{18}>\frac{8}{15}$$

в) НОК (27; 24) = 216

216 : 27 = 8   216 : 24 = 9

$$\frac{10}{27}=\frac{80}{216}\qquad \frac{7}{24}=\frac{63}{216}$$

$$\frac{80}{216}>\frac{63}{216}\Rightarrow\frac{10}{27}>\frac{7}{24}$$

г) НОК (56; 48) = 336

336 : 56 = 6   336 : 48 = 7

$$\frac{25}{56}=\frac{150}{336}\qquad \frac{23}{48}=\frac{161}{336}$$

$$\frac{150}{336}<\frac{161}{336}\Rightarrow\frac{25}{56}<\frac{23}{48}$$

№ 137.

НОК (6; 15; 12; 10; 4; 3; 2; 5) = 60

$$\frac{1}{6}=\frac{10}{60};\ \frac{7}{15}=\frac{28}{60};\ \frac{1}{12}=\frac{5}{60};\ \frac{3}{10}=\frac{18}{60};\ \frac{1}{4}=\frac{15}{60};\ \frac{1}{3}=\frac{20}{60};\ \frac{1}{2}=\frac{30}{60};\ \frac{3}{5}=\frac{36}{60}$$

а) $\frac{1}{12};\ \frac{1}{6};\ \frac{1}{4};\ \frac{3}{10};\ \frac{1}{3};\ \frac{7}{15};\ \frac{1}{2};\ \frac{3}{5}$ б) $\frac{3}{5};\ \frac{1}{2};\ \frac{7}{15};\ \frac{1}{3};\ \frac{3}{10};\ \frac{1}{4};\ \frac{1}{6};\ \frac{1}{12}$

№ 138 можно использовать на этапе актуализации знаний при повторении алгоритмов приведения дробей к наименьшему общему знаменатель или к наи-

меньшему общему числителю, сравнения дробей с одинаковыми знаменателями или одинаковыми числителями.

а) да, существует, например, $\frac{2}{5}$;

б) да, существует, например, $\frac{3}{5}$;

в) можно привести дроби к другому числителю, например, 2: $\frac{2}{4}$ и $\frac{2}{6}$. Между этими дробями есть число $\frac{2}{5}$;

г) можно привести дроби к новому знаменателю, например, 14: $\frac{6}{14}$ и $\frac{8}{14}$. Между этими дробями есть число $\frac{7}{14}$.

№ 139 выполняется аналогично № 138. Чтобы выполнить задание а) надо привести дроби к новому числителю, например, 5 или 6 или еще больше. При выполнении задания б) надо привести дроби к новому знаменателю, например, 45 или 54 или еще больше.

Чем больше будет числитель или знаменатель, тем больше таких чисел можно записать.

№ 140.

Упражнение может быть использовано на этапе актуализации знаний, так как при выполнении этого номера учащиеся будут использовать известное им правило сравнения дробей с одинаковыми числителями.

В первом неравенстве первая дробь больше, так как у нее знаменатель меньше, во втором неравенстве первая дробь меньше, так как у нее знаменатель больше.

$$\frac{a}{c}<\frac{a}{b}\Leftrightarrow c>b,\quad \frac{a}{c}>\frac{a}{b}\Leftrightarrow c<b.$$

Упражнения № 141, 142 направлены на формирование умения сравнивать дроби, приводя их к наименьшему общему числителю.

№ 141.

а) НОК (9; 3) = 9

$$\frac{3}{43}=\frac{9}{129}$$

$$\frac{9}{125}>\frac{9}{129}\Rightarrow\frac{9}{125}>\frac{3}{43}$$

б) НОК (2; 5) = 10

$$\frac{2}{111}=\frac{10}{555}\qquad\frac{5}{307}=\frac{10}{614}$$

$$\frac{10}{555}>\frac{10}{614}\Rightarrow\frac{2}{111}>\frac{5}{307}$$

в) НОК (4; 6) = 12

12 : 4 = 3 12 : 6 = 2

$$\frac{4}{1001}=\frac{12}{3003}\qquad\frac{6}{2005}=\frac{12}{4010}$$

$$\frac{12}{3003}>\frac{12}{4010}\Rightarrow\frac{4}{1001}>\frac{6}{2005}$$

г) НОК (1; 2) = 2

$$\frac{1}{750}=\frac{2}{1500}$$

$$\frac{2}{1500}<\frac{2}{1429}\Rightarrow\frac{1}{750}<\frac{2}{1429}$$

№ 142.

НОК (2; 6; 1; 3) = 6

$\frac{6}{27}; \frac{6}{41}; \frac{6}{33}; \frac{6}{18}; \frac{6}{16}; \frac{6}{21}; \frac{6}{12}; \frac{6}{8}$

а) $\frac{6}{41}; \frac{6}{33}; \frac{6}{27}; \frac{6}{21}; \frac{6}{18}; \frac{6}{16}; \frac{6}{12}; \frac{6}{8}$

б) $\frac{6}{8}; \frac{6}{12}; \frac{6}{16}; \frac{6}{18}; \frac{6}{21}; \frac{6}{27}; \frac{6}{33}; \frac{6}{41}$

№ 143, 144 направлены на формирование умения сравнивать дроби с помощью дополнения до 1.

№ 143.

а) $1-\frac{8}{9}=\frac{1}{9}$; $\quad 1-\frac{15}{16}=\frac{1}{16}$

$\frac{1}{9}>\frac{1}{16} \Rightarrow \frac{8}{9}<\frac{15}{16}$

б) $1-\frac{20}{21}=\frac{1}{21}$; $\quad 1-\frac{17}{18}=\frac{1}{18}$

$\frac{1}{21}<\frac{1}{18} \Rightarrow \frac{20}{21}>\frac{17}{18}$

в) $1-\frac{93}{95}=\frac{2}{95}$; $\quad 1-\frac{37}{39}=\frac{2}{39}$

$\frac{2}{95}<\frac{2}{39} \Rightarrow \frac{93}{95}>\frac{37}{39}$

г) $1-\frac{120}{123}=\frac{3}{123}$; $\quad 1-\frac{85}{88}=\frac{3}{88}$

$\frac{3}{123}<\frac{3}{88} \Rightarrow \frac{120}{123}>\frac{85}{88}$

№ 144.

а) $\frac{1}{5}; \frac{1}{3}; \frac{1}{10}; \frac{1}{9}$

$\frac{1}{10}; \frac{1}{9}; \frac{1}{5}; \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{2}{3}; \frac{4}{5}; \frac{8}{9}; \frac{9}{10}$

б) $\frac{4}{7}; \frac{4}{5}; \frac{4}{15}; \frac{4}{59}$

$\frac{4}{59}; \frac{4}{15}; \frac{4}{7}; \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{1}{5}; \frac{3}{7}; \frac{11}{15}; \frac{55}{59}$

№ 145.

$\frac{3}{8}<\frac{1}{2}$; $\quad \frac{10}{19}>\frac{1}{2}$; $\quad \frac{22}{45}<\frac{1}{2}$; $\quad \frac{41}{80}<\frac{1}{2}$; $\quad \frac{245}{504}<\frac{1}{2}$

№ 146.

а) $\frac{11}{20}=\frac{1}{20}+\frac{10}{20}=\frac{1}{20}+\frac{1}{2}$;

$\frac{21}{40}=\frac{1}{40}+\frac{20}{40}=\frac{1}{40}+\frac{1}{2}$;

$\frac{31}{60}=\frac{1}{60}+\frac{30}{60}=\frac{1}{60}+\frac{1}{2}$.

$\frac{1}{60}<\frac{1}{40}<\frac{1}{20} \Rightarrow \frac{11}{20}; \frac{21}{40}; \frac{31}{60}$.

б) $\frac{13}{24}=\frac{12}{24}+\frac{1}{24}=\frac{1}{24}+\frac{1}{2}$;

$\frac{9}{16}=\frac{8}{16}+\frac{1}{16}=\frac{1}{16}+\frac{1}{2}$;

$\frac{11}{20}=\frac{10}{20}+\frac{1}{20}=\frac{1}{2}+\frac{1}{20}$;

$\frac{1}{24}<\frac{1}{20}<\frac{1}{16}\Rightarrow\frac{9}{16}$; $\frac{11}{20}$; $\frac{13}{24}$

в) $\frac{23}{48}=\frac{24}{48}-\frac{1}{48}=\frac{1}{2}-\frac{1}{48}$;

$\frac{17}{36}=\frac{18}{36}-\frac{1}{36}=\frac{1}{2}-\frac{1}{36}$;

$\frac{35}{72}=\frac{36}{72}-\frac{1}{72}=\frac{1}{2}-\frac{1}{72}$;

$\frac{1}{72}<\frac{1}{48}<\frac{1}{36}\Rightarrow\frac{17}{16}$; $\frac{23}{48}$; $\frac{35}{75}$

№ 147.

1) Приведение дроби к наименьшему общему знаменателю: $\frac{13}{25}<\frac{27}{50}$.

2) Приведение дроби к наименьшему общему числителю: $\frac{15}{77}<\frac{10}{33}$.

3) Приведение дроби к наименьшему общему числителю: $\frac{6}{59}<\frac{3}{29}$.

4) Приведение дроби к наименьшему общему числителю: $\frac{1}{64}>\frac{2}{135}$.

5) Сравнение с 1: $\frac{19}{7}>\frac{7}{19}$.

6) Дополнение до 1: $\frac{35}{36}<\frac{36}{37}$.

7) Сравнение целых частей: $5\frac{41}{98}<7\frac{43}{100}$.

8) Сравнение дробных частей смешанных чисел с $\frac{1}{2}$: $6\frac{9}{25}<6\frac{8}{11}$.

№ 148.

б) $\frac{9}{11} \vee \frac{5}{7} \Leftrightarrow 9 \cdot 7 \vee 11 \cdot 5 \Leftrightarrow 63 \vee 55$

$63 > 55 \Rightarrow \frac{9}{11} > \frac{5}{7}$;

в) $\frac{5}{13} \vee \frac{9}{21} \Leftrightarrow 5 \cdot 21 \vee 9 \cdot 13 \Leftrightarrow 105 \vee 117$

$105 < 117 \Rightarrow \frac{5}{13} < \frac{9}{21}$;

г) $\frac{7}{20} \vee \frac{11}{30} \Leftrightarrow 7 \cdot 30 \vee 20 \cdot 11 \Leftrightarrow 210 \vee 220$

$210 < 220 \Rightarrow \frac{7}{20} < \frac{11}{30}$;

д) $\frac{4}{45} \vee \frac{3}{37} \Leftrightarrow 4 \cdot 37 \vee 45 \cdot 3 \Leftrightarrow 148 \vee 135$

$148 > 135 \Rightarrow \frac{4}{45} > \frac{3}{37}$.

№ 149.

Учащиеся могут составить разные дроби, единственного решения это задание не имеет.

№ 150.

Задание может быть предложено не всем учащимся в связи с тем, что предполагает работу с алгебраическими дробями.

1) $\frac{a}{b} < \frac{b}{a}$; 2) $\frac{d}{c} > \frac{c}{d}$; 3) $\frac{c}{a} > \frac{b}{d}$; 4) $\frac{a}{d} < \frac{c}{b}$.

№ 151.

Это задание готовит учащихся к введению понятия пропорции и основного свойства пропорции.

а) $\frac{x}{25} = \frac{12}{15} \Leftrightarrow x \cdot 15 = 25 \cdot 12 \Leftrightarrow x = \frac{25 \cdot 12}{15} \Leftrightarrow x = 20$;

б) $\frac{9}{24} = \frac{x}{32} \Leftrightarrow 9 \cdot 32 = 24 \cdot x \Leftrightarrow x = \frac{9 \cdot 32}{24} \Leftrightarrow x = 12$;

в) $\frac{18}{x} = \frac{8}{16} \Leftrightarrow 18 \cdot 16 = 8 \cdot x \Leftrightarrow x = \frac{18 \cdot 16}{8} \Leftrightarrow x = 36$;

г) $\frac{14}{21} = \frac{22}{x} \Leftrightarrow 14 \cdot x = 21 \cdot 22 \Leftrightarrow x = \frac{21 \cdot 22}{14} \Leftrightarrow x = 33$.

№ 152.

При выполнении задания учащиеся повторяют способ построения математической модели, а при работе с моделью — метод «весов».

1) x – числитель дроби, $x + 12$ – знаменатель дроби

$$\frac{x}{x+12}=\frac{5}{6} \Leftrightarrow 6 \cdot x = 5(x + 12) \Leftrightarrow 6x = 5x + 60 \Leftrightarrow 6x - 5x = 5x - 5x + 60 \Leftrightarrow x = 60$$

60 – числитель дроби

60 + 12 = 72 – знаменатель дроби

Ответ: Митя записал дробь $\frac{60}{72}$.

2) x – задуманное число

$$\frac{11+x}{41+x}=\frac{3}{8} \Leftrightarrow 8(11 + x) = 3(41 + x) \Leftrightarrow 88 + 8x = 123 + 3x \Leftrightarrow 88 + 8x - 3x =$$

$$= 123 + 3x - 3x \Leftrightarrow 88 + 5x = 123 \Leftrightarrow 5x = 35 \Leftrightarrow x\ 7$$

Ответ: Ира задумала число 7.

<u>№ 153.</u>

1) Шаг Тани $\frac{9}{10}$ м, шаг Кати $\frac{17}{20}$ м

$$\frac{9}{10} > \frac{17}{20}$$

Ответ: шаг Кати короче.

2) Частота попадания у каждого участника игры:

Алеша $\frac{3}{5}$; Толя $\frac{5}{9}$; Саша $\frac{7}{15}$

$$\frac{3}{5} = \frac{27}{45}; \quad \frac{5}{9} = \frac{25}{45}; \quad \frac{7}{15} = \frac{21}{45}$$

$$\frac{21}{45} < \frac{25}{45} < \frac{27}{45} \Rightarrow \frac{7}{15} < \frac{5}{9} < \frac{3}{5}$$

Ответ: самым точным был Алеша.

<u>№ 154.</u>

1) Расстояние, которое проедет автобус, составляет $\frac{5}{6}$ всего расстояния.

Расстояние, которое проедет автобус, составляет $\frac{3}{4}$ всего расстояния.

$$\frac{5}{6} > \frac{3}{4}$$

Ответ: автобус проедет большее расстояние.

2) Длина одной части трехметрового бревна $\frac{3}{7}$ м, длина одной части пятиметрового бревна $\frac{5}{9}$ м.

$$\frac{3}{7} < \frac{5}{9}$$

Ответ: длиннее части пятиметрового бревна.

Задачи для самопроверки.

№ 186.

7 042 056 039; 7 042 056 038; 7 042 056 040.

№ 187.

а) 58 072 318 > 694 899; б) 35 240 648 < 35 240 715.

№ 188.

[7070 · 39 – 230 · (168 324 : 156) + 63 540] : 2500 = 800

1) 168 324 : 156 = 1079;

2) 7070 · 309 = 2 184 630;

3) 230 · 1079 = 248 170;

4) 2 184 630 – 248 170 = 1 936 460;

5) 1 936 460 + 63 540 = 2 000 000;

6) 2 000 000 : 2500 = 800.

№ 189.

$$\frac{1485}{450}=3\frac{3}{10}$$

№ 190.

$$4\frac{5}{12}=\frac{53}{12}$$

№ 191.

а) НОК (9; 18) = 18

$$\frac{8}{9}=\frac{16}{18}$$

б) НОК (15; 7) = 105

$$\frac{4}{15}=\frac{28}{105} \qquad \frac{3}{7}=\frac{45}{105}$$

в) НОК (24; 30) = 120

$$\frac{7}{24}=\frac{35}{120} \qquad \frac{13}{30}=\frac{52}{120}$$

№ 192.

а) $\frac{5}{6}>\frac{5}{8}$; б) $\frac{17}{30}<\frac{2}{3}$; в) $\frac{79}{68}>\frac{5}{113}$; г) $\frac{11}{12}<\frac{19}{20}$; д) $2\frac{3}{16}<2\frac{9}{16}$

№ 193.

1) $x+\frac{3}{11}=\frac{8}{11} \Leftrightarrow x=\frac{8}{11}-\frac{3}{11} \Leftrightarrow x=\frac{5}{11}$

2) $x-2\frac{5}{7}=1\frac{4}{7} \Leftrightarrow x=1\frac{4}{7}+2\frac{5}{7} \Leftrightarrow x=3\frac{9}{7} \Leftrightarrow x=4\frac{2}{7}$

3) $6\frac{4}{9}-x=\frac{5}{9} \Leftrightarrow x=6\frac{4}{9}-\frac{5}{9} \Leftrightarrow x=5\frac{13}{9}-\frac{5}{9} \Leftrightarrow x=5\frac{8}{9}$

№ 194.

1) $42:7\cdot 2=12$ (л.);

2) $a:30\cdot 100$ (м) – длина второго отрезка;

3) $125:1000=\frac{125}{1000}=\frac{1}{8}$ (т).

№ 195.

1) $90-20=70$ (км/ч) — скорость товарного поезда;

2) $960-(90+70)\cdot 2=640$ (км).

Ответ: 400 км будет между поездами через 2 часа.

№ 196.

1) $80\cdot 20=1600$ (м) – первоначальное расстояние;

2) $1600:10=160$ (м/ми) – скорость сближения;

3) $160+80=240$ (м/мин).

Ответ: 240 м/мин скорость велосипедиста.

§ 2. Арифметика дробей (41 ч)

П. 3. 2. 1. Сложение и вычитание дробей (4 ч)

Основные содержательные цели

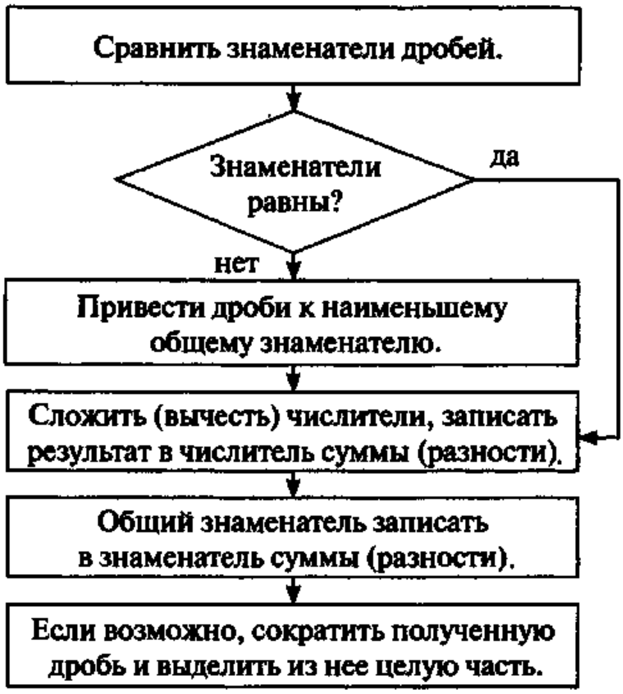
1) Сформировать умение складывать и вычитать дроби (общий случай).

2) Повторить и закрепить: основное свойство дроби, сравнение дробей; зависимость суммы и разности от компонентов действий; понятие степени; координатный угол; действия с именованными числами; задачи на движение.

Особенности изучения учебного содержания

В начальной школе учащиеся научились складывать и вычитать дроби с одинаковыми знаменателями. В пункте «Сложение и вычитание дробей» они учатся находить значение суммы и разности любых дробей.

Перед выполнением пробного задания можно предложить учащимся проанализировать данную сумму $\frac{2}{21}+\frac{6}{35}$. Пятиклассники видят, что слагаемыми являются дроби с разными знаменателями. При выполнении задания ученики фиксируют затруднение: «не можем найти сумму» или «не можем обосновать свое решение». Причиной затруднения является отсутствие правила сложения дробей с разными знаменателями. В результате работы учащиеся выводят алгоритм сложения и вычитания любых дробей. Он может иметь вид:



На последующих уроках учащиеся применяют алгоритм сложения и вычитания обыкновенных дробей для решения уравнений, нахождения значения буквенных выражений при заданном значении букв, решения задач.

Для обыкновенных дробей фиксируются и применяются переместительное и сочетательное свойства сложения и правила вычитания суммы из числа и числа из суммы. (№ 201–202).

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5–6 классов основной школы авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсон по программе «Учусь учиться» по первому пункту предлагаются сценарии 90–93.

Урок 90 Сложение и вычитание дробей.

Новое знание.

Алгоритм сложения и вычитания дробей (общий случай).

Актуализация знаний.

Алгоритм сложения и вычитания дробей с одинаковыми знаменателями.

Алгоритм приведения дробей к наименьшему общему знаменателю.

Пробное задание.

Найти значения выражений а) $\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$; б) $\frac{2}{3} + \frac{5}{8}$.

Фиксация затруднения.

– Я не смог найти сумму и разность дробей с разными знаменателями.

– Я не могу обосновать, доказать свои действия при нахождении суммы и разности дробей с разными знаменателями.

Фиксация причины затруднения.

– Мы не знаем правила для сложения и вычитания дробей с разными знаменателями.

Цель деятельности.

Построить алгоритм (узнать способ) сложения и вычитания дробей с разными знаменателями, научиться выполнять действия по построенному алгоритму.

Эталон

Алгоритм сложения и вычитания дробей

Суммой (разностью) дробей является дробь.

↓

Привести дроби к НОЗ.

↓

Общий знаменатель записать в знаменатель суммы (разности).

↓

Сложить (вычесть) числители и записать ответ в числитель суммы (разности).

↓

Если возможно, сократить полученную дробь и выделить из нее целую часть.

Урок 91 Сложение и вычитание дробей.

Новое знание.

Использование свойств натуральных чисел для дробей.

Актуализация знаний.

Алгоритм сложения и вычитания дробей (общий случай).

Свойства сложения натуральных чисел. Правило вычитания суммы из числа, вычитание числа из суммы.

Пробное действие.

Выполнить действия в течение одной минуты:

а) $\left(\frac{5}{19}+\frac{25}{41}\right)+\frac{16}{41}$; *б)* $\left(\frac{18}{25}+\frac{9}{42}\right)-\frac{18}{25}$;

в) $\frac{7}{12}+\frac{21}{56}+\frac{5}{12}+\frac{35}{56}$; *г)* $\frac{17}{21}-\left(\frac{10}{21}+\frac{1}{25}\right)$.

Фиксация затруднения.

– Я не смог найти значения выражений быстро.

– Я не могу обосновать свои действия при нахождении значений выражений.

Фиксация причины затруднения.

– У нас нет быстрого способа нахождения значений выражений с дробями.

– Мы не знаем, можно ли применять свойства натуральных чисел при работе с дробями.

Цель деятельности.

Доказать, что свойства натуральных чисел выполняются для дробей.

Эталоны

Переместительное свойство сложения дробей

$$\boxed{\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{c}{d}+\frac{a}{b}}$$

Сочетательное свойство сложения дробей

$$\boxed{(\frac{a}{b}+\frac{c}{d})+\frac{m}{n}=\frac{a}{b}+(\frac{c}{d}+\frac{m}{n})}$$

Правило вычитания дроби из суммы дробей

$$\boxed{(\frac{a}{b}+\frac{c}{d})-\frac{m}{n}=\frac{a}{b}-\frac{m}{n}+\frac{c}{d}}$$

Вычитание суммы дробей из дроби

$$\boxed{\frac{a}{b}-(\frac{c}{d}+\frac{m}{n})=\frac{a}{b}-\frac{c}{d}-\frac{m}{n}}$$

Урок 92 Сложение и вычитание дробей.

Новое знание.

Алгоритм решения задач с применением понятия дроби.

Актуализация знаний.

Применение свойств при нахождении значений выражений, содержащих дроби.

Построение математических моделей.

Алгоритм решения задачи.

Пробное действие.

Решить задачу: «Через большую трубу бассейн наполняется за 5 ч, а через маленькую за 10 ч. Большая труба проработала 3 ч, а маленькая – 1 ч. Какая часть бассейна наполнена? Какую часть бассейна еще осталось наполнить?»

Фиксация затруднения.

– Я не смог решить задачу.

– Я не могу обосновать, доказать свои действия при решении задачи.

Цель деятельности:

– Мы не знаем способа решения таких задач.

Эталон

Алгоритм решения задач

1. Целое принять за 1. 2. Найти искомые части. 3. Ответить на вопрос задачи.

Урок 93 Сложение и вычитание дробей (Р).

Цели урока: сформировать способность к исправлению допущенных ошибок на основе рефлексии собственной деятельности, тренировать умение применять алгоритмы сложения и вычитания дробей с разными знаменателями.

Методические рекомендации к выполнению заданий, решение и ответы

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 90 (89)	Урок 91 (90)
К	№ 197, 198, 205	№ 199, 206, 207
П	№ 231, 217, 220, 221	№ 214, 218, 219, 228, 229
Д	п.3.2.1, № 230, 234, 238	№ 231, 235, 241
С	№ 242	№ 243

Урок №	Урок 92 (91)	Урок 93 (92)
К	№ 200–202, 208–210	№ 203, 211, 212
П	№ 215, 216, 222–224	№ 225–227
Д	№ 235, 236, 237	№ 233, 239, 240
С	№ 244	№ 245

<u>№ 197.</u>

Работа с данным заданием позволит формировать умение применять алгоритм сложения и вычитания дробей с разными знаменателями.

На первых порах целесообразно оформлять задания в соответствии с шагами алгоритма:

а) $\overset{3/}{\frac{1}{2}}+\overset{2/}{\frac{1}{3}}=\frac{3}{6}+\frac{2}{6}=\frac{3+2}{6}=\frac{5}{6}$;

НОК (2; 3) = 6

б) $\frac{1}{4}-\frac{1}{5}=\frac{5}{20}-\frac{4}{20}=\frac{5-4}{20}=\frac{1}{20}$;

в) $\frac{3}{5}+\frac{4}{7}=\frac{21}{35}+\frac{20}{35}=\frac{21+20}{35}=\frac{41}{35}=1\frac{6}{35}$;

г) $\frac{5}{9}-\frac{3}{8}=\frac{40}{72}-\frac{27}{72}=\frac{40-27}{72}=\frac{13}{72}$;

и) $\frac{7}{9}+\frac{5}{12}=\frac{28}{36}+\frac{15}{36}=\frac{43}{36}=1\frac{7}{36}$;

к) $\frac{11}{12}-\frac{5}{18}=\frac{33}{36}-\frac{10}{36}=\frac{23}{36}$;

л) $\frac{3}{8}+\frac{19}{20}=\frac{15}{40}+\frac{38}{40}=\frac{53}{40}=1\frac{13}{40}$;

м) $\frac{5}{6}-\frac{8}{15}=\frac{25}{30}-\frac{16}{30}=\frac{9}{30}=\frac{3}{10}$;

д) $\frac{1}{6}+\frac{1}{12}=\frac{2}{12}+\frac{1}{12}=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$;

н) $\frac{17}{20}+\frac{11}{15}=\frac{51+44}{60}=\frac{95}{60}=\frac{19}{12}=1\frac{7}{12}$;

е) $\frac{2}{3}-\frac{4}{27}=\frac{18}{27}-\frac{4}{27}=\frac{14}{27}$;

о) $\frac{19}{42}-\frac{5}{63}=\frac{57}{126}-\frac{10}{126}=\frac{47}{126}$;

ж) $\frac{23}{25}+\frac{4}{5}=\frac{23}{25}+\frac{20}{25}=\frac{43}{25}=1\frac{18}{25}$;

п) $\frac{16}{21}+\frac{13}{15}=\frac{80}{105}+\frac{91}{105}=\frac{171}{105}=1\frac{66}{105}=1\frac{22}{35}$;

з) $\frac{29}{60}-\frac{7}{30}=\frac{29}{60}-\frac{14}{60}=\frac{15}{60}=\frac{1}{4}$;

р) $\frac{21}{22}-\frac{3}{55}=\frac{105-6}{110}=\frac{99}{110}=\frac{9}{10}$.

№ 198.

Упражнение предназначено для отработки умения складывать и вычитать три и более дроби.

а) $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}=\frac{6}{12}+\frac{8}{12}+\frac{9}{12}=\frac{23}{12}=1\frac{11}{12}$;

б) $\frac{7}{8}+\frac{1}{6}-\frac{2}{3}=\frac{21}{24}+\frac{4}{24}-\frac{16}{24}=\frac{9}{24}=\frac{3}{8}$;

в) $\frac{9}{10}-\frac{3}{5}+\frac{5}{7}=\frac{63}{70}-\frac{42}{70}+\frac{50}{70}=\frac{71}{70}=1\frac{1}{70}$;

г) $\frac{5}{24}-\frac{1}{60}-\frac{1}{40}=\frac{25}{120}-\frac{2}{120}-\frac{3}{120}=\frac{20}{120}=\frac{1}{6}$;

д) $\frac{4}{14}+\frac{10}{21}-\frac{3}{4}=\frac{24}{84}+\frac{40}{84}-\frac{63}{84}=\frac{1}{84}$;

е) $\frac{5}{6}-\frac{3}{16}+\frac{5}{12}=\frac{40}{48}-\frac{9}{48}+\frac{20}{48}=\frac{51}{48}=1\frac{3}{48}=1\frac{1}{16}$;

ж) $\left(\frac{7}{10}+\frac{3}{5}\right)-\left(\frac{1}{6}+\frac{2}{3}\right)=\left(\frac{7}{10}+\frac{6}{10}\right)-\left(\frac{1}{6}+\frac{4}{6}\right)=\frac{13}{10}-\frac{5}{6}=\frac{39}{30}-\frac{25}{30}=\frac{14}{30}=\frac{7}{15}$;

з) $\frac{2}{3}-\left(\frac{1}{20}+\frac{2}{9}\right)-\frac{5}{18}=\frac{2}{3}-\left(\frac{9}{180}+\frac{40}{180}\right)-\frac{5}{18}=\frac{120}{180}-\frac{49}{180}-\frac{50}{180}=\frac{21}{180}=\frac{7}{60}$;

и) $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}=\frac{140}{420}+\frac{130}{420}+\frac{84}{420}+\frac{70}{420}+\frac{60}{420}=\frac{484}{420}=1\frac{16}{105}$.

№ 199.

Выполняя данное упражнение, учащиеся повторяют алгоритм решения составных уравнений.

1) $x+\frac{3}{20}=\frac{5}{12}+\frac{2}{9}$;

$x+\frac{3}{20}=\frac{15}{36}+\frac{8}{36}$;

3) $\frac{3}{4}+\left(\frac{5}{8}+t\right)=\frac{11}{12}+\frac{7}{8}$;

$\frac{3}{4}+\left(\frac{5}{8}+t\right)=\frac{22}{24}+\frac{21}{24}$;

$x+\frac{3}{20}=\frac{23}{36};$

$x=\frac{23}{36}-\frac{3}{20};$

$x=\frac{115}{180}-\frac{27}{180};$

$x=\frac{88}{180};$

$x=\frac{22}{45}.$

$\frac{3}{4}+\left(\frac{5}{8}+t\right)=\frac{43}{24};$

$\frac{5}{8}+t=\frac{43}{24}-\frac{3}{4};$

$\frac{5}{8}+t=\frac{43}{24}-\frac{18}{24};$

$\frac{5}{8}+t=\frac{25}{24};$

$t=\frac{25}{24}-\frac{5}{8};$

$t=\frac{25}{24}-\frac{15}{24};$

$t=\frac{10}{24};$

$t=\frac{5}{12}$

2) $\frac{5}{7}-y=\frac{1}{54}+\frac{1}{9}+\frac{10}{27};$

$\frac{5}{7}-y=\frac{1}{54}+\frac{6}{54}+\frac{20}{54};$

$\frac{5}{7}-y=\frac{27}{54};$

$\frac{5}{7}-y=\frac{1}{2};$

$y=\frac{5}{7}-\frac{1}{2};$

$y=\frac{10}{14}-\frac{7}{14};$

$y=\frac{3}{14}.$

4) $\left(\frac{4}{5}-k\right)-\frac{1}{3}=\frac{1}{6}-\frac{1}{10};$

$\left(\frac{4}{5}-k\right)-\frac{1}{3}=\frac{5}{30}-\frac{3}{30};$

$\left(\frac{4}{5}-k\right)-\frac{1}{3}=\frac{2}{30};$

$\left(\frac{4}{5}-k\right)-\frac{1}{3}=\frac{1}{15}$

$\frac{4}{5}-k=\frac{1}{15}+\frac{1}{3};$

$\frac{4}{5}-k=\frac{1}{15}+\frac{5}{15};$

$\frac{4}{5}-k=\frac{6}{15};$

$\frac{4}{5}-k=\frac{2}{5};$

$k=\frac{4}{5}-\frac{2}{5};$

$k=\frac{2}{5}.$

<u>№ 200</u>.

1) $\frac{a}{8}+\frac{3}{a}$

Если $a=1$, то $\frac{1}{8}+3=3\frac{1}{8}$

Если $a = 2$, то $\frac{1}{8}+\frac{3}{2}=\frac{1}{8}+\frac{12}{8}=\frac{13}{8}=1\frac{5}{8}$.

Если $a = 3$, то $\frac{1}{8}+1=1\frac{1}{8}$.

Если $a = 4$, то $\frac{1}{8}+\frac{3}{4}=\frac{1}{8}+\frac{6}{8}=\frac{7}{8}$.

Если $a = 5$, то $\frac{1}{8}+\frac{3}{5}=\frac{5}{40}+\frac{24}{40}=\frac{29}{40}$.

Если $a = 6$, то $\frac{1}{8}+\frac{3}{6}=\frac{1}{8}+\frac{1}{2}=\frac{1}{8}+\frac{4}{8}=\frac{5}{8}$.

2) $\frac{b}{9}-\frac{b}{12}$

Если $b = 1$, то $\frac{1}{9}-\frac{1}{12}=\frac{4}{36}-\frac{3}{36}=\frac{1}{36}$.

Если $b = 2$, то $\frac{2}{9}-\frac{2}{12}=\frac{8}{36}-\frac{6}{36}=\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$.

Если $b = 3$, то $\frac{3}{9}-\frac{3}{12}=\frac{12}{36}-\frac{9}{36}=\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$.

Если $b = 4$, то $\frac{4}{9}-\frac{4}{12}=\frac{16}{36}-\frac{12}{36}=\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$.

Если $b = 5$, то $\frac{5}{9}-\frac{5}{12}=\frac{20}{36}-\frac{15}{36}=\frac{5}{36}$.

Если $b = 6$, то $\frac{6}{9}-\frac{6}{12}=\frac{24}{36}-\frac{18}{36}=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$.

3) $\frac{c}{4}+\frac{c}{6}-\frac{3c}{8}$

Если $c = 1$, то $\frac{1}{4}+\frac{1}{6}-\frac{3}{8}=\frac{6}{24}+\frac{4}{24}-\frac{9}{24}=\frac{1}{24}$.

Если $c = 2$, то $\frac{2}{4}+\frac{2}{6}-\frac{6}{8}=\frac{12}{24}+\frac{8}{24}-\frac{18}{24}=\frac{2}{24}=\frac{1}{12}$.

Если $c = 3$, то $\frac{3}{4}+\frac{3}{6}-\frac{9}{8}=\frac{18}{24}+\frac{12}{24}-\frac{27}{24}=\frac{3}{24}=\frac{1}{8}$.

Если $c = 4$, то $\frac{4}{4}+\frac{4}{6}-\frac{12}{8}=\frac{24}{24}+\frac{16}{24}-\frac{36}{24}=\frac{4}{24}=\frac{1}{6}$.

Если $c = 5$, то $\frac{5}{4}+\frac{5}{6}-\frac{15}{8}=\frac{30}{24}+\frac{20}{24}-\frac{45}{24}=\frac{5}{24}$.

Если $c = 6$, то $\frac{6}{4}+\frac{6}{6}-\frac{18}{8}=\frac{36}{24}+\frac{24}{24}-\frac{54}{24}=\frac{6}{24}=\frac{1}{4}$.

№ 201.

1) $\frac{a}{n}+\frac{b}{n}=\frac{b}{n}+\frac{a}{n}$;

2) $\left(\frac{a}{n}+\frac{b}{n}\right)+\frac{c}{n}=\frac{a}{n}+\left(\frac{b}{n}+\frac{c}{n}\right)$;

3) $\left(\frac{a}{n}+\frac{b}{n}\right)-\frac{c}{n}=\frac{a}{n}+\left(\frac{b}{n}-\frac{c}{n}\right)=\left(\frac{a}{n}-\frac{c}{n}\right)+\frac{b}{n}$;

4) $\frac{c}{n}-\left(\frac{a}{n}+\frac{b}{n}\right)=\frac{c}{n}-\frac{b}{n}-\frac{a}{n}$.

№ 202.

Упражнение направлено на формирование умения применять свойства чисел для рационализации вычислений.

а) $\frac{13}{17}+\frac{5}{16}+\frac{4}{17}+\frac{7}{16}=\left(\frac{13}{17}+\frac{4}{17}\right)+\left(\frac{5}{16}+\frac{7}{16}\right)=\frac{17}{17}+\frac{12}{16}=1+\frac{3}{4}=1\frac{3}{4}$;

б) $\left(\frac{11}{60}+\frac{9}{28}\right)+\left(\frac{5}{28}+\frac{19}{60}\right)=\left(\frac{11}{60}+\frac{19}{60}\right)+\left(\frac{9}{28}+\frac{5}{28}\right)=\frac{30}{60}+\frac{14}{28}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\frac{2}{2}=1$;

в) $\left(\frac{29}{44}+\frac{1}{6}\right)-\frac{7}{44}=\left(\frac{29}{44}-\frac{7}{44}\right)+\frac{1}{6}=\frac{22}{44}+\frac{1}{6}=\frac{1}{2}+\frac{1}{6}=\frac{3}{6}+\frac{1}{6}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$;

г) $\left(\frac{5}{8}+\frac{19}{36}\right)-\frac{1}{36}=\frac{5}{8}+\left(\frac{19}{36}-\frac{1}{36}\right)=\frac{5}{8}+\frac{18}{36}=\frac{5}{8}+\frac{1}{2}=\frac{5}{8}+\frac{4}{8}=\frac{9}{8}=1\frac{1}{8}$;

д) $\frac{35}{68}-\left(\frac{1}{68}+\frac{7}{22}\right)=\left(\frac{35}{68}-\frac{1}{68}\right)-\frac{7}{22}=\frac{34}{68}-\frac{7}{22}=\frac{11}{22}-\frac{7}{22}=\frac{4}{22}=\frac{2}{11}$;

е) $\frac{14}{39}-\left(\frac{1}{12}+\frac{1}{39}\right)=\left(\frac{14}{39}-\frac{1}{39}\right)-\frac{1}{12}=\frac{13}{39}-\frac{1}{12}=\frac{4}{12}-\frac{1}{12}=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$.

№ 204.

1) $\frac{a}{x}+\frac{5}{y}=\frac{ay}{xy}+\frac{5x}{xy}=\frac{ay+5x}{xy}$;

2) $\frac{8}{m}-\frac{m}{n}=\frac{8b-mn}{mn}$;

3) $\frac{c}{k}+\frac{d}{2k}=\frac{2c+d}{2k}$;

4) $\frac{n}{4t}-\frac{7}{t}=\frac{n-28}{4t}$;

5) $\frac{p}{ab}+\frac{2q}{ac}=\frac{pc+2bq}{abc}$;

6) $\frac{d}{3y}-\frac{m}{6y}=\frac{2d-m}{6y}$;

7) $\frac{9}{5m}+\frac{a}{10k}=\frac{18k+am}{10mk}$;

8) $\frac{2b}{xt}-\frac{c}{8x}=\frac{16b-ct}{8xt}$.

№ 205.

При решении задачи необходимо учащимся пояснить, что не всегда при сложении или вычитании дробей надо в промежуточных ответах выделять целую часть из неправильной дроби, это может осложнить выполнение следующего действия.

1)

1) $\frac{9}{20}+\frac{3}{4}=\frac{9+15}{20}=\frac{24}{20}=\frac{6}{5}$ (ц) — продано за весь день;

2) $\frac{6}{5}-\frac{7}{10}=\frac{12}{10}-\frac{7}{10}=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$ (ц).

Ответ: после обеда продано $\frac{1}{2}$ ц фруктов.

2)

1) $\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{3}{10}=\frac{5}{20}+\frac{4}{20}+\frac{6}{20}=\frac{15}{20}=\frac{3}{4}$ (часть) — пройдено за три дня;

2) $1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$ (часть).

Ответ: за три дня пройдено $\frac{3}{4}$ части пути, а осталось пройти $\frac{1}{4}$ часть пути

№ 206.

1) $\frac{19}{20}-\frac{1}{10}=\frac{19-2}{20}=\frac{17}{20}$ (м) — осталось в куске;

2) $\frac{1}{20}-\frac{1}{10}=\frac{1}{20}-\frac{2}{20}=\frac{1}{20}=\frac{3}{4}$ (м).

Ответ: отрезанный кусок меньше оставшегося на $\frac{3}{4}$ м.

№ 207.

1)

1) $\frac{4}{5}+\frac{1}{10}=\frac{8}{10}+\frac{1}{10}=\frac{9}{10}$ (дм) — вторая сторона;

2) $\frac{9}{10}-\frac{7}{20}=\frac{18}{20}-\frac{7}{20}=\frac{11}{20}$ (дм) — третья сторона;

3) $\frac{4}{5}+\frac{9}{10}+\frac{11}{20}=\frac{16}{20}+\frac{18}{20}+\frac{11}{20}=\frac{45}{20}=2\frac{5}{20}=2\frac{1}{4}$ (дм).

Ответ: периметр треугольника $2\frac{1}{4}$ дм.

2)

1) $\frac{1}{4}+\frac{3}{10}=\frac{5+6}{20}=\frac{11}{20}$ (м) — длина прямоугольника;

2) $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{11}{20}+\frac{11}{20}=\frac{2}{4}+\frac{22}{40}=\frac{1}{2}+\frac{11}{20}=\frac{10+11}{20}=\frac{21}{20}=1\frac{1}{20}$ (м).

Ответ: периметр прямоугольника $1\frac{1}{20}$ м.

№ 208.

а)

Весь бассейн принимаем за 1.

1) $1:6=\frac{1}{6}$ (часть) – наполнила первая труба за 1 ч (производительность труда);

2) $1:14=\frac{1}{14}$ (часть) – наполнила вторая труба за 1 ч (производительность труда);

3) $\frac{1}{14}+\frac{1}{14}+\frac{1}{14}+\frac{1}{14}+\frac{1}{14}+\frac{1}{14}+\frac{1}{14}=\frac{7}{14}=\frac{1}{2}$ (часть) – наполнила вторая труба за 7 ч;

4) $\frac{1}{14}+\frac{1}{2}=\frac{1+7}{14}=\frac{8}{14}=\frac{4}{7}$ (часть) – наполнили обе трубы;

5) $1-\frac{4}{7}=\frac{3}{7}$ (часть).

Ответ: осталось наполнить $\frac{3}{7}$ части бассейна.

б)

Весь бассейн принимаем за 1.

1) $1:9=\frac{1}{9}$ (часть) – наполнила большая труба за 1 ч (производительность труда);

2) $1:12=\frac{1}{12}$ (часть) – наполнила маленькая труба за 1 ч (производительность труда);

3) $\frac{1}{9}+\frac{1}{12}=\frac{4+3}{36}=\frac{7}{36}$ (часть) – производительность двух труб;

4) $\frac{7}{36}+\frac{7}{36}+\frac{7}{36}+\frac{7}{36}=\frac{28}{36}=\frac{7}{9}$ (часть) – наполнили обе трубы;

5) $1-\frac{7}{9}=\frac{2}{9}$ (часть).

Ответ: осталось наполнить $\frac{2}{9}$ части бассейна.

№ 209.

а)

1 — вся работа

1) $1:6=\frac{1}{6}$ (часть) — производительность обоих рабочих;

2) $1:10=\frac{1}{10}$ (часть) — производительность первого рабочего;

3) $\frac{1}{6}-\frac{1}{10}=\frac{5-3}{30}=\frac{2}{30}=\frac{1}{15}$ (часть) — производительность второго рабочего;

Ответ: производительность первого рабочего – $\frac{1}{10}$, производительность второго рабочего – $\frac{1}{15}$.

б)
1 — вся работа.

1) $1 : 3 = \frac{1}{3}$ (часть) — производительность мастера;

2) $1 : 6 = \frac{1}{6}$ (часть) — производительность ученика;

3) $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{2+1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ (часть).

Ответ: общая производительность составляет $\frac{1}{2}$ часть всей работы.

№ 210.
а) Все расстояние – 1.

1) $1 : 5 = \frac{1}{5}$ (часть) — проедет первый автомобиль за 1 ч;

2) $1 : 4 = \frac{1}{4}$ (часть) — проедет второй автомобиль за 1 ч;

3) $\frac{1}{5} + \frac{1}{4} = \frac{4+5}{20} = \frac{9}{20}$ (часть) проедут оба автомобиля;

4) $1 - \frac{9}{20} = \frac{11}{20}$ (часть).

Ответ: $\frac{11}{20}$ пути будет между автомобилями через 1 ч.

б)

1) $1 : 5 = \frac{1}{5}$ (часть) — проедет первый автомобиль за 1 ч;

2) $1 : 4 = \frac{1}{4}$ (часть) — проедет второй автомобиль за 1 ч;

3) $\frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{5-4}{20} = \frac{1}{20}$ (часть) — проедут оба автомобиля;

4) $1 - \frac{1}{20} = \frac{19}{20}$ (часть).

Ответ: $\frac{19}{20}$ пути будет между автомобилями через 1 ч.

№ 211.

1) $\frac{7}{15} - \frac{1}{3} = \frac{2}{15}$; $\frac{7}{15} + \frac{1}{3} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$.

2) $\frac{2}{15} < x < \frac{4}{5}$

$\frac{2}{3} = \frac{10}{15}$ $\qquad \frac{2}{15} < \frac{2}{3} < \frac{4}{5}$;

$\frac{19}{75}$ $\qquad \frac{10}{75} < \frac{19}{75} < \frac{60}{75}$;

$\frac{101}{150}$ $\qquad \frac{20}{150} < \frac{101}{150} < \frac{120}{150}$;

$\frac{875}{1500}$ $\qquad \frac{200}{1500} < \frac{875}{1500} < \frac{1200}{1500}$.

П. 3. 2. 2. Сложение и вычитание смешанных чисел (4 ч)

Основные содержательные цели

1) Сформировать умение складывать и вычитать смешанные числа.

2) Повторить и закрепить: основное свойство дроби, сокращение дробей, сравнение дробей, приведение дробей к новому знаменателю; понятие степени; координатный угол; построение математических моделей текстовых задач; формулы площади и периметра прямоугольника.

Особенности изучения учебного содержания

К пятому классу ученики научились складывать и вычитать смешанные числа, дробные части которых имеют одинаковые знаменатели. В пункте «Сложение и вычитание смешанных чисел» они учатся находить значение суммы и разности любых смешанных чисел. Чтобы построить алгоритмы сложения и вычитания смешанных чисел для общего случая, учащимся потребуется лишь уточнить имеющиеся у них с начальной школы алгоритмы.

В предыдущем пункте уже были «открыты» правила сложения и вычитания дробей с разными знаменателями, алгоритмы для общего случая дополняются первым шагом: «привести дробные части к наименьшему общему знаменателю». Так как пятиклассники научились сокращать дроби, в алгоритмы добавляется еще один новый шаг: «если необходимо, сократить дробную часть». В остальном алгоритмы остаются прежними.

Из курса математики 4 класса учащиеся знают, что, если в результате сложения смешанных чисел дробная часть окажется неправильной дробью, из нее следует выделить целую часть и полученное число прибавить к целой части суммы. Кроме того, им уже известно правило вычитания для случая, когда дробная часть уменьшаемого меньше дробной части вычитаемого. Такая подготовка, проведенная в начальной школе, облегчает формирование дальнейших умений, ведь частные случаи рассматривались ими в 4 классе на более простом материале (дробные части с одинаковыми знаменателями).

Поэтому эти правила учителю следует лишь актуализировать перед построением новых алгоритмов. В случае обнаружения серьезных пробелов в знаниях учащихся по этой теме учитель средней школы имеет возможность устранить их на материале для закрепления алгоритмов общего случая сложения и вычитания смешанных чисел.

При изучении этого пункта учащиеся решают составные задачи с данными, представленными смешанными числами (№ 249–250, 253–254). При этом они получают возможность увидеть практическое применение построенного ими алгоритма, отработать умение складывать и вычитать смешанные числа и закрепить умение решать текстовые задачи.

При выполнении № 251 следует обратить внимание пятиклассников на то, что это задание имеет бесконечное число вариантов решения и записанная ими пара смешанных чисел – лишь одно из возможных решений. С учащимися следует обговорить, что в данном задании получение разных ответов разными учащимися не является сигналом допущенной ими ошибки, а показывает лишь вариативность выполнения этого номера. Можно задать следующий вопрос: «Можно ли выполнить это задание, если сформулировать его иначе: запиши все пары смешанных чисел так, чтобы выполнялось указанное условие?»

При выполнении задания № 255, аналогичного № 235 и № 219, у учащихся, помимо умения складывать и вычитать смешанные числа, формируется некое представление об отрицательных числах (они фиксируют увеличение результата знаком «*с*», а уменьшение – «–с»). Кроме того, они продолжают наблюдать и фиксировать зависимости (в данном случае зависимость суммы и разности от их компонентов).

В начальной школе учащиеся устанавливали зависимость между компонентами и результатами арифметических действий, однако для того, чтобы они вспомнили этот материал и поняли, как заполнять таблицу, лучше выполнять задание № 255 после того, как будет разобран № 219.

Задание № 256 направлено на формирование умения применять сочетательное и переместительное свойство сложения и правила вычитания суммы из числа и числа из суммы. При его выполнении с учащимися следует проговорить эти правила и зафиксировать их с помощью букв. При этом учащиеся должны сказать, что буквы в записанных ими равенствах могут принимать значения натуральных чисел, дробных и смешанных чисел.

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5–6 классов основной школы авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсон по программе «Учусь учиться» по данному пункту предлагаются сценарии 94–97.

Урок 94 Сложение и вычитание смешанных чисел.

Новое знание.

Алгоритм сложения смешанных чисел и «хороший случай» вычитания.

Актуализация.

Алгоритм сложения и вычитания смешанных чисел, у которых дробные части имеют одинаковые знаменатели.

Алгоритм сложения и вычитания дробей.

Пробное задание.

Найти значения суммы и разности смешанных чисел: $5\frac{1}{2}+3\frac{3}{4}$; $3\frac{1}{4}-2\frac{1}{5}$.

Фиксация затруднения.

– Я не смог найти сумму и разность смешанных чисел.

– Я не могу обосновать свои действия при нахождении суммы и разности смешанных чисел.

Фиксация причины затруднения.

– У нас нет алгоритма сложения и вычитания смешанных чисел, у которых дробные части с разными знаменателями.

Цель деятельности.

Изменить алгоритм сложения и вычитания смешанных чисел для случая, когда дробные части с разными знаменателями, научиться пользоваться уточненным алгоритмом.

Эталон

Уточненный алгоритм сложения (вычитания) смешанных чисел.

1. Привести дробные части смешанных чисел к общему знаменателю.
2. Сложить (вычесть) целые части.
3. Сложить (вычесть) дробные части.
4. Если необходимо, дробную часть сократить.
5. Если дробная часть неправильная, то выделить из нее целую часть и прибавить к целой части результата.
6. Записать ответ.

Урок 95 Сложение и вычитание смешанных чисел.

Новое знание.

Алгоритм вычитания смешанных чисел, когда дробная часть уменьшаемого меньше дробной части вычитаемого.

Актуализация знаний.

Алгоритм вычитания дроби из целого числа.

Пробное задание.

Найти разность $2\frac{1}{14} - 1\frac{3}{7}$.

Фиксация затруднения.

– Я не смог найти разность смешанных чисел.

– Я не могу обосновать свои действия при нахождении разности смешанных чисел.

Фиксация причины затруднения.

– У нас нет алгоритма вычитания смешанных чисел, где в уменьшаемом дробная часть меньше дробной части вычитаемого.

Цель деятельности.

Построить алгоритм вычитания смешанных чисел, у которых дробная часть уменьшаемого меньше дробной части вычитаемого, и научиться пользоваться построенным алгоритмом.

Эталон

Алгоритм вычитания смешанных чисел

Урок 96 Сложение и вычитание смешанных чисел.

Новое знание.
Доказательство свойств чисел для смешанных чисел.
Актуализация знаний.
Свойства натуральных чисел.
Пробное задание.
Найдите устно значения выражений:

а) $\left(4\frac{7}{36}+1\frac{5}{48}\right)-3\frac{7}{36}$;

б) $12\frac{9}{16}-2\frac{24}{25}-4\frac{1}{25}$;

в) $2\frac{3}{8}+\left(3\frac{11}{15}+\frac{17}{40}\right)+1\frac{4}{15}$.

Фиксация затруднения.
– Я не смог найти устно значения выражений.
– Я не могу обосновать свои действия при устном нахождении значений выражений.

Фиксация причины затруднения.

– У нас нет эталонов, которые можно было бы использовать для смешанных чисел.

Цель деятельности.

Доказать, что свойства чисел и дробей выполняются для смешанных чисел.

Эталон.

Вывод о том, что свойства чисел и дробей выполняются для смешанных чисел.

Урок 97 Сложение и вычитание смешанных чисел (Р).

Цель этого урока – сформировать способность к исправлению допущенных ошибок на основе рефлексии собственной деятельности, повторить алгоритмы сложения и вычитания смешанных чисел, тренировать умение складывать и вычитать смешанные числа.

Методические рекомендации к выполнению заданий, решение и ответы

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 94 (93)	Урок 95 (94)
К	№ 246, 249, 256 (1, 2)	№ 257, 248, 250, 251
П	№ 257, 258, 269	№ 259, 261–264
Д	п. 3.2.2, № 274 (а, б), 277, 279	№ 274 (в, г), 278, 281
С	№ 286	№ 287

Урок №	Урок 96 (95)	Урок 97 (96)
К	№ 252–254	№ 255, 256
П	№ 260, 265–268, 272	№ 270, 271, 273
Д	№ 275, 280, 284	№ 276, 283, 285
С	№ 288	№ 282

<u>№ 246.</u>

1) $2\frac{1}{5}+7\frac{3}{4}=2\frac{4}{20}+7\frac{15}{20}=9\frac{19}{20}$;

2) $1\frac{4}{9}+3\frac{2}{7}=1\frac{28}{63}+3\frac{18}{63}=4\frac{46}{63}$;

3) $5\frac{9}{10}+2\frac{4}{5}=5\frac{9}{10}+2\frac{8}{10}=7\frac{17}{10}=8\frac{7}{10}$;

4) $6\frac{7}{12}+4\frac{31}{48}=6\frac{28}{48}+4\frac{31}{48}=10\frac{59}{48}=11\frac{11}{48}$;

5) $2\frac{5}{12}+3+1\frac{19}{30}=2\frac{25}{60}+3+1\frac{38}{60}=6\frac{63}{60}=7\frac{3}{60}=7\frac{1}{20}$;

6) $7+1\frac{29}{40}+2\frac{17}{30}=7+1\frac{87}{120}+2\frac{68}{120}=10\frac{155}{120}=11\frac{35}{120}=11\frac{7}{24}$;

7) $\frac{15}{34}+3\frac{6}{17}+5\frac{1}{2}=\frac{15}{34}+3\frac{12}{34}+5\frac{17}{34}=8\frac{44}{34}=9\frac{10}{34}=9\frac{5}{17}$;

8) $2\frac{1}{25}+\frac{5}{6}+1\frac{11}{75}=2\frac{6}{150}+\frac{125}{150}+1\frac{22}{150}=3\frac{153}{150}=4\frac{3}{150}=4\frac{1}{50}$.

№ 247.

1) $1-\frac{7}{9}=\frac{2}{9}$;

2) $3-\frac{4}{5}=2\frac{1}{5}$;

3) $8-2\frac{1}{6}=5\frac{5}{6}$;

4) $5-4\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$;

5) $6\frac{3}{4}-\frac{5}{8}=6\frac{6}{8}-\frac{5}{8}=6\frac{1}{8}$;

6) $3\frac{5}{6}-\frac{4}{9}=3\frac{15}{18}-\frac{8}{18}=3\frac{7}{18}$;

7) $9\frac{11}{16}-\frac{7}{24}=9\frac{33}{48}-\frac{14}{48}=9\frac{19}{48}$;

8) $4\frac{15}{49}-\frac{3}{14}=4\frac{30}{98}-\frac{21}{98}=4\frac{9}{98}$;

9) $5\frac{7}{12}-2\frac{2}{15}=5\frac{35}{60}-2\frac{8}{60}=3\frac{27}{60}=3\frac{9}{20}$;

10) $4\frac{11}{14}-3\frac{2}{7}=4\frac{11}{14}-3\frac{4}{14}=1\frac{7}{14}=1\frac{1}{2}$;

11) $3\frac{13}{44}-1\frac{7}{33}=3\frac{39}{132}-1\frac{28}{132}=2\frac{11}{132}=2\frac{1}{12}$;

12) $9\frac{11}{60}-3\frac{13}{80}=9\frac{44}{240}-3\frac{39}{240}=6\frac{5}{240}=6\frac{1}{48}$;

13) $2\frac{3}{5}-1\frac{6}{7}=2\frac{21}{35}-1\frac{30}{35}=1\frac{56}{35}-1\frac{30}{35}=\frac{26}{35}$;

14) $10\frac{1}{3}-5\frac{4}{9}=10\frac{3}{9}-5\frac{4}{9}=9\frac{12}{9}-5\frac{4}{9}=4\frac{8}{9}$;

15) $8\frac{4}{13}-3\frac{9}{26}=8\frac{8}{26}-3\frac{9}{26}=7\frac{34}{26}-3\frac{9}{26}=4\frac{25}{26}$;

16) $7\frac{4}{25}-2\frac{3}{4}=7\frac{16}{100}-2\frac{75}{100}=6\frac{116}{100}-2\frac{75}{100}=4\frac{41}{100}$.

№ 248.

1) $15-7\frac{3}{5}+0+2\frac{7}{8}=7\frac{2}{5}+2\frac{7}{8}=7\frac{16}{40}+2\frac{35}{40}=9\frac{51}{40}=10\frac{11}{40}$;

2) $8\frac{5}{12}+\frac{5}{6}-5\frac{3}{4}-2\frac{1}{2}=8\frac{5}{12}+\frac{10}{12}-5\frac{9}{12}-2\frac{6}{12}=1$;

3) $\left(7\frac{4}{9}-2\frac{3}{10}\right)+\left(1\frac{7}{9}+4\frac{2}{9}-5\frac{1}{2}\right)=\left(7\frac{40}{90}-2\frac{27}{90}\right)+\left(1\frac{14}{18}+4\frac{4}{18}-5\frac{9}{18}\right)=$

$=5\frac{13}{90}+\frac{9}{18}=5\frac{13}{90}+\frac{45}{90}=5\frac{68}{90}=5\frac{34}{45}$;

4) $5\frac{1}{2}-\left(1\frac{3}{14}+\frac{11}{21}\right)+\left(4\frac{5}{12}-2\right)=5\frac{1}{2}-\left(1\frac{9}{42}+\frac{22}{42}\right)+2\frac{5}{12}=5\frac{1}{2}-1\frac{31}{42}+2\frac{5}{12}=$
$6\frac{15}{84}=6\frac{5}{28}$

№ 249.

$784\frac{5}{12}+38\frac{1}{25}+3\frac{4}{5}=784\frac{125}{300}+38\frac{12}{300}+3\frac{240}{300}=825\frac{377}{300}=826\frac{77}{300}$ (м)

Ответ: шпиль громоотвода находится на высоте $826\frac{77}{300}$ м.

№ 250.

$11\frac{3}{4}-\left(2\frac{7}{12}+2\frac{7}{12}+2\frac{7}{12}+2\frac{7}{12}\right)=11\frac{9}{12}-8\frac{28}{12}=11\frac{9}{12}-10\frac{4}{12}=1\frac{5}{12}$ (л)

№ 252.

1) $(4-x)+1\frac{1}{5}=3\frac{7}{60};$

$4-x=3\frac{7}{60}-1\frac{1}{5};$

$4-x=3\frac{7}{60}-1\frac{12}{60};$

$4-x=1\frac{11}{12};$

$x=2\frac{1}{12}$

3) $1\frac{2}{3}+\left(t-2\frac{3}{8}\right)=\frac{1}{24}+5\frac{1}{2};$

$1\frac{2}{3}+\left(t-2\frac{3}{8}\right)=\frac{1}{24}+5\frac{12}{24};$

$1\frac{2}{3}+\left(t-2\frac{3}{8}\right)=5\frac{13}{24};$

$\left(t-2\frac{3}{8}\right)=5\frac{13}{24}-1\frac{2}{3};$

$\left(t-2\frac{3}{8}\right)=5\frac{13}{24}-1\frac{16}{24};$

$\left(t-2\frac{3}{8}\right)=4\frac{37}{24}-1\frac{16}{24};$

$\left(t-2\frac{3}{8}\right)=3\frac{21}{24};$

$\left(t-2\frac{3}{8}\right)=3\frac{7}{8}$

$t=6\frac{1}{4}$

2) $4\frac{3}{5}+(y-2\frac{5}{6})=5\frac{2}{3};$

$y-2\frac{5}{6}=5\frac{2}{3}-4\frac{3}{5};$

$y-2\frac{5}{6}=5\frac{10}{15}-4\frac{9}{15};$

4) $(7\frac{1}{12}-k)-1\frac{1}{3}=6\frac{13}{18}-2\frac{1}{4};$

$(7\frac{1}{12}-k)-1\frac{1}{3}=4\frac{17}{36};$

$7\frac{1}{12}-k=5\frac{29}{36};$

$y - 2\frac{5}{6} = 1\frac{1}{15};$

$y = 1\frac{1}{15} + 2\frac{5}{6};$

$y = 1\frac{2}{30} + 2\frac{25}{30};$

$y = 3\frac{27}{30};$

$y = 3\frac{9}{10}$

$k = 7\frac{1}{12} - 5\frac{29}{36};$

$k = 7\frac{3}{36} - 5\frac{29}{36};$

$k = 6\frac{39}{36} - 5\frac{29}{36};$

$k = 1\frac{10}{36};$

$k = 1\frac{5}{18}$

<u>№ 253.</u>

1) $42\frac{2}{3}-3\frac{1}{4}=42\frac{8}{12}-3\frac{3}{12}=39\frac{5}{12}$ (л.) — возраст матери;

2) $39\frac{5}{12}-24\frac{5}{12}=15$ (л.) — возраст сына;

3) $39\frac{5}{12}-27\frac{1}{3}=39\frac{5}{12}-27\frac{4}{12}=12\frac{1}{12}$ (л.) — возраст дочери;

4) $15-12\frac{1}{12}=2\frac{11}{12}$ (л.);

5) $42\frac{2}{3}-15=27\frac{2}{3}$ (л.);

6) $42\frac{2}{3}-12\frac{1}{2}=42\frac{4}{6}-12\frac{3}{6}=30\frac{1}{6}$ (л.).

<u>№ 254.</u>

1) $1\frac{4}{5}+\frac{1}{4}=1\frac{16}{20}+\frac{5}{20}=1\frac{21}{20}=2\frac{1}{20}$ (кг) — собрал и со второй грядки;

2) $1\frac{16}{20}+2\frac{1}{20}=3\frac{17}{20}$ (кг) — собрал с двух грядок;

3) $3\frac{17}{20}+\frac{1}{2}=3\frac{17}{20}+\frac{10}{20}=3\frac{27}{20}=4\frac{7}{20}$ (кг) — собрал с третьей грядки;

4) $4\frac{7}{20}-2\frac{3}{10}=4\frac{7}{20}-2\frac{6}{20}=2\frac{1}{20}$ (кг) — собрал с четвертой грядки;

5) $3\frac{17}{20}+4\frac{7}{20}+2\frac{1}{20}=9\frac{25}{20}=10\frac{5}{20}=10\frac{1}{4}$ (кг).

Ответ: всего садовник собрал $10\frac{1}{4}$ кг.

№ 255.

1)

a	b	$a+b$	$a-b$
$+5\frac{1}{2}$	$+4\frac{1}{2}$	$+10$	$+1$
$-5\frac{1}{2}$	$+4\frac{1}{2}$	-1	-10
$+5\frac{1}{2}$	$-4\frac{1}{2}$	$+1$	$+1$
$-5\frac{1}{2}$	$-4\frac{1}{2}$	-10	-1

2)

a	b	$a+b$	$a-b$
$+2\frac{3}{8}$	$+3\frac{1}{4}$	$+5\frac{5}{8}$	$+\frac{7}{8}$
$-2\frac{3}{8}$	$+3\frac{1}{4}$	$+\frac{7}{8}$	$-5\frac{5}{8}$
$+2\frac{3}{8}$	$-3\frac{1}{4}$	$-\frac{7}{8}$	$+5\frac{5}{8}$
$-2\frac{3}{8}$	$-3\frac{1}{4}$	$-5\frac{5}{8}$	$+\frac{7}{8}$

№ 256.

1) $3\frac{19}{24}+\left(5\frac{1}{9}+1\frac{5}{24}\right)=5+5\frac{1}{9}=10\frac{1}{9}$;

2) $\left(1\frac{5}{8}+4\frac{8}{17}\right)+\left(\frac{9}{17}+2\frac{3}{8}\right)=5+4=9$;

3) $7\frac{16}{35}-\left(3\frac{11}{35}+4\frac{1}{56}\right)=4\frac{5}{35}-4\frac{1}{56}=4\frac{1}{7}-4\frac{1}{56}=4\frac{8}{56}-4\frac{1}{56}=\frac{7}{56}=\frac{1}{8}$;

4) $\left(4\frac{56}{789}+1\frac{5}{6}\right)-4\frac{56}{789}=1\frac{5}{6}$.

П. 3. 2. 3. Умножение дробей (5 часов)

Основные содержательные цели

1) Сформировать умение умножать дроби и смешанные числа.

2) Повторить и закрепить: понятия простого и составного числа, делителя и кратного, свойства делимости; сокращение, сравнение, сложение и вычитание

дробей; построение математических моделей текстовых задач; решение текстовых задач; понятие многоугольника; графики движения.

Особенности изучения учебного содержания

При изучении этого пункта можно организовать четыре открытия. На первом уроке при помощи практической задачи (нахождения площади прямоугольника) учащимися строится правило умножения дробей. На втором уроке, опираясь на умение представлять натуральное число в виде неправильной дроби со знаменателем, равным 1, ученики выводят алгоритм умножения дроби на натуральное число. Опираясь на умение представлять смешанные числа в виде неправильных дробей, они выводят алгоритм умножения смешанных чисел. На четвертом уроке учащиеся выводят алгоритм умножения смешанного числа на натуральное число. Каждое из полученных правил умножения последовательно отрабатывается выбором заданий из соответствующего блока (№ 289–295; № 296–298; № 299–301; № 302–303(1)). На уроке рефлексии по применению всех четырех правил умножения можно использовать несколько заданий из № 303 (2)–317.

Для умножения смешанного числа на натуральное предлагается не всегда переходить к неправильным дробям, а использовать следующее правило: «Для умножения смешанного числа на натуральное *можно* отдельно умножить на это число его целую и дробную части и полученные результаты сложить». Учащиеся выводят это правило, применяя распределительное свойство умножения и умение представлять смешанное число в виде суммы целой и дробной части. Данным правилом удобнее пользоваться в случае, когда знаменатель дробной части является делителем или кратным натурального множителя (№ 302 (б, в, г)). Следует обратить на это внимание учеников, так как это правило будет использоваться при нахождении значений дробных выражений путем перехода от дробных чисел к натуральным.

В более подготовленном классе можно предложить учащимся, используя буквенную запись правила умножения дробей и свойства действий с натуральными числами, самостоятельно доказать, что умножение дробей обладает переместительным, сочетательным и распределительным свойствами (№ 294). В менее подготовленном классе учитель сообщает учащимся, что известные им свойства умножения распространяются и на дробные числа. Главная задача детей сводится к применению этих свойств для рационализации вычислений (это умение будет тренироваться и в следующем пункте для дробных выражений, и в 6 классе).

Чтобы подготовить введение формул для нахождения длины окружности и площади круга (6 класс, ч. 3), можно выполнить № 307. В этом задании, пользуясь приближенным значением отношения длины окружности к ее диаметру, полученным Архимедом, учащиеся получают представление о длине окружности, опыт нахождения длины окружности, повторяют понятия окружности, ее диаметра и радиуса. При решении этого задания обозначение числа «пи» и формула пока не вводятся, ученики просто знакомятся с историей математики.

Полезным будет выполнение № 309, в котором учащиеся формулируют гипотезу об изменении числа при его умножении на дробь, меньшую (большую) 1. Для пятиклассников будет необычным вывод о том, что при умножении число может не увеличиваться, а уменьшаться. Полученные выводы применяются при выполнении № 310–312. Это замечание важно и в связи с дальнейшим способом, который будет открываться учащимися, – способом нахождения части от числа, выраженной дробью, путем умножения числа на дробь.

В конце пункта есть задания (№ 314, 315, 316), выполняя которые учащиеся могут самостоятельно открыть понятие взаимно обратных чисел, эти задания подготовят детей к открытию алгоритма деления дробей.

В № 314 предлагается определит, при каких значениях переменной верно равенство: $\frac{a}{5} \cdot \frac{5}{6} = 1$.

Выполняя это задание, учащиеся формулируют определение взаимно обратных чисел.

Задание из № 315 $\left(\frac{2}{3}x = 1\right)$ учащиеся могут выполнить, используя понятие взаимно обратных чисел. А для решения уравнений из № 316 $\left(\frac{5}{8}x = \frac{1}{7}\right)$ им предлагается воспользоваться образцом, представленным в учебнике. Учащиеся должны понять ход решения и объяснить, какие правила применяются. Для нахождения корня уравнения применяются понятие взаимно обратных чисел, метод «весов», алгоритм умножения дробей. Обе части уравнения умножается на число, обратное $\frac{5}{8}$.

Выполнение № 317 можно организовать в форме группового соревнования. Полезным будет выбор стратегии выполнения этого задания (каждый сам находит произведение и сравнивается итоговый ответ, или каждый сам находит ответ и полученные промежуточные ответы сравниваются). Можно организовать решение более рационально, для этого учащимся придется вспомнить свойства умножения, числа умножаются не последовательно, а попарно. Пары распределяются между участниками группы, затем полученные ответы опять распределяются между учениками по такому же принципу. Побеждает группа, которая быстрее и правильно найдет значение произведения чисел, сидящих на одном дереве.

Интересным будет обсуждение стратегии, которая привела к победе. Самый рациональный способ применяется группами для выполнения этого задания по второму дереву. Такая организация работы над заданием дает возможность формировать не столько умение умножать дроби, сколько метапредметные способности учащихся (в частности, универсальные учебные действия коммуникативного вида, регулятивного вида).

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5–6 классов основной школы авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсон по программе «Учусь учиться» по данному пункту предлагаются сценарии 98–102.

Урок 98 Умножение дробей.

Новое знание.

Алгоритм умножения дробей.

Актуализация знаний.

Способы сокращения дробей, площадь прямоугольника.

Пробное действие.

Решить задачу: «Ширина прямоугольника равна $\frac{2}{5}$ м, а его длина – $\frac{3}{4}$ м. Вычислить площадь этого прямоугольника».

Фиксация затруднения.

– Я не смог решить задачу.

– Я не могу обосновать, доказать свои действия при получении результата.

Фиксация причины затруднения.

– У нас нет (мы не знаем) способа умножения дробей.

Цель деятельности.

Построить алгоритм умножения дробей.

Эталоны

Опорный сигнал умножения дробей

$$\boxed{\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}}$$

Алгоритм умножения дробей

> 1. Произведение дробей записать в виде дроби, в числители которой записано произведение числителей, в знаменателе – произведение знаменателей.
> 2. Если возможно, сократить получившуюся дробь.
> 3. Найти произведение чисел, стоящих в числителе, и чисел, стоящих в знаменателе.
> 4. Если получилась неправильная дробь, выделить ее целую часть.

Урок 99 Умножение дроби на натуральное число.

Новое знание.

Алгоритм умножения дроби на натуральное число.

Актуализация знаний.

Способы сокращения дробей, понятие «умножения чисел».

Пробное задание.

Найти произведение, не используя определение произведения: $\frac{2}{3}\cdot 12$.

Фиксация затруднения.

– Я не смог найти произведение, не используя определение произведения.

Фиксация причины затруднения.

– У нас нет алгоритма умножения дроби на натуральное число.

Цель деятельности.

Построить алгоритм умножения дроби на натуральное число и научиться его использовать при нахождении произведения дроби и натурального числа.

Эталоны

Алгоритм умножения дроби на натуральное число

> 1. Записать дробь: в числителе — произведение числителя дроби и натурального числа, в знаменателе — знаменатель дроби.
> 2. Если возможно, сократить получившуюся дробь.
> 3. Найти произведение чисел в числителе.
> 4. Если результат — неправильная дробь, выделить ее целую часть.

Опорный сигнал умножения дроби на число

$$\frac{a}{b} \cdot n = \frac{an}{b},\ a, b, n \in N.$$

Урок 100 Умножение смешанных чисел.

Новое знание.

Алгоритм умножения смешанных чисел.

Актуализация знаний.

Умножение дробей, умножение дроби на натуральное число, перевод смешанного числа в неправильную дробь.

Пробное задание.

Найти произведение чисел: $4\frac{2}{7} \cdot 2\frac{5}{8}$.

Фиксация затруднения.

– Я не смог найти произведение смешанных чисел.

– Я не смог правильно найти произведение смешанных чисел.

– Я не могу назвать эталон, которым воспользовался при нахождении произведения смешанных чисел.

Фиксация причины затруднения.

– У нас нет алгоритма умножения смешанных чисел.

Цель деятельности.

Построить алгоритм умножения смешанных чисел и научиться пользоваться построенным алгоритмом.

Эталон

Алгоритм умножения смешанных чисел

1. Смешанные числа представить в виде неправильных дробей.
2. Перемножить получившиеся дроби по известному алгоритму умножения дробей.

Урок 101 Умножение смешанных чисел на натуральное число.

Новое знание.

Алгоритм умножения смешанного числа на натуральное число.

Актуализация знаний.

Умножение дробей, умножение дроби на натуральное число, свойства чисел.

Пробное задание.

Найти произведение смешанного числа и натурального числа, не переходя к сложению: $8\frac{5}{49} \cdot 7$.

Фиксация затруднения.

– Я не смог найти произведение смешанного числа на натуральное число, не переходя к сложению.

Фиксация причины затруднения.

– У нас нет алгоритма быстрого умножения смешанных чисел на натуральные числа.

Цель деятельности.

Построить алгоритм умножения смешанных чисел и натуральных чисел.

Эталоны

Алгоритмы умножения смешанных чисел на натуральное число

1. Умножить целую часть на натуральное число.
2. Умножить дробную часть на натуральное число.
3. Найти сумму результатов первого и второго шага.

1. Представить смешанное число в виде неправильной дроби.
2. Умножить дробь на натуральное число.

Урок 102 Умножение дробей (Р).

Цель урока – сформировать способность к исправлению допущенных ошибок на основе рефлексии собственной деятельности; тренировать умение выполнять изученные действия с дробями и смешанными числами.

Урок 103 Задачи для самопроверки.

Данный урок посвящен подготовке к контрольной работе по теме «Арифметика дробей».

Уроки 104–105 Обучающий контроль *(Контрольная работа № 6)*.

Методические рекомендации к выполнению заданий, решение и ответы

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 98 (97)	Урок 99 (98)	Урок 100 (99)
К	№ 289–293	№ 294–298	№ 299, 300 (а–з), 301–306
П	№ 318, 319, 327, 328	№ 320–323, 329, 330	№ 324–326
Д	п.3.2.3, № 340, 349, 350	№ 341; 347, 351	№ 343, 345, 348
С	№ 356	№ 357	№ 358

Урок №	Урок 101 (100)	Урок 102 (101)
К	№ 300 (и–р), 307, 308	№ 309–317
П	№ 331, 332, 334, 339	№ 333, 337
Д	№ 343 (1, 2), 344, 346	№ 343 (3, 4); 352, 355
С	№ 353	№ 359

№ 289.

а) $\frac{3}{11} \cdot \frac{22}{45} = \frac{3 \cdot 22}{11 \cdot 45} = \frac{2}{15}$;

б) $\frac{12}{7} \cdot \frac{14}{27} = \frac{12 \cdot 14}{7 \cdot 27} = \frac{8}{9}$;

в) $\frac{18}{39} \cdot \frac{13}{36} = \frac{18 \cdot 13}{39 \cdot 36} = \frac{1}{6}$;

г) $\frac{24}{17} \cdot \frac{51}{40} = \frac{24 \cdot 51}{17 \cdot 40} = \frac{9}{5} = 1\frac{4}{5}$;

д) $\frac{16}{81} \cdot \frac{45}{57} \cdot \frac{19}{4} = \frac{16 \cdot 45 \cdot 19}{81 \cdot 57 \cdot 4} = \frac{20}{27}$;

е) $\frac{72}{49} \cdot \frac{5}{88} \cdot \frac{77}{25} = \frac{72 \cdot 5 \cdot 77}{49 \cdot 88 \cdot 25} = \frac{9}{35}$;

ж) $\frac{18}{95} \cdot \frac{35}{3} \cdot \frac{19}{42} = \frac{18 \cdot 35 \cdot 19}{95 \cdot 3 \cdot 42} = 1$;

з) $\frac{20}{23} \cdot \frac{73}{48} \cdot \frac{46}{73} = \frac{20 \cdot 73 \cdot 46}{23 \cdot 48 \cdot 73} = \frac{5}{6}$;

и) $\left(\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{1}{36}$;

к) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$;

л) $\left(\frac{7}{8}\right)^2 = \frac{49}{64}$;

м) $\left(\frac{5}{4}\right)^3 = \frac{125}{64} = 1\frac{61}{64}$.

№ 290.

а) $\frac{ab}{32} \cdot \frac{56}{a^2} = \frac{7b}{4a}$;

б) $\frac{2x}{3y} \cdot \frac{y^2}{12xz} = \frac{y}{18z}$;

в) $\frac{48m}{nk^2} \cdot \frac{nk}{54m^3} = \frac{8m}{9km^2}$;

г) $\frac{b^2c}{30d} \cdot \frac{24d^2}{b^3} = \frac{4cd}{5b}$.

№ 291.

1) $\frac{5}{9} \cdot \frac{5}{9} = \frac{25}{81}$ (дм²).

2)

1) $\frac{2}{5} + \frac{1}{2} = \frac{9}{10}$ (см);

2) $\frac{2}{5} \cdot \frac{9}{10} = \frac{9}{25}$ (см²).

3) $\left(\frac{3}{5}\right)^3 = \frac{27}{125}$ (м³).

4)

1) $\frac{4}{9} - \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$ (дм);

2) $\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{9} = \frac{1}{27}$ (дм³).

№ 292.

а) $\frac{4}{15}=\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{5}$; б) $\frac{2}{9}=\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}$; в) $\frac{1}{5}=\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5}$; г) $1=\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{1}$.

№ 293.

1) $\frac{5}{18}a$

Если $a=\frac{3}{5}$, то $\frac{5}{18}\cdot\frac{3}{5}=\frac{1}{6}$;

Если $a=\frac{9}{10}$, то $\frac{5}{18}\cdot\frac{9}{10}=\frac{1}{4}$;

Если $a=\frac{4}{15}$, то $\frac{5}{18}\cdot\frac{4}{15}=\frac{2}{27}$;

Если $a=\frac{36}{25}$, то $\frac{5}{18}\cdot\frac{36}{25}=\frac{2}{5}$.

2) $\frac{6}{35}b$

Если $b=\frac{1}{3}$, то $\frac{6}{35}\cdot\frac{1}{3}=\frac{2}{35}$;

Если $b=\frac{5}{2}$, то $\frac{6}{35}\cdot\frac{5}{2}=\frac{3}{7}$;

Если $b=\frac{10}{9}$, то $\frac{6}{35}\cdot\frac{10}{9}=\frac{4}{21}$;

Если $b=\frac{7}{18}$, то $\frac{6}{35}\cdot\frac{7}{18}=\frac{1}{15}$.

№ 295.

1) $\frac{1}{3}a+\frac{5}{6}a-\frac{1}{2}a=\frac{2}{3}a$

Если $a=\frac{1}{4}$, то $\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{4}=\frac{1}{3}$;

Если $a=\frac{3}{8}$, то $\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{8}=\frac{1}{4}$;

Если $a=\frac{9}{16}$, то $\frac{2}{3}\cdot\frac{9}{16}=\frac{3}{8}$;

Если $a=\frac{15}{22}$, то $\frac{2}{3}\cdot\frac{15}{22}=\frac{5}{11}$.

2) $\frac{5}{12}b-\frac{1}{8}b+\frac{7}{12}b=\frac{7}{8}b$

Если $b=\frac{4}{13}$, то $\frac{7}{8}\cdot\frac{4}{13}=\frac{7}{26}$;

Если $b=\frac{8}{35}$, то $\frac{7}{8}\cdot\frac{8}{35}=\frac{1}{5}$;

Если $b=\frac{6}{49}$, то $\frac{7}{8}\cdot\frac{6}{49}=\frac{3}{28}$;

Если $b=\frac{12}{7}$, то $\frac{7}{8}\cdot\frac{12}{7}=\frac{3}{2}=1\frac{1}{2}$.

№ 296.

а) $\frac{5}{27}\cdot 3=\frac{5}{9}$;

б) $7\cdot\frac{2}{21}=\frac{2}{3}$;

в) $\frac{19}{360}\cdot 6=\frac{19}{60}$;

г) $9\cdot\frac{47}{810}=\frac{47}{90}$;

д) $\frac{7}{30}\cdot 24=\frac{28}{5}=5\frac{3}{5}$;

е) $32\cdot\frac{3}{40}=\frac{12}{5}=2\frac{2}{5}$;

ж) $\frac{1}{84}\cdot 60=\frac{5}{7}$;

з) $70\cdot\frac{5}{126}=\frac{25}{9}=2\frac{7}{9}$;

и) $\frac{2}{m}\cdot m=2$;

к) $5k\cdot\frac{7}{45}=\frac{7k}{9}$.

№ 297.

$40 \cdot \frac{1}{15} = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$ (га).

№ 298.

1) $4 \cdot \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$ (км);

$4 \cdot \frac{3}{4} = 3$ (км);

$4 \cdot \frac{5}{6} = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$ (км);

$4 \cdot \frac{7}{10} = \frac{14}{5} = 2\frac{4}{5}$ (км).

2) $600 \cdot \frac{3}{5} = 360$ (км);

$600 \cdot \frac{11}{12} = 550$ (км);

$600 \cdot \frac{4}{15} = 160$ (км).

3) $8 \cdot \frac{3}{4} + 12 \cdot \frac{1}{3} = 6 + 4 = 10$ (км).

4) $18 \cdot \frac{2}{3} - 5 \cdot \frac{2}{5} = 12 - 2 = 10$ (км).

№ 300.

а) $1\frac{1}{7} \cdot 3\frac{1}{16} = \frac{8}{7} \cdot \frac{49}{16} = \frac{7}{2} = 3\frac{1}{2}$;

б) $\frac{2}{9} \cdot 1\frac{1}{2} = \frac{2}{9} \cdot \frac{3}{2} = \frac{1}{3}$;

в) $4\frac{1}{6} \cdot 8\frac{2}{5} = \frac{25}{6} \cdot \frac{42}{5} = 35$;

г) $3\frac{9}{13} \cdot 1\frac{5}{8} = \frac{48}{13} \cdot \frac{13}{8} = 6$;

д) $\frac{7}{8} \cdot 5\frac{1}{3} = \frac{7}{8} \cdot \frac{16}{3} = \frac{14}{3} = 4\frac{2}{3}$;

и) $3\frac{3}{11} \cdot 7\frac{1}{3} = \frac{36}{11} \cdot \frac{22}{3} = 24$;

к) $10\frac{2}{7} \cdot 1\frac{2}{9} = \frac{72}{7} \cdot \frac{11}{9} = \frac{88}{7} = 12\frac{4}{7}$;

л) $2\frac{1}{2} \cdot \frac{18}{25} = \frac{5}{2} \cdot \frac{18}{25} = \frac{9}{5} = 1\frac{4}{5}$;

м) $5\frac{1}{7} \cdot 3\frac{8}{9} = \frac{36}{7} \cdot \frac{35}{9} = 20$;

н) $4\frac{1}{2} \cdot \frac{14}{45} = \frac{9}{2} \cdot \frac{14}{45} = \frac{7}{5} = 1\frac{2}{5}$;

е) $7\frac{5}{7}\cdot 1\frac{1}{6}=\frac{54}{7}\ \frac{7}{6}=9$;

ж) $1\frac{4}{5}\cdot 6\frac{2}{3}=\frac{9}{5}\cdot\frac{20}{3}=12$;

з) $4\frac{1}{2}\cdot 2\frac{4}{5}=\frac{9}{2}\cdot\frac{14}{5}=\frac{63}{5}=12\frac{3}{5}$;

о) $3\frac{3}{5}\cdot 5\frac{5}{8}=\frac{18}{5}\cdot\frac{45}{8}=\frac{81}{4}=20\frac{1}{4}$;

п) $1\frac{1}{24}\cdot 11\frac{1}{5}=\frac{25}{24}\cdot\frac{56}{5}=\frac{35}{3}=11\frac{2}{3}$;

р) $12\frac{4}{5}\cdot 3\frac{1}{8}=\frac{64}{5}\cdot\frac{25}{8}=40$.

<u>№ 301.</u>

1) $\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{4}{5}=\frac{1}{5}$;

2) $\frac{6}{7}\cdot\frac{7}{8}\cdot\frac{8}{9}\cdot\frac{9}{10}\cdot\frac{10}{11}=\frac{6}{11}$;

3) $\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\ldots\frac{23}{24}\cdot\frac{24}{25}=\frac{1}{25}$;

4) $1\frac{1}{2}\cdot 1\frac{1}{3}\cdot 1\frac{1}{4}\cdot 1\frac{1}{5}=\frac{3}{2}\cdot\frac{4}{3}\cdot\frac{5}{4}\cdot\frac{6}{5}=3$;

5) $\left(1+\frac{1}{4}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{5}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{6}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{7}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{8}\right)=\frac{5}{4}\cdot\frac{6}{5}\cdot\frac{7}{6}\cdot\frac{8}{7}\cdot\frac{9}{8}=\frac{9}{4}=2\frac{1}{4}$;

6) $\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1-\frac{1}{99}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{100}\right)=\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4}\cdot\ldots\cdot\frac{98}{99}\cdot\frac{99}{100}=\frac{1}{100}$.

<u>№ 302.</u>

а) $1\frac{2}{5}\cdot 3=3\frac{6}{5}=4\frac{1}{5}$;

б) $2\frac{1}{7}\cdot 7=14\frac{7}{7}=15$;

в) $4\frac{2}{3}\cdot 6=24\frac{12}{3}=28$;

г) $3\frac{5}{8}\cdot 4=12\frac{20}{8}=14\frac{4}{8}=14\frac{1}{2}$.

<u>№ 303.</u>

1) $(5\cdot 5\cdot 5)\cdot 2\frac{2}{5}=125\cdot 2\frac{2}{5}=500+50=550$ (г);

2) $(500\cdot 2)\cdot 1\frac{12}{125}\cdot\frac{1}{40}=1000\cdot 1\frac{12}{125}\cdot\frac{1}{40}=(1000+96)\cdot\frac{1}{40}=1096\cdot\frac{1}{40}=27\frac{2}{5}$ (кг).

<u>№ 304.</u>

1)

1) $8\frac{1}{2}\cdot 18=153$ (кг);

2) $8\frac{1}{2}-1\frac{3}{4}=6\frac{3}{4}$ (кг);

3) $6\frac{3}{4}\cdot 12 = 81$ (кг);

4) $153 + 81 = 234$ (кг).

Ответ: привезли 234 кг винограда.

2)

1) $16\cdot 1\frac{1}{4} = 20$ (га);

2) $37\frac{1}{2}\cdot 1\frac{2}{15} = \frac{75}{2}\cdot\frac{17}{15} = \frac{85}{2} = 42\frac{1}{2}$ (ц);

3) $20\cdot 42\frac{1}{2} - 16\cdot 37\frac{1}{2} = 850 - 600 = 250$ (ц).

Ответ: со второго поля собрали на 250 ц больше.

№ 305.

1) $38 + \left(45 - 17\frac{1}{4}\right)\cdot 1\frac{1}{3} = 75$ (км);

2) $38 - 37 = 1$(км).

№ 306.

а) $2\frac{4}{5}\cdot x = 2\frac{4}{5}$ б) $6\frac{3}{17}\cdot y = 0$ в) $z\cdot 7\frac{1}{8} = 7\frac{1}{8}$ г) $k\cdot 4\frac{1}{12} = 0$

$x = 1$ $y = 0$ $z = 1$ $k = 0$

№ 307.

1) $\frac{7}{8}\cdot 2\cdot 3\frac{1}{7} = 2\frac{1}{2}$ (км);

2) $233\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{4}\cdot 3\frac{1}{7} = 550$ (м/мин);

3) $3\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 3\frac{1}{7}\cdot 8 = 176$ (м);

4) $5600\cdot 2\cdot 3\frac{1}{7} - 3500\cdot 2\cdot 3\frac{1}{7} = 2100\cdot 2\cdot 3\frac{1}{7} = 13\,200$ (км).

№ 308.

1) $\left(8 - 7\frac{13}{17}\right)\cdot\left(2\frac{1}{4} + 3\frac{1}{3} - 4\frac{11}{15}\right)\cdot 1 = \frac{4}{17}\cdot\frac{51}{60}\cdot 1 = \frac{1}{5}$;

2) $\left(9\frac{9}{14} - 7\frac{10}{21}\right)\cdot 35 + \left(11\frac{2}{15} - 8\frac{3}{25}\right)\cdot 20 + \left(\frac{9}{32} - \frac{9}{32}\right)\cdot 16 = 2\frac{1}{6}\cdot 35 + 3\frac{1}{75}\cdot 20 + 0 =$

$= 75\frac{5}{6} + 60\frac{4}{15} = 135\frac{33}{30} = 136\frac{1}{10}$;

3) $\left(5\frac{4}{9} - \left(2\frac{1}{3}\right)^2\right)\cdot 8\frac{1}{4}\cdot 1\frac{3}{20} + 12\cdot\frac{1}{3}\cdot 3\frac{3}{4}\cdot 1\frac{1}{5} - \frac{4}{17}\cdot 0\cdot 5\frac{18}{49} = 0 + 18 + 0 = 18$;

4) $\left(\left(2\frac{1}{2}\right)^3\cdot 4\frac{1}{6}\cdot 8\cdot\left(\frac{1}{9}\right)^2\cdot 1\frac{1}{5}-1\frac{2}{3}\right)\cdot 12\frac{3}{4}-0\cdot 8\frac{2}{5}+2\frac{5}{9}\cdot 7\cdot\frac{1}{7}=0-0+2\frac{5}{9}=2\frac{5}{9}.$

№ 309.

1) Если $a = 5$, то $5 > 5\cdot\frac{2}{5}$;

Если $a = 20$, то $20 > 20\cdot\frac{2}{5}$;

Если $a = \frac{1}{2}$, то $\frac{1}{2} > \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5}$;

Если $a = \frac{5}{3}$, то $\frac{5}{3} > \frac{5}{3}\cdot\frac{2}{5}$.

Если число умножается на дробь, меньшую единицы, то оно уменьшается.

2) Если $b = 5$, то $5 < 5\cdot\frac{5}{2}$;

Если $b = 20$, то $20 < 20\cdot\frac{5}{2}$;

Если $b = \frac{1}{2}$, то $\frac{1}{2} < \frac{1}{2}\cdot\frac{5}{2}$;

Если $b = \frac{5}{3}$, то $\frac{5}{3} < \frac{5}{3}\cdot\frac{5}{2}$.

Если число умножается на дробь, большую единицы, то оно увеличивается.

№ 310.

1) $2\frac{5}{6} > 2\frac{5}{6}\cdot\frac{3}{7}$;

2) $\frac{3}{19} < \frac{3}{19}\cdot 2\frac{1}{4}$;

3) $\frac{7}{24} < \frac{5}{4}\cdot\frac{7}{24}$;

4) $8\frac{7}{15} > \frac{4}{11}\cdot 8\frac{7}{15}$.

№ 311.

$a^2 < a^3$

№ 312.

$b^2 > b^3$

№ 313.

1) $3\frac{1}{2}a + \frac{5}{6} + 2\frac{5}{8}a + 1\frac{3}{4} = 6\frac{1}{8}a + 2\frac{7}{12}$

Если $a = 0$, то $6\frac{1}{8}\cdot 0 + 2\frac{7}{12} = 2\frac{7}{12}$;

Если $a = 1$, то $3\frac{1}{2} + \frac{5}{6} + 2\frac{5}{8} + 1\frac{3}{4} = 6\frac{17}{24}$;

Если $a = 4$, то $6\frac{1}{8}\cdot 4 + 2\frac{7}{12} = 24\frac{1}{2} + 2\frac{7}{12} = 27\frac{1}{12}$;

Если $a = \frac{8}{49}$, то $6\frac{1}{8} \cdot \frac{8}{49} + 2\frac{7}{12} = 1 + 2\frac{7}{12} = 3\frac{7}{12}$;

Если $a = 1\frac{5}{7}$, то $6\frac{1}{8} \cdot 1\frac{5}{7} + 2\frac{7}{12} = 10\frac{1}{2} + 2\frac{7}{12} = 13\frac{1}{2}$.

2) $4\frac{1}{6}b + 1\frac{1}{3} + 1\frac{9}{10}b + 2 = 6\frac{1}{15}b + 3\frac{1}{3}$

Если $b = 0$, то $6\frac{1}{15} \cdot 0 + 3\frac{1}{3} = 3\frac{1}{3}$;

Если $b = 1$, то $6\frac{1}{15} \cdot 1 + 3\frac{1}{3} = 9\frac{2}{5}$;

Если $b = 5$, то $6\frac{1}{15} \cdot 5 + 3\frac{1}{3} = 30\frac{1}{3} + 3\frac{1}{3} = 33\frac{2}{3}$;

Если $b = \frac{3}{13}$, то $6\frac{1}{15} \cdot \frac{3}{13} + 3\frac{1}{3} = 2\frac{2}{5} + 3\frac{1}{3} = 5\frac{11}{15}$;

Если $b = 1\frac{2}{7}$, то $6\frac{1}{15} \cdot 1\frac{2}{7} + 3\frac{1}{3} = 7\frac{4}{5} + 3\frac{1}{3} = 11\frac{2}{15}$.

<u>№ 314.</u>

1) $a = 6$; 2) $b = 3$; 3) $c = 9$; 4) d – любое натуральное число.

<u>№ 315.</u>

1) $\frac{2}{3}x = 1$, $x = \frac{3}{2}$ 2) $\frac{4}{5}x = 1$, $x = \frac{5}{4}$ 3) $8x = 1$, $x = \frac{1}{8}$ 4) $12x = 1$, $x = \frac{1}{12}$

<u>№ 316.</u>

1) $\frac{5}{8}x = \frac{1}{7} \Leftrightarrow \left(\frac{5}{8}x\right) \cdot \frac{8}{5} = \frac{1}{7} \cdot \frac{8}{5} \Leftrightarrow \left(\frac{5}{8} \cdot \frac{8}{5}\right)x = \frac{1 \cdot 8}{7 \cdot 5} \Leftrightarrow x = \frac{8}{35}$;

2) $\frac{3}{4}y = 2 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{4}y\right) \cdot \frac{4}{3} = 2 \cdot \frac{4}{3} \Leftrightarrow \left(\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{3}\right)y = \frac{8}{3} \Leftrightarrow y = 2\frac{2}{3}$;

3) $\frac{2}{9}z = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \left(\frac{2}{9}z\right) \cdot \frac{9}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{9}{2} \Leftrightarrow \left(\frac{2}{9} \cdot \frac{9}{2}\right)z = \frac{1 \cdot 9}{2 \cdot 2} \Leftrightarrow z = \frac{9}{4} \Leftrightarrow z = 2\frac{1}{4}$;

4) $\frac{8}{15}k = 6 \Leftrightarrow \left(\frac{8}{15}k\right) \cdot \frac{15}{8} = 6 \cdot \frac{15}{8} \Leftrightarrow \left(\frac{8}{15} \cdot \frac{15}{8}\right)k = \frac{45}{4} \Leftrightarrow k = 11\frac{1}{4}$.

<u>№ 317.</u>

$\frac{39}{15} \cdot \frac{25}{7} \cdot \frac{19}{14} \cdot \frac{13}{18} \cdot \frac{11}{39} \cdot \frac{15}{73} \cdot \frac{18}{25} \cdot \frac{73}{13} \cdot \frac{7}{19} \cdot \frac{14}{11} = 1$;

$3\frac{3}{4} \cdot 2\frac{1}{9} \cdot \frac{4}{27} \cdot \frac{8}{23} \cdot 7\frac{2}{3} \cdot 1\frac{2}{7} \cdot 1\frac{1}{6} \cdot 5\frac{1}{8} \cdot \frac{6}{41} \cdot 1\frac{8}{19} = 5$;

$31\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{61} \cdot 1\frac{8}{11} \cdot 5\frac{1}{2} \cdot 1\frac{5}{12} \cdot 2\frac{13}{24} \cdot 2\frac{2}{5} \cdot 1\frac{5}{19} \cdot \frac{3}{17} \cdot \frac{2}{95} = 1$.

П. 3. 2. 4. Деление дробей (6 часов)

Основные содержательные цели

1) Сформировать умение делить дроби и смешанные числа.

2) Повторить и закрепить: сокращение дробей и действия с дробями; решение текстовых задач; понятие окружности и радиуса, построение окружностей циркулем; формулы площади прямоугольника и объема прямоугольного параллелепипеда.

Особенности изучения учебного содержания

Для открытия алгоритма деления дробей можно использовать связь деления и умножения. Логика открытия описана в учебнике. Однако учащиеся могут использовать и другой способ: проблема ставится на решении уравнения из № 316.

Его предлагается решить путем нахождения неизвестного множителя. На шаге $x = \frac{5}{11} : \frac{3}{8}$ учащиеся фиксируют затруднение: они не могут найти неизвестный множитель путем деления дроби на дробь. Для открытия используется образец решения уравнения, рассмотренного ранее в пункте 3.2.2, и понятие взаимно обратных чисел. Ученики анализируют равенство, полученное после преобразований $x = \frac{5}{11} \cdot \frac{3}{8}$, и делают вывод о правиле деления.

Отдельные уроки выделяются для построения алгоритма деления дроби на натуральное число, алгоритма деления смешанных чисел и деления смешанного числа на натуральное число.

Правило деления смешанного числа на натуральное рассматривается таким же образом, как и правило умножения.

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5–6 классов основной школы авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсон по программе «Учусь учиться» по данному пункту предлагаются сценарии 106–111.

Урок 106 Деление дробей.

Новое знание.
Алгоритм деления дробей.
Актуализация знаний.
Умножение дробей.
Пробное действие.
Найти частное дробей: $\frac{8}{15} : \frac{12}{15}$.
Фиксация затруднения.
– Я не смог найти частное дробей.
– Я не смог правильно найти частное дробей.
– Я не могу назвать правило, которым воспользовался.
Фиксация причины затруднения.
– У нас нет правила деления дробей.

Цель деятельности:

Построить алгоритм деления дробей, научиться пользоваться построенным алгоритмом.

Эталоны

Опорный сигнал деления дробей

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$$

Алгоритм деления дробей

1. Деление заменить умножением.
2. Делитель заменить числом, обратным ему.
3. Выполнить умножение по известному алгоритму.

Урок 107 Деление дроби на натуральное число.

Новое знание.

Алгоритм деления дроби на натуральное число.

Актуализация знаний.

Алгоритм деления дробей.

Пробное задание.

Выполнить действие: $\frac{21}{40} : 7$.

Фиксация затруднения.

– Я не смог найти частное дроби и натурального числа.

– Я не смог правильно найти частное дроби и натурального числа.

– Я не могу назвать правило, которым воспользовался.

Фиксация причины затруднения.

– У нас нет правила деления дроби на натуральное число.

Цель деятельности.

Построить алгоритм деления дроби на натуральное число и научиться пользоваться построенным алгоритмом.

Эталоны

Алгоритмы деления дроби на натуральное число

A_1

1. Заменить деление умножением.

2. Натуральное число заменить дробью с числителем 1 и знаменателем, равным этому числу.

3. Выполнить умножение по известному алгоритму.

$$\frac{a}{b} : n = \frac{a}{b} \cdot \frac{1}{n} = \frac{a \cdot 1}{b \cdot n} = \frac{a}{bn}$$

A_2

1. В частном записать дробь.
2. Числитель оставить без изменения.
3. В знаменателе записать произведение знаменателя дроби и натурального числа.
4. Сократить, если возможно, дробь.
5. Выделить целую часть, если дробь неправильная.

$$\frac{a}{b} : n = \frac{a}{bn}$$

Урок 108 Деление смешанных чисел.

Новое знание.
Алгоритм деления смешанных чисел.
Актуализация знаний.
Алгоритмы деления дробей, деления дроби на натуральное число.
Пробное задание.
Выполнить деление: $3\frac{1}{2} : 5\frac{1}{4}$.

Фиксация затруднения.
– Я не смог найти частное смешанных чисел.
– Я не смог правильно найти частное смешанных чисел.
– Я не могу назвать эталон, которым воспользовался.

Фиксация причины затруднения.
– У нас нет эталона деления смешанных чисел.
Цель деятельности.
Построить алгоритм деления смешанных чисел и научиться им пользоваться.

Эталон

Алгоритм деления смешанных чисел

1. Перевести смешанные числа в неправильные дроби.
2. Выполнить деление по известному алгоритму деления дробей.

Урок 109 Деление смешанного числа на натуральное число.

Новое знание.
Алгоритм деления смешанного числа на натуральное число.
Актуализация знаний.
Алгоритмы деления дробей, деления дроби на натуральное число, умножения смешанных чисел на натуральное число.

Пробное задание.

Выполнить деление: а) $1\frac{1}{2} : 3$; б) $39\frac{13}{15} : 13$.

Фиксация затруднения.

– Я не смог найти частное смешанного числа и натурального числа.

– Я не смог правильно найти частное смешанного числа и натурального числа.

– Я не могу назвать эталон, которым воспользовался.

Фиксация причины затруднения:

– У нас нет эталона деления смешанного числа на натуральное число.

Цель деятельности:

Построить алгоритм и научиться делить смешанные числа на натуральные числа.

Эталоны

Первый алгоритм деления смешанных чисел на натуральное число

1. Перевести смешанное число в неправильную дробь.
2. Выполнить деление дроби на натуральное число.

Второй алгоритм деления смешанных чисел на натуральное число

1. Разделить целую часть на натуральное число.
2. Разделить дробную часть на натуральное число по алгоритму деления дроби на натуральное число.
3. Найти сумму получившихся результатов.

Урок 110 Деление дробей (Р).

Цели урока: тренировать умение использовать все изученные случаи деления дробей и смешанных чисел, тренировать способность к рефлексии собственной деятельности; повторить и закрепить способы задания зависимостей между переменными величинами формулой и таблицей, тренировать способность к выявлению и практическому использованию существенных признаков и понятий на основе их определения.

Урок 111 Действия с дробями и смешанными числами.

Цели урока: тренировать умение выполнять совместные действия с дробями и со смешанными числами, тренировать способность к рефлексии собственной деятельности; повторить и закрепить понятие степени числа, решение примеров на порядок действий, построение математических моделей текстовых задач, тренировать способность к выявлению свойств геометрических фигур на основе их построений и измерений.

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 106 (104)	Урок 107 (105)	Урок 108 (106)
К	№ 306–364	№ 365–371	№ 372–378
П	№ 388, 389, 404, 405	№ 391, 397, 406	№ 392–395, 412, 408, 409
Д	п.3.2.4, № 419, 427, 434 (а–е, гориз.)	№ 420, 426, 430	№ 421, 423, 431
С	№ 436	№ 390	№ 396
Урок №	**Урок 109 (107)**	**Урок 110 (108)**	**Урок 111 (109)**
К	№ 379–381 (1–4)	№ 381 (5, 6), 382–385	№ 386, 387
П	№ 398–400, 403, 410, 411	№ 401, 402, 414–416	№ 407, 417
Д	№ 422, 433, 434 (ж–н, гориз.)	№ 424, 429, 434 (а–у, верт.)	№ 428, 432, 434 (ф–я, верт.)
С	№ 437	№ 438	№ 439

№ 360.

1) Определяемое понятие – взаимно обратные числа.

2) $\frac{14}{3}$; $\frac{56}{29}$; $\frac{6}{7}$; 2; $\frac{1}{8}$; $\frac{1}{90}$; $\frac{3}{5}$; $\frac{5}{19}$; $\frac{b}{a}$; k; $\frac{1}{n}$.

№ 361.

1) Общее высказывание, истинно.
2) Общее высказывание, истинно.
3) Общее высказывание, истинно.
4) Высказывание о существовании, истинно (1).
5) Общее высказывание, истинно.
6) Высказывание о существовании, ложно.

№ 362.

а) $\frac{4}{9}:\frac{2}{5}=\frac{4}{9}\cdot\frac{5}{2}=\frac{10}{9}=1\frac{1}{9}$;

б) $\frac{2}{3}:\frac{13}{24}=\frac{2}{3}\cdot\frac{24}{13}=\frac{16}{13}=1\frac{3}{13}$;

в) $\frac{2}{9}:\frac{4}{3}=\frac{2}{9}\cdot\frac{3}{4}=\frac{1}{6}$;

г) $\frac{15}{16}:\frac{3}{10}=\frac{15}{16}\cdot\frac{10}{3}=\frac{25}{8}=3\frac{1}{8}$;

д) $\frac{7}{12}:\frac{21}{16}=\frac{7}{12}\cdot\frac{16}{21}=\frac{4}{9}$;

е) $\frac{36}{49}:\frac{6}{7}=\frac{36}{49}\cdot\frac{7}{6}=\frac{6}{7}$;

ж) $\frac{4}{35}:\frac{8}{5}=\frac{4}{35}\cdot\frac{5}{8}=\frac{1}{14}$;

з) $\frac{3}{10}:\frac{7}{100}=\frac{3}{10}\cdot\frac{100}{7}=\frac{30}{7}=4\frac{2}{7}$.

№ 363.

а) $\frac{5}{11}:3=\frac{5}{11\cdot 3}=\frac{5}{33}$;

д) $\frac{20}{9}:8=\frac{20}{9\cdot 8}=\frac{5}{18}$;

б) $\frac{8}{7}:2=\frac{8}{7\cdot 2}=\frac{4}{7}$;

в) $\frac{1}{3}:4=\frac{1}{3\cdot 4}=\frac{1}{12}$;

г) $\frac{10}{21}:5=\frac{10}{21\cdot 5}=\frac{2}{21}$;

е) $\frac{56}{13}:7=\frac{56}{13\cdot 7}=\frac{8}{13}$;

ж) $\frac{14}{15}:12=\frac{14}{15\cdot 12}=\frac{7}{90}$;

з) $\frac{27}{11}:18=\frac{27}{11\cdot 18}=\frac{3}{22}$.

№ 364.

а) $\frac{5}{38}:1=\frac{5}{38}$; б) $0:\frac{13}{7}=0$; в) $\frac{6}{23}:\frac{6}{23}=1$;

г) $0:\left(\frac{4}{5}:\frac{4}{5}\right)=0$; д) $\left(\frac{7}{6}:1\right):\frac{7}{6}=1$.

№ 365.

а) $1\frac{1}{49}:\frac{25}{42}=\frac{50}{49}\cdot\frac{42}{25}=\frac{12}{7}=1\frac{5}{7}$;

б) $\frac{7}{48}:6\frac{6}{7}=\frac{7}{48}:\frac{48}{7}=\frac{7}{48}\cdot\frac{7}{48}=\frac{49}{2304}$;

в) $5\frac{7}{13}:\frac{4}{39}=\frac{72}{13}\cdot\frac{39}{4}=54$;

г) $4\frac{3}{8}:5\frac{1}{4}=\frac{35}{8}:\frac{21}{4}=\frac{35}{8}\cdot\frac{4}{21}=\frac{5}{6}$;

д) $10\frac{3}{5}:1\frac{23}{30}=\frac{53}{5}:\frac{53}{30}=\frac{53}{5}\cdot\frac{30}{53}=6$;

е) $1\frac{7}{25}:2\frac{6}{25}=\frac{32}{25}:\frac{56}{25}=\frac{32}{25}\cdot\frac{25}{56}=\frac{4}{7}$;

ж) $8:2\frac{2}{3}=8:\frac{8}{3}=8\cdot\frac{3}{8}=3$;

з) $3\frac{5}{9}:4=\frac{32}{9}:4=\frac{32}{9\cdot 4}=\frac{8}{9}$;

и) $15:6\frac{1}{4}=15:\frac{25}{4}=15\cdot\frac{4}{25}=\frac{12}{5}=2\frac{2}{5}$;

к) $3\frac{3}{11}:\frac{27}{44}=\frac{36}{11}\cdot\frac{44}{27}=\frac{16}{3}=5\frac{1}{3}$;

л) $4\frac{1}{5}:7=\frac{21}{5}:7=\frac{21}{5\cdot 7}=\frac{3}{5}$;

м) $1\frac{7}{9}:3\frac{3}{7}=\frac{16}{9}:\frac{24}{7}=\frac{16}{9}\cdot\frac{7}{24}=\frac{14}{27}$;

н) $12\frac{8}{33}:4=3\frac{2}{33}$;

о) $45\frac{10}{29}:5=9\frac{2}{29}$;

п) $34\frac{17}{42}:17=2\frac{1}{42}$.

№ 366.

а) $\frac{ab}{n}:\frac{3a}{n}=\frac{ab}{n}\cdot\frac{n}{3a}=\frac{b}{3}$;

б) $\frac{3}{5d}:\frac{c}{10}=\frac{3}{5d}\cdot\frac{10}{c}=\frac{6}{cd}$;

в) $\frac{4x^3}{y}:x=\frac{4x^3}{xy}=\frac{4x^2}{y}$;

г) $b^3:\frac{b^2}{7a}=b^3\cdot\frac{7a}{b^2}=7ab$.

№ 367.

$13\frac{1}{2}:\frac{3}{4}=\frac{27}{2}\cdot\frac{4}{3}=18$ (б.).

Ответ: потребуется 18 банок.

№ 368.

$$324:1\frac{1}{5}=324:\frac{6}{5}=324\cdot\frac{5}{6}=270 \text{ (р.)}.$$

Ответ: цена конфет 270 руб.

№ 369.

$$8\frac{4}{5}:11=\frac{44}{5}:11=\frac{44}{5\cdot 11}=\frac{4}{5} \text{ (м)}.$$

Ответ: длина каждой части $\frac{4}{5}$ м.

№ 370.

$$2\frac{1}{4}:2=1\frac{1}{8} \text{ (ч)};$$

$$2\frac{1}{4}:2\frac{7}{10}=\frac{9}{4}:\frac{27}{10}=\frac{9}{4}\cdot\frac{10}{27}=\frac{5}{6} \text{ (ч)};$$

$$2\frac{1}{4}:3=\frac{9}{4}:3=\frac{9}{4\cdot 3}=\frac{3}{4} \text{ (ч)};$$

$$2\frac{1}{4}:3\frac{3}{4}=\frac{9}{4}:\frac{15}{4}=\frac{9}{4}\cdot\frac{4}{15}=\frac{3}{5} \text{ (ч)};$$

$$2\frac{1}{4}:4\frac{1}{2}=\frac{9}{4}:\frac{9}{2}=\frac{9}{4}\cdot\frac{2}{9}=\frac{1}{2} \text{ (ч)};$$

$$2\frac{1}{4}:5\frac{5}{8}=\frac{9}{4}:\frac{45}{8}=\frac{9}{4}\cdot\frac{8}{45}=\frac{2}{5} \text{ (ч)}.$$

№ 371.

$$8\frac{1}{4}:\frac{3}{20}\cdot 7\frac{4}{5}=\frac{33}{4}\cdot\frac{20}{3}\cdot\frac{39}{5}=429 \text{ (м)}.$$

Ответ: будет изготовлено 429 м.

№ 372.

1)

Если $m = 4$, то $4 < 4 : \frac{2}{5}$.

Если $m = 10$, то $10 < 10 : \frac{2}{5}$.

Если $m = \frac{1}{5}$, то $\frac{1}{5} < \frac{1}{5} : \frac{2}{5}$.

Если $m = \frac{15}{8}$, то $\frac{15}{8} < \frac{15}{8} : \frac{2}{5}$.

Число увеличивается при его делении на дробь, меньшую единицы.

Если $n = 5$, то $5 > 5 : \frac{5}{2}$.

Если $n = 15$, то $15 > 15 : \frac{5}{2}$.

Если $n = \frac{1}{2}$, то $\frac{1}{2} > \frac{1}{2} : \frac{5}{2}$.

Если $n = \frac{25}{16}$, то $\frac{25}{16} > \frac{25}{16} : \frac{5}{2}$.

Число уменьшается при его делении на дробь, большую единицы.

<u>№ 373.</u>

1) $5\frac{3}{47} < 5\frac{3}{47} : 1\frac{5}{11}$;

2) $9\frac{3}{8} : 2\frac{8}{15} < 9\frac{3}{8}$;

3) $4\frac{12}{13} : \frac{6}{7} > 4\frac{12}{13}$;

4) $8\frac{21}{59} < 8\frac{21}{59} : \frac{7}{16}$;

5) $a < a : 3\frac{2}{5}$;

6) $b : \frac{11}{7} > b$;

7) $c : \frac{5}{9} > c$;

8) $d < d : \frac{2}{5}$.

<u>№ 374.</u>

1) x – большее число, $x - 8\frac{1}{2}$ – меньшее число.

$x + x - 8\frac{1}{2} = 17$

$2x - 8\frac{1}{2} = 17$

$2x = 17 + 8\frac{1}{2}$

$2x = 25\frac{1}{2}$

$x = 25\frac{1}{2} : 2$

$x = 12\frac{3}{4}$

$12\frac{3}{4} - 8\frac{1}{2} = 12\frac{3}{4} - 8\frac{2}{4} = 4\frac{1}{4}$

$12\frac{3}{4} : 4\frac{1}{4} = \frac{51}{4} : \frac{17}{4} = \frac{51}{4} \cdot \frac{4}{17} = 3$

Ответ: одно число в 3 раза больше другого.

2) x – большее число, $x-2\frac{1}{2}$ – меньшее число.

$$x+x-2\frac{1}{2}=10\frac{5}{6}$$

$$2x-2\frac{1}{2}=10\frac{5}{6}$$

$$2x=10\frac{5}{6}+2\frac{1}{2}=10\frac{5}{6}+2\frac{3}{6}=12\frac{8}{6}=13\frac{2}{6}=13\frac{1}{3}$$

$$2x=13\frac{1}{3}$$

$$x=13\frac{1}{3}:2$$

$$x=6\frac{2}{3}$$

$$6\frac{2}{3}-2\frac{1}{2}=6\frac{4}{6}-2\frac{3}{6}=4\frac{1}{6}$$

$$6\frac{2}{3}:4\frac{1}{6}=\frac{20}{3}:\frac{25}{6}=\frac{20}{3}\cdot\frac{6}{25}=\frac{8}{5}=1\frac{3}{5}$$

Ответ: одно число в $1\frac{3}{5}$ раза меньше другого.

№ 375.

1) Если $a=\frac{9}{25}$, то $3\frac{3}{5}:\frac{9}{25}=\frac{18}{5}\cdot\frac{25}{9}=10$.

Если $a=1$, то $3\frac{3}{5}:1=3\frac{3}{5}$.

Если $a=1\frac{1}{5}$, то $3\frac{3}{5}:1\frac{1}{5}=\frac{18}{5}\cdot\frac{5}{6}=3$.

Если $a=1\frac{1}{3}$, то $3\frac{3}{5}:1\frac{1}{3}=\frac{18}{5}\cdot\frac{3}{4}=\frac{27}{10}=2\frac{7}{10}$.

Если $a=2\frac{7}{10}$, то $3\frac{3}{5}:2\frac{7}{10}=\frac{18}{5}\cdot\frac{10}{27}=\frac{4}{3}=1\frac{1}{3}$.

Если $a=3$, то $3\frac{3}{5}:3=1\frac{1}{5}$.

Если $a=3\frac{3}{5}$, то $3\frac{3}{5}:3\frac{3}{5}=1$.

Если $a=10$, то $3\frac{3}{5}:10=\frac{18}{5\cdot 10}=\frac{9}{25}$.

2) Если $b=\frac{1}{3}$, то $\frac{1}{3}:4\frac{2}{3}=\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{14}=\frac{1}{14}$.

Если $b=1$, то $1:4\frac{2}{3}=1\cdot\frac{3}{14}=\frac{3}{14}$.

Если $b = 2\frac{1}{3}$, то $2\frac{1}{3} : 4\frac{2}{3} = \frac{7}{3} \cdot \frac{3}{14} = \frac{1}{2}$.

Если $b = 4\frac{2}{3}$, то $4\frac{2}{3} : 4\frac{2}{3} = \frac{14}{3} \cdot \frac{3}{14} = 1$.

Если $b = 6\frac{2}{9}$, то $6\frac{2}{9} : 4\frac{2}{3} = \frac{56}{9} \cdot \frac{3}{14} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$.

Если $b = 7$, то $7 : 4\frac{2}{3} = 7 \cdot \frac{3}{14} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$.

Если $b = 12\frac{5}{6}$, то $12\frac{5}{6} : 4\frac{2}{3} = \frac{77}{6} \cdot \frac{3}{14} = \frac{11}{4} = 2\frac{3}{4}$.

Если $b = 28$, то $28 : 4\frac{2}{3} = 28 \cdot \frac{3}{14} = 6$.

<u>№ 376.</u>

1) $\left(\frac{1}{2}\right)^3; \left(\frac{1}{2}\right)^2; \frac{1}{2}$;   2) $\left(\frac{1}{5}\right)^{222}; \left(\frac{1}{5}\right)^{22}; \left(\frac{1}{5}\right)^2$;   3) $\frac{3}{2}; \left(\frac{3}{2}\right)^{10}; \left(\frac{3}{2}\right)^{100}$.

<u>№ 377.</u>

1) $5\frac{1}{4} \cdot a = \frac{7}{8}$

$a = \frac{7}{8} \cdot 5\frac{1}{4}$

$a = \frac{7}{8} : \frac{21}{4}$

$a = \frac{7}{8} \cdot \frac{21}{4}$

$a = \frac{1}{6}$

2) $4\frac{2}{9} = 6\frac{1}{3} \cdot b$

$b = 4\frac{2}{9} : 6\frac{1}{3}$

$b = \frac{38}{9} : \frac{19}{3}$

$b = \frac{38}{9} \cdot \frac{3}{18}$

$b = \frac{2}{3}$

3) $c : 1\frac{11}{16} = \frac{4}{9}$

$c = \frac{4}{9} \cdot 1\frac{11}{16}$

5) $1\frac{2}{3} : x = 2\frac{7}{9}$

$x = 1\frac{2}{3} : 2\frac{7}{9}$

$x = \frac{5}{3} \cdot \frac{9}{25}$

$x = \frac{3}{5}$

6) $2\frac{1}{2} = 1\frac{2}{3} : y$

$y = 2\frac{1}{2} \cdot 1\frac{2}{3}$

$y = \frac{5}{2} \cdot \frac{5}{3}$

$y = \frac{25}{6}$

$y = 4\frac{1}{6}$

7) $4m = 3\frac{3}{7}$

$m = 3\frac{3}{7} : 4$

$c = \frac{4}{9} \cdot \frac{27}{16}$ $\qquad$ $m = \frac{24}{7} : 4$

$c = \frac{3}{4}$ $\qquad$ $m = \frac{6}{7}$

4) $8\frac{1}{4} = d : \frac{2}{11}$ $\qquad$ 8) $24\frac{12}{19} = 6n$

$d = 8\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{11}$ $\qquad$ $n = 24\frac{12}{19} : 6$

$d = \frac{33}{4} \cdot \frac{2}{11}$ $\qquad$ $n = 4\frac{2}{19}$

$d = \frac{3}{2}$

$d = 1\frac{1}{2}$

№ 378.

1) $2\frac{1}{4} : \frac{3}{8} : \frac{1}{2} = \frac{9}{4} \cdot \frac{8}{3} \cdot 2 = 12;$

2) $2\frac{1}{4} : \left(\frac{3}{8} : \frac{1}{2}\right) = \frac{9}{4} : \left(\frac{3}{8} \cdot 2\right) = \frac{9}{4} : \frac{3}{4} = \frac{9}{4} \cdot \frac{4}{3} = 3;$

3) $1\frac{1}{2} : 1\frac{1}{4} : 1\frac{2}{3} : 1\frac{1}{5} = \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{6} = \frac{3}{5};$

4) $1\frac{1}{2} : \left(1\frac{1}{4} : 1\frac{2}{3}\right) : 1\frac{1}{5} = 1\frac{1}{2} : \left(\frac{5}{4} \cdot \frac{3}{5}\right) \cdot \frac{5}{6} = \frac{3}{2} : \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} = \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3};$

5) $\left(1\frac{1}{2}\right)^2 : \left(1\frac{1}{4}\right)^2 : \left(1\frac{2}{3}\right)^2 : \left(1\frac{1}{5}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 : \left(\frac{5}{4}\right)^2 : \left(\frac{5}{3}\right)^2 : \left(\frac{6}{5}\right)^2 = \frac{9}{4} : \frac{25}{16} : \frac{25}{9} : \frac{36}{25} =$

$= \frac{9}{4} \cdot \frac{16}{25} \cdot \frac{9}{25} \cdot \frac{25}{36} = \frac{9}{25};$

6) $1\frac{1}{2} : \left(1\frac{1}{4}\right)^2 : 1\frac{2}{3} : \left(1\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{3}{2} : \left(\frac{5}{4}\right)^2 : \frac{5}{3} : \left(\frac{6}{5}\right)^2 = \frac{3}{2} \cdot \frac{16}{25} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{25}{36} = \frac{2}{5}.$

№ 379.

1) x м — первоначальная ширина участка, $35\frac{3}{4}x$ м² – первоначальная площадь участка.

$35\frac{3}{4} + 8\frac{7}{20} = 35\frac{15}{20} + 8\frac{7}{20} = 43\frac{22}{20} = 44\frac{2}{20} = 44\frac{1}{10}$ (м).

$44\frac{1}{10}x = 882$

$x = 882 : 44\frac{1}{10}$

$x = 882 : \frac{441}{10}$

$x = 882 \cdot \frac{10}{441}$

$x = 20$

$35\frac{3}{4} \cdot 20 = 700 + 15 = 715$ (м²).

Ответ: площадь первоначального участка 715 м².

2) x см – длина ребра куба, $x > 0$;
$6x^2$ см² – площадь поверхности куба.

$6x^2 = 13\frac{1}{2}$

$x^2 = 13\frac{1}{2} : 6$

$x^2 = \frac{27}{2 \cdot 6}$

$x^2 = \frac{9}{4}$

$x = \frac{3}{2}$

Ответ: длина ребра куба $1\frac{1}{2}$ см.

<u>№ 380.</u>

1)

1) $2\frac{1}{2} : 1\frac{9}{16} = \frac{5}{2} \cdot \frac{16}{25} = \frac{8}{5}$ (м) – ширина;

2) $\frac{5}{2} \cdot \frac{8}{5} = 4$ (м²) – площадь основания;

3) $12\frac{4}{5} : 4 = \frac{64}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{16}{5} = 3\frac{1}{5}$ (м).

Ответ: высота прямоугольного параллелепипеда $3\frac{1}{5}$ м

2)

1) $\left(\frac{3}{5}\right)^3 = \frac{27}{125}$ (дм³).

x дм — сторона листа;

$x^2 \cdot \frac{1}{100} = \frac{27}{125}$

$x^2 = \frac{27}{125} : \frac{1}{100}$

$x^2 = \frac{27}{125} \cdot 100$

$x^2 = \frac{108}{5}$

Ответ: площадь листа $21\frac{3}{5}$ дм^2.

№ 381.

1) $2\frac{1}{6} - 1\frac{2}{9} : 3\frac{2}{3} = 2\frac{1}{6} - \frac{11}{9} \cdot \frac{3}{11} = 2\frac{1}{6} - \frac{1}{3} = 2\frac{1}{6} - \frac{2}{6} = 1\frac{7}{6} - \frac{2}{6} = 1\frac{5}{6}$.

2) $4\frac{2}{5} : \left(\frac{7}{10} + 2\frac{3}{5}\right) = 4\frac{2}{5} : \left(\frac{7}{10} + 2\frac{6}{10}\right) = 4\frac{2}{5} : 2\frac{13}{10} = \frac{22}{5} \cdot \frac{10}{33} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$.

3) $5 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 : \left(\frac{4}{9}\right)^2 = 5 \cdot \frac{8}{27} : \frac{16}{81} = 5 \cdot \frac{8}{27} \cdot \frac{81}{16} = 7\frac{1}{2}$.

4) $\left(\frac{5}{6} + 2\frac{3}{4}\right) : 4\frac{7}{9} \cdot 2\frac{2}{3} - 1\frac{2}{3} = \frac{1}{3}$.

$\frac{10}{12} + 2\frac{9}{12} = 2\frac{19}{12} = 3\frac{7}{12}$;

$\frac{43}{12} \cdot \frac{9}{43} \cdot \frac{8}{3} = 2$;

$2 - 1\frac{2}{3} = \frac{1}{3}$.

5) $\left(1\frac{1}{8} + 1\frac{1}{2}\right) : 3 : \left(5\frac{1}{2} - \frac{9}{20} : 1\frac{4}{5}\right) = \frac{1}{6}$.

$1\frac{1}{8} + 1\frac{4}{8} = 2\frac{5}{8}$;

$\frac{9}{20} : \frac{9}{5} = \frac{9}{20} \cdot \frac{5}{9} = \frac{1}{4}$;

$5\frac{2}{4} - \frac{1}{4} = 5\frac{1}{4}$;

$2\frac{5}{8} : 3 : 5\frac{1}{4} = \frac{21}{8} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{21} = \frac{1}{6}$.

6) $\frac{9}{10} \cdot 1\frac{1}{14} : 2\frac{4}{7} \cdot 24 - 2\frac{4}{15} : \left(1\frac{1}{5} - \frac{2}{3}\right) = 4\frac{3}{4}$.

$1\frac{3}{15} - \frac{10}{15} = \frac{8}{15}$;

$\frac{9}{10} \cdot 1\frac{1}{14} : 2\frac{4}{7} \cdot 24 = \frac{9}{10} \cdot \frac{15}{14} \cdot \frac{7}{18} \cdot 24 = 9$;

$2\frac{4}{15} : \frac{8}{15} = \frac{34}{15} \cdot \frac{15}{8} = \frac{17}{4} = 4\frac{1}{4}$;

$9 - 4\frac{1}{4} = 4\frac{3}{4}$.

№ 382.

1)

1) $336 : 2\frac{2}{5} = 336 \cdot \frac{5}{12} = 140$ (км/ч) — скорость сближения.

x км/ч – меньшая скорость, $(x + 5)$ км/ч – скорость второго поезда.

$x + x + 5 = 140$

$2x = 135$

$x = 67\frac{1}{2}$

$67\frac{1}{2} + 5 = 72\frac{1}{2}$ (км/ч).

Ответ: скорости поездов $67\frac{1}{2}$ км/ч, $72\frac{1}{2}$ км/ч.

2)

1) $800 : 4 = 200$ (км/ч) — скорость вертолета;

2) $800 - 200 = 600$ (км/ч) — скорость сближения;

3) $200 \cdot 1\frac{1}{2} = 300$ (км) — пролетел вертолет;

4) $300 : 600 = \frac{300}{600} = \frac{1}{2}$ (ч);

5) $1\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 2$ (ч);

6) $12 + 2 = 14$ (ч);

7) $200 \cdot 2 = 400$ (км).

Ответ: самолет догонит вертолет в 14 часов на расстоянии 400 км.

№ 383.

1) $36\frac{3}{4} : 2\frac{3}{16} = \frac{147}{4} \cdot \frac{16}{35} = \frac{84}{5} = 16\frac{4}{5}$ (км/ч) — скорость велосипедиста;

2) $168 - 70 = 98$ (км) — проехал мотоциклист;

3) $70 : 16\frac{4}{5} = 70 \cdot \frac{5}{84} = \frac{175}{42} = 4\frac{1}{6}$ (ч) — был в дороге велосипедист;

4) $98 : 36\frac{3}{4} = 98 \cdot \frac{4}{147} = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$ (ч);

5) $4\frac{1}{6} - 2\frac{2}{3} = 4\frac{1}{6} - 2\frac{4}{6} = 1\frac{1}{2}$ (ч).

Ответ: на $1\frac{1}{2}$ ч.

№ 384.

1) $3\frac{1}{2} : 4\frac{1}{5} = \frac{7}{2} \cdot \frac{5}{21} = \frac{5}{6}$ (ч) — был в пути пешеход;

2) $3\frac{1}{2}:21=\frac{7}{2}\cdot\frac{1}{21}=\frac{1}{6}$ (ч);

3) $\frac{1}{6}+\frac{1}{4}=\frac{5}{12}$ (ч).

$\frac{5}{6}>\frac{5}{12}$

Ответ: велосипедист догонит пешехода.

№ 385.

1) $142\frac{4}{5}:12\frac{3}{4}=\frac{714}{5}\cdot\frac{4}{51}=\frac{56}{5}=11\frac{1}{5}$ (раз);

2) $12:\left(4\frac{2}{3}-4\frac{2}{5}\right)=12:\frac{4}{15}=12\cdot\frac{15}{4}=45$ (мин);

$176:4\frac{2}{5}=40$ (мин).

Алисе потребуется 42 минуты;

Ответ: пираты не догонят Алису.

№ 386.

1) $3x+5x=7$

$8x=7$

$x=\frac{7}{8}$

2) $1=6x-2x+x$

$5x=1$

$x=\frac{1}{5}$

3) $7\frac{1}{4}x-x=9\frac{3}{8}$

$6\frac{1}{4}x=9\frac{3}{8}$

$x=9\frac{3}{8}:6\frac{1}{4}$

$x=\frac{75}{8}\cdot\frac{4}{25}$

$x=\frac{3}{2}$

$x=1\frac{1}{2}$

4) $1:2\frac{7}{9}=x+4\frac{2}{5}x$

$\frac{9}{25}=5\frac{2}{5}x$

$x=\frac{9}{25}:\frac{27}{5}$

$x=\frac{1}{15}$

5) $3\frac{1}{8} : \left(x - 4\frac{7}{24}\right) = \frac{17}{18} + 1\frac{5}{6}$

$3\frac{1}{8} : \left(x - 4\frac{7}{24}\right) = 2\frac{7}{9}$

$x - 4\frac{7}{24} = 3\frac{1}{8} : 2\frac{7}{9}$

$x - 4\frac{7}{24} = \frac{25}{8} \cdot \frac{9}{25}$

$x - 4\frac{7}{24} = \frac{9}{8}$

$x - 4\frac{7}{24} = 1\frac{1}{8}$

$x = 1\frac{1}{8} + 4\frac{7}{24}$

$x = 5\frac{5}{12}$

6) $24\frac{1}{14} + 8\frac{3}{7} = \left(x : 1\frac{1}{9}\right) \cdot 5\frac{5}{12}$

$32\frac{1}{2} = \left(x : 1\frac{1}{9}\right) \cdot 5\frac{5}{12}$

$x : 1\frac{1}{9} = 32\frac{1}{2} : 5\frac{5}{12}$

$x : 1\frac{1}{9} = \frac{65}{2} \cdot \frac{12}{65}$

$x : 1\frac{1}{9} = 6$

$x = 6 \cdot 1\frac{1}{9}$

$x = 6\frac{2}{3}$

7) $\left(4\frac{1}{5} : x + 1\frac{1}{3}\right) : 2\frac{4}{35} - \frac{4}{5} = 1\frac{8}{15}$

$\left(4\frac{1}{5} : x + 1\frac{1}{3}\right) : 2\frac{4}{35} = 1\frac{8}{15} + \frac{4}{5}$

$\left(4\frac{1}{5} : x + 1\frac{1}{3}\right) : 2\frac{4}{35} = 2\frac{1}{3}$

$4\frac{1}{5} : x + 1\frac{1}{3} = 2\frac{1}{3} \cdot 2\frac{4}{35}$

$4\frac{1}{5} : x + 1\frac{1}{3} = \frac{7}{3} \cdot \frac{74}{35}$

$4\frac{1}{5} : x + 1\frac{1}{3} = \frac{74}{15}$

$4\frac{1}{5} : x + 1\frac{1}{3} = 4\frac{14}{15}$

$4\frac{1}{5} : x = 4\frac{14}{15} - 1\frac{1}{3}$

$4\frac{1}{5} : x = 3\frac{3}{5}$

$x = 4\frac{1}{5} : 3\frac{3}{5}$

$x = \frac{21}{5} \cdot \frac{5}{18}$

$x = 1\frac{1}{6}$

8) $4\frac{1}{5} : 1\frac{1}{5} = 2\frac{3}{4} \cdot 4 - 1\frac{7}{18}x$

$\frac{21}{5} \cdot \frac{5}{6} = 11 - 1\frac{7}{18}x$

$\frac{7}{2} = 11 - 1\frac{7}{18}x$

$1\frac{7}{18}x = 11 - 3\frac{1}{2}$

$1\frac{7}{18}x = 7\frac{1}{2}$

$x = \frac{15}{2} : \frac{25}{18}$

$x = \frac{15}{2} \cdot \frac{18}{25}$

$x = \frac{27}{5}$

$x = 5\frac{2}{5}$

№ 387.

1) $x \cdot 2\frac{1}{2} : 1\frac{1}{5} - \frac{7}{18} = 1\frac{5}{6}$

$x \cdot 2\frac{1}{2} : 1\frac{1}{5} = 1\frac{5}{6} + \frac{7}{18}$

$x \cdot 2\frac{1}{2} : 1\frac{1}{5} = 2\frac{2}{9}$

$x = 2\frac{2}{9} \cdot 1\frac{1}{5} : 2\frac{1}{2}$

$x = \frac{20}{9} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{2}{5}$

$x = 1\frac{1}{15}$

Ответ: задуманное число $1\frac{1}{15}$.

2) $(6\frac{1}{4} - x) \cdot 1\frac{2}{3} \cdot 2\frac{4}{5} = 146 : 5\frac{3}{14}$

$(6\frac{1}{4} - x) \cdot 1\frac{2}{3} \cdot 2\frac{4}{5} = 146 \cdot \frac{14}{73}$

$(6\frac{1}{4} - x) \cdot 1\frac{2}{3} \cdot 2\frac{4}{5} = 28$

$6\frac{1}{4} - x = 28 : 2\frac{4}{5} : 1\frac{2}{3}$

$6\frac{1}{4} - x = 28 \cdot \frac{5}{14} \cdot \frac{3}{5}$

$6\frac{1}{4} - x = 6$

$x = 6\frac{1}{4} - 6$

$x = \frac{1}{4}$

Ответ: задуманное число $\frac{1}{4}$.

3) $x + 3x = 12\frac{4}{11}$

$4x = 12\frac{4}{11}$

$x = 12\frac{4}{11} : 4$

$x = 3\frac{1}{11}$

$3\frac{1}{11} \cdot 3 = 9\frac{3}{11}$

Ответ: искомые числа $3\frac{1}{11}$ и $9\frac{3}{11}$.

4) $x + 4\frac{5}{7} = 12x$

$12x - x = 4\frac{5}{7}$

$11x = 4\frac{5}{7}$

$x = 4\frac{5}{7} : 11$

$x = \frac{33}{7} : 11$

$x = \frac{3}{7}$

Ответ: задуманное число $\frac{3}{7}$.

5) $\left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x + 2\frac{1}{2}\right) = x^2 + 8\frac{1}{4}$

$x^2 + \frac{1}{2}x + 2\frac{1}{2}x + \frac{5}{4} = x^2 + 8\frac{1}{4}$

$3x = 8\frac{1}{4} - 1\frac{1}{4}$

$3x = 7$

$x = \frac{7}{3}$

$x = 2\frac{1}{3}$

Ответ: задуманное число $2\frac{1}{3}$.

П. 3. 2. 5. Примеры вычислений с дробями (3 ч)

Основные содержательные цели

1) Сформировать понятие дробного выражения, умение находить значения дробных выражений и решать уравнения, содержащие дробные выражения.

2) Повторить и закрепить умения: действовать с дробями и натуральными числами; сокращать дроби; понятие степени числа; метод проб и ошибок; методы решения задач на движение; графики движения.

Особенности изучения учебного содержания

В пятом пункте учащиеся знакомятся с понятием «дробное выражение» и способами нахождения значений таких выражений. Для создания образного представления в речевую практику учащихся вводится такое выражение, как «многоэтажная» дробь». Эта работа строится с опорой на знание учащихся о том, что черту дроби можно рассматривать как другое обозначение действия деления.

Учащиеся знакомятся со способами ведения записи. Запись нахождения значения дробных выражений можно вести «по действиям» и «цепочкой». Первый способ знаком учащимся с начальной школы и отличается лишь появлением еще одного «спрятанного» в дробной черте действия – деления значения числителя на значение знаменателя.

Второй способ непривычен для пятиклассников, однако важно переходить и к такой форме записи. Ведь именно так будет вестись ими запись выполнения преобразований над алгебраическими дробями в курсе алгебры.

При выполнении № 445 учащиеся еще раз убеждаются, как может упростить расчеты применение свойств (в данном случае применяются распределительное свойство и основное свойство дроби).

Важным будет выполнение № 446, при этом учащиеся учатся определять порядок действий в «многоэтажных» дробях. В классе можно ограничиться составлением программы действий.

При изучении данного пункта учащиеся знакомятся со способом перехода к натуральным числам (№ 447–448). Такой подход позволяет рассмотреть новый способ решения уравнений с дробными выражениями:

$$\frac{7}{10}x - \frac{1}{4}x + \frac{1}{5}x = 1\frac{19}{20}$$

$$\left(\frac{7}{10}x - \frac{1}{4}x + \frac{1}{5}x = 1\frac{19}{20}\right) \cdot 20 = 1\frac{19}{20} \cdot 20$$

$$14x - 5x + 4x = 39$$

$$13x = 39$$

$$x = 39 : 13$$

$$x = 3$$

Ответ: $\{3\}$.

Не нужно считать, что после изучения данного пункта каждый ученик должен уметь находить значение дробного выражения всеми вышеуказанными способами, – здесь работает принцип минимакса. Достаточно, чтобы каждый пятиклассник получил представление о дробном выражении и о том, как найти его значение. Нахождение значения дробного выражения не включается в предложенную контрольную работу по данной главе, однако для реализации принципа минимакса нужно изучить данный пункт. Работа по нахождению значения дробного выражения различными способами и умением выбрать наиболее рациональный из них продолжится в шестом классе.

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5–6 классов основной школы авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсон по программе «Учусь учиться» по данному пункту предлагаются сценарии 112–114.

Урок 112 Примеры вычислений с дробями.

Новое знание.

Алгоритм нахождения значения дробного выражения.

Актуализация знаний.

Сложение и вычитание дробей, умножение и деление дробей, умение определять порядок действий в числовых выражениях.

Пробное задание.

Найти значение выражения: $\dfrac{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}}{\frac{2}{3}-\frac{1}{4}}$.

Фиксация затруднения.

– Я не смог найти значение дробного выражения.

– Я не смог правильно найти значение дробного выражения.

– Я не могу обосновать свои действия.

Фиксация причины затруднения.

– У нас нет эталона нахождения значений дробных выражений.

Цель деятельности.

Построить алгоритм и научиться находить значения дробных выражений.

Эталон

Алгоритм нахождения значения дробного выражения

Способ 1

1. Найти значение выражения в числителе дробного выражения.
2. Найти значение выражения в знаменателе дробного выражения.
3. Найти частное результатов, которые получились в числителе и знаменателе.

Способ 2

1. Находить значения выражений в числителе и знаменателе дробного выражения параллельно.
2. Найти частное результатов, которые получились в числителе и знаменателе.

Урок 113 Примеры вычислений с дробями.

Новое знание.

Алгоритм нахождения значения дробного выражения переходом к натуральным числам.

Актуализация знаний.

Основное свойство дроби, умножение дроби и смешанного числа на натуральное число, распределительное свойство умножения.

Пробное задание.

Найти значение дробного выражения быстро: $\dfrac{\frac{2}{7}\cdot\frac{4}{9}\cdot 1\frac{3}{5}}{\frac{5}{7}\cdot\frac{8}{9}\cdot 2\frac{2}{5}}$.

Фиксация затруднения.

– Я не смог быстро найти значение дробного выражения.

– Я не смог быстро правильно найти значение дробного выражения.

– Я не могу обосновать свои действия.

Фиксация причины затруднения.

У нас нет быстрого способа нахождения значений дробных выражений.

Цель деятельности.

Найти быстрый способ нахождения значений дробных выражений и научиться пользоваться построенным способом.

Эталон

Алгоритм нахождения значения дробного выражения при помощи перехода к натуральным числам

1. Если в числителе и знаменателе сумма или разность, то умножить числитель и знаменатель на НОК всех знаменателей.
2. Применить распределительное свойство умножения.
3. Выполнить действия в числителе и знаменателе.
4. Если необходимо, то упростить результат.

1. Если в числителе и знаменателе произведения, то умножить каждый множитель на знаменатель дроби. Проверить выполнение основного свойства дроби и, если нужно, домножить на нехватающие числа числитель и знаменатель.
2. Сократить дробь.
3. Выполнить умножение в числителе и знаменателе.
4. Если в результате получилась неправильная дробь, то выделить целую часть.

Урок 114 Примеры вычислений с дробями (Р).

Цели урока: тренировать умения упрощать выражения и решать уравнения со смешанными числами методом перехода к натуральным числам; тренировать способность к рефлексии собственной деятельности; повторить и закрепить метод проб и ошибок, понятие степени числа, преобразование буквенных выражений; тренировать способность к действиям с многозначными числами, анализу и решению текстовых задач.

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 112 (110)	Урок 113 (111)	Урок 114 (112)
К	№ 442–445	№ 446–448	№ 449–451
П	№ 452, 459–464	№ 465, 468–471	№ 454–458, 466, 467
Д	п.3.2.5, № 437, 476, 477	№ 474, 478, 480	№ 457, 479, 481
С	№ 482	№ 483	№ 484

№ 442.

а) $\dfrac{6}{4\frac{2}{3}} = 6 : 4\frac{2}{3}$;

б) $\dfrac{2\frac{3}{4}}{11} = 2\frac{3}{4} : 11$;

в) $\dfrac{3\frac{7}{9}}{1\frac{5}{12}} = 3\frac{7}{9} : 1\frac{5}{12}$;

г) $\dfrac{8-2\frac{3}{7}}{15\frac{3}{5}\cdot 2} = \left(8-2\frac{3}{7}\right) : \left(15\frac{3}{5}\cdot 2\right)$;

д) $\dfrac{ab^2}{10\frac{5}{7}} = ab^2 : 10\frac{5}{7}$;

е) $\dfrac{\frac{2}{45}x}{y-z} = \dfrac{2}{45}x : (y-z)$.

№ 443.

а) В первой дроби числитель $\frac{1}{2}$, а знаменатель 3, а во второй – числитель 1, а знаменатель $\frac{2}{3}$.

$\dfrac{\frac{1}{2}}{3} = \dfrac{1}{2} : 3 = \dfrac{1}{6}$;

$\dfrac{1}{\frac{2}{3}} = 1 : \dfrac{2}{3} = \dfrac{3}{2} = 1\dfrac{1}{2}$

б) $\dfrac{2}{\frac{3}{4}} = 2 : \dfrac{3}{4} = \dfrac{8}{3} = 2\dfrac{2}{3}$;

$\dfrac{\frac{2}{3}}{4} = \dfrac{2}{3} : 4 = \dfrac{1}{6}$.

№ 444.

а) $\dfrac{30}{\frac{5}{12}+\frac{1}{4}} = \dfrac{30}{\frac{5}{12}+\frac{3}{12}} = \dfrac{30}{\frac{8}{12}} = \dfrac{30}{\frac{2}{3}} = 30 : \dfrac{2}{3} = 45$;

б) $\dfrac{1\frac{3}{8}\cdot 2}{11} = \dfrac{2\frac{3}{4}}{11} = \dfrac{11}{4} : 11 = \dfrac{1}{4}$;

в) $\dfrac{4-1\frac{3}{5}}{7\frac{1}{2}\cdot\frac{9}{25}} = \dfrac{2\frac{2}{5}}{\frac{15}{2}\cdot\frac{9}{25}} = \dfrac{\frac{12}{5}}{\frac{27}{10}} = \dfrac{12}{5}\cdot\dfrac{10}{27} = \dfrac{8}{9}$;

г) $\dfrac{8\frac{1}{3}:2}{1\frac{9}{10}+4\frac{7}{20}}=\dfrac{4\frac{1}{6}}{6\frac{1}{4}}=\dfrac{2}{3}$;

д) $\dfrac{\left(7\frac{1}{3}:1\frac{1}{6}\right):(8:7)}{9:\left(1\frac{3}{11}+2\right)}=\dfrac{\frac{22}{3}\cdot\frac{6}{7}:\frac{8}{7}}{9:3\frac{3}{11}}=\dfrac{\frac{22}{3}\cdot\frac{6}{7}\cdot\frac{7}{8}}{9\cdot\frac{11}{36}}=\dfrac{\frac{11}{2}}{\frac{11}{4}}=\dfrac{11}{2}\cdot\dfrac{4}{11}=2$;

е) $\dfrac{3\frac{4}{7}:\left(6\frac{1}{28}-3\frac{3}{4}\right)}{\left(1\frac{5}{6}\cdot1\frac{5}{22}\right):18\cdot5}=\dfrac{3\frac{4}{7}:\left(6\frac{1}{28}-3\frac{21}{28}\right)}{\frac{11}{6}\cdot\frac{27}{22}:18\cdot5}=\dfrac{3\frac{4}{7}:2\frac{8}{28}}{\frac{5}{8}}=\dfrac{\frac{25}{7}\cdot\frac{7}{16}}{\frac{5}{8}}=\dfrac{25}{7}\cdot\dfrac{7}{16}\cdot\dfrac{8}{5}=2\dfrac{1}{2}$.

№ 445.

а) $\dfrac{3\frac{5}{11}\cdot6\frac{3}{4}}{3\frac{5}{11}\cdot6\frac{3}{4}+3\frac{5}{11}\cdot1\frac{1}{2}}=\dfrac{3\frac{5}{11}\cdot6\frac{3}{4}}{3\frac{5}{11}\left(6\frac{3}{4}+1\frac{1}{2}\right)}=\dfrac{6\frac{3}{4}}{8\frac{1}{4}}=\dfrac{27}{4}:\dfrac{33}{4}=\dfrac{27}{4}\cdot\dfrac{4}{33}=\dfrac{9}{11}$;

б) $\dfrac{2\frac{5}{9}\cdot1\frac{7}{8}+2\frac{4}{9}\cdot1\frac{7}{8}}{\left(1\frac{7}{8}\right)^2}=\dfrac{1\frac{7}{8}\left(2\frac{5}{9}+2\frac{4}{9}\right)}{\left(1\frac{7}{8}\right)^2}=\dfrac{5}{1\frac{7}{8}}=5\cdot\dfrac{8}{15}=\dfrac{8}{3}=2\dfrac{2}{3}$;

в) $\dfrac{4\frac{2}{9}\cdot5\frac{1}{2}+4\frac{2}{9}\cdot3\frac{1}{2}}{4\frac{2}{9}\cdot5\frac{1}{2}-4\frac{2}{9}\cdot3\frac{1}{2}}=\dfrac{4\frac{2}{9}\left(5\frac{1}{2}+3\frac{1}{2}\right)}{4\frac{2}{9}\left(5\frac{1}{2}-3\frac{1}{2}\right)}=\dfrac{9}{2}=4\dfrac{1}{2}$.

№ 446.

1) $1+\dfrac{2}{1-\frac{1}{2}}=1+\dfrac{2}{\frac{1}{2}}=1+4=5$;

2) $\dfrac{\dfrac{3}{\frac{1}{3}+1}-2}{1-\frac{3}{4}}=\dfrac{\dfrac{3}{\frac{4}{3}}-2}{\frac{1}{4}}=\dfrac{\frac{9}{4}-2}{\frac{1}{4}}=\dfrac{2\frac{1}{4}-2}{\frac{1}{4}}=\dfrac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{4}}=1$;

3) $\dfrac{1+\dfrac{\frac{1}{3}-\frac{1}{5}}{2}}{1-\dfrac{\frac{1}{3}+\frac{1}{5}}{2}}=\dfrac{1+\dfrac{\frac{2}{15}}{2}}{1-\dfrac{\frac{8}{15}}{2}}=\dfrac{1+\frac{1}{15}}{1-\frac{4}{15}}=\dfrac{\frac{16}{15}}{\frac{11}{15}}=\dfrac{16}{15}\cdot\dfrac{15}{11}=\dfrac{16}{11}=1\dfrac{5}{11}$;

4) $\dfrac{\dfrac{4}{\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{6}}-1\dfrac{1}{2}}{\dfrac{4}{\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{6}}+1\dfrac{1}{2}}=\dfrac{\dfrac{4}{\dfrac{2}{3}}-1\dfrac{1}{2}}{\dfrac{4}{\dfrac{1}{3}}+1\dfrac{1}{2}}=\dfrac{6-1\dfrac{1}{2}}{12+1\dfrac{1}{2}}=\dfrac{4\dfrac{1}{2}}{13\dfrac{1}{2}}=\dfrac{\dfrac{9}{2}}{\dfrac{27}{2}}=\dfrac{9}{2}\cdot\dfrac{2}{27}=\dfrac{1}{3}$;

5) $1+\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{2}}}}=1+\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{\dfrac{3}{2}}}}=1+\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{1+\dfrac{2}{3}}}=1+\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{\dfrac{5}{3}}}=1+\dfrac{1}{1+\dfrac{3}{5}}=$

$=1+\dfrac{1}{\dfrac{8}{5}}=1+\dfrac{5}{8}=1\dfrac{5}{8}$;

6) $2-\dfrac{1}{2-\dfrac{1}{2-\dfrac{1}{2-\dfrac{1}{2}}}}=2-\dfrac{1}{2-\dfrac{1}{2-\dfrac{1}{\dfrac{3}{2}}}}=2-\dfrac{1}{2-\dfrac{1}{2-\dfrac{2}{3}}}=2-\dfrac{1}{2-\dfrac{1}{\dfrac{4}{3}}}=$

$=2-\dfrac{1}{2-\dfrac{3}{4}}=2-\dfrac{1}{\dfrac{5}{4}}=2-\dfrac{4}{5}=1\dfrac{1}{5}$.

№ 447.

а) $\dfrac{1-\dfrac{4}{7}}{1+\dfrac{4}{7}}=\dfrac{\left(1-\dfrac{4}{7}\right)\cdot 7}{\left(1+\dfrac{4}{7}\right)\cdot 7}=\dfrac{7-4}{7+4}=\dfrac{3}{11}$;

б) $\dfrac{\dfrac{3}{4}+\dfrac{1}{8}}{\dfrac{3}{4}-\dfrac{1}{8}}=\dfrac{\left(\dfrac{3}{4}+\dfrac{1}{8}\right)\cdot 8}{\left(\dfrac{3}{4}-\dfrac{1}{8}\right)\cdot 8}=\dfrac{6+1}{6-1}=\dfrac{7}{5}=1\dfrac{2}{5}$;

в) $\dfrac{\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{4}}{\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{6}-\dfrac{1}{12}}=\dfrac{\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{4}\right)\cdot 12}{\left(\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{6}-\dfrac{1}{12}\right)\cdot 12}=\dfrac{6+4+3}{4-2-1}=13$;

г) $\dfrac{\dfrac{2}{5}-\dfrac{3}{10}+\dfrac{11}{15}}{\dfrac{1}{2}+\dfrac{2}{3}-\dfrac{1}{6}}=\dfrac{\left(\dfrac{2}{5}-\dfrac{3}{10}+\dfrac{11}{15}\right)\cdot 30}{\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{2}{3}-\dfrac{1}{6}\right)\cdot 30}=\dfrac{12-9+22}{15+20-5}=\dfrac{25}{30}=\dfrac{5}{6}$;

д) $\dfrac{\dfrac{1}{5}\cdot\dfrac{1}{9}\cdot\dfrac{1}{11}}{\dfrac{2}{5}\cdot\dfrac{2}{9}\cdot\dfrac{2}{11}}=\dfrac{\dfrac{1}{5}\cdot 5\cdot\dfrac{1}{9}\cdot 9\cdot\dfrac{1}{11}\cdot 11}{\dfrac{2}{5}\cdot 5\cdot\dfrac{2}{9}\cdot 9\cdot\dfrac{2}{11}\cdot 11}=\dfrac{1\cdot 1\cdot 1}{2\cdot 2\cdot 2}=\dfrac{1}{8}$;

е) $\dfrac{\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{7}\cdot\frac{3}{20}}{\frac{1}{3}\cdot\frac{6}{7}\cdot\frac{13}{20}}=\dfrac{\frac{2}{3}\cdot3\cdot\frac{5}{7}\cdot7\cdot\frac{3}{20}\cdot20}{\frac{1}{3}\cdot3\cdot\frac{6}{7}\cdot7\cdot\frac{13}{20}\cdot20}=\dfrac{2\cdot5\cdot3}{1\cdot6\cdot13}=\dfrac{5}{13}$;

ж) $\dfrac{1\frac{2}{5}\cdot2\frac{1}{7}}{1\frac{3}{7}\cdot2\frac{4}{5}}=\dfrac{1\frac{2}{5}\cdot5\cdot2\frac{1}{7}\cdot7}{1\frac{3}{7}\cdot7\cdot2\frac{4}{5}\cdot5}=\dfrac{7\cdot15}{10\cdot14}=\dfrac{3}{4}$;

з) $\dfrac{2\frac{1}{2}\cdot2\frac{1}{3}\cdot2\frac{1}{4}}{1\frac{1}{2}\cdot1\frac{2}{3}\cdot1\frac{3}{4}}=\dfrac{2\frac{1}{2}\cdot2\cdot2\frac{1}{3}\cdot3\cdot2\frac{1}{4}\cdot4}{1\frac{1}{2}\cdot2\cdot1\frac{2}{3}\cdot3\cdot1\frac{3}{4}\cdot4}=\dfrac{5\cdot7\cdot9}{3\cdot5\cdot7}=3$.

№ 448.

а) $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{9}+\frac{1}{18}=\frac{9}{18}+\frac{6}{18}+\frac{3}{18}+\frac{1}{18}=\frac{19}{18}=1\frac{1}{18}$;

б) $\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{8}-\frac{1}{16}+\frac{1}{32}-\frac{1}{64}=\frac{32}{64}-\frac{16}{64}+\frac{8}{64}-\frac{4}{64}+\frac{2}{64}-\frac{1}{64}=\frac{21}{64}$;

в) $3\frac{1}{5}-1\frac{7}{10}+5\frac{1}{2}=3\frac{2}{10}-1\frac{7}{10}+5\frac{5}{10}=7$;

г) $4\frac{2}{11}-\frac{1}{2}-1\frac{5}{22}=4\frac{4}{22}-\frac{11}{22}-1\frac{5}{22}=2\frac{5}{11}$.

№ 449.

1) $\frac{1}{2}a-\frac{2}{5}=\frac{3}{10}$

$\left(\frac{1}{2}a-\frac{2}{5}\right)\cdot10=\frac{3}{10}\cdot10$

$5a-4=3$

$5a=7$

$a=\frac{7}{5}$

$a=1\frac{2}{5}$

2) $\frac{1}{4}+\frac{2}{3}b=\frac{5}{12}$

$\left(\frac{1}{4}+\frac{2}{3}b\right)\cdot12=\frac{5}{12}\cdot12$

$3+8b=5$

$8b=2$

$b=\frac{1}{4}$

4) $1\frac{7}{16}=2\frac{1}{8}-\frac{3}{4}d$

$1\frac{7}{16}\cdot16=\left(2\frac{1}{8}-\frac{3}{4}d\right)\cdot16$

$23=34-12d$

$12d=34-23$

$12d=11$

$d=\frac{11}{12}$

5) $\frac{7}{10}x-\frac{1}{4}x+\frac{1}{5}x=1\frac{19}{20}$

$\left(\frac{7}{10}x-\frac{1}{4}x+\frac{1}{5}x\right)\cdot20=1\frac{19}{20}\cdot20$

$14x-5x+4x=39$

$13x=39$

$x=3$

3) $2\frac{1}{3}=1\frac{1}{2}+\frac{5}{6}c$

$2\frac{1}{3}\cdot 6=\left(1\frac{1}{2}+\frac{5}{6}c\right)\cdot 6$

$14 = 9 + 5c$

$5c = 5$

$c = 1$

6) $\frac{1}{10}=\frac{2}{3}y+\frac{7}{15}y-\frac{5}{6}y$

$\frac{1}{10}\cdot 30=\left(\frac{2}{3}y+\frac{7}{15}y-\frac{5}{6}y\right)\cdot 30$

$3 = 20y + 14y - 25y$

$3 = 9y$

$y=\frac{1}{3}$

№ 450.

а) $\frac{1}{6}+\frac{2}{3}x+1\frac{2}{9}x=3$

$\frac{1}{6}+1\frac{8}{9}x=3$

$\left(\frac{1}{6}+1\frac{8}{9}x\right)\cdot 18=3\cdot 18$

$3 + 34x = 54$

$34x = 51$

$x = 1\frac{1}{2}$

б) $1\frac{1}{3}x+2\frac{1}{2}+\frac{5}{6}x=3\frac{4}{5}$

$2\frac{1}{6}x+2\frac{1}{2}=3\frac{4}{5}$

$\left(2\frac{1}{6}x+2\frac{1}{2}\right)\cdot 30=3\frac{4}{5}\cdot 30$

$65x + 75 = 114$

$65x = 39$

$x=\frac{3}{5}$

в) $2\frac{1}{8}+\frac{15}{16}x+1\frac{3}{4}x+\frac{1}{2}=5\frac{5}{16}$

$2\frac{5}{8}+2\frac{11}{16}x=5\frac{5}{16}$

$\left(2\frac{5}{8}+2\frac{11}{16}x\right)\cdot 16=5\frac{5}{16}\cdot 16$

$42 + 43x = 85$

$43x = 43$

$x = 1$

г) $\frac{3}{7}x+1\frac{1}{2}+\frac{3}{14}x+\frac{4}{7}=4\frac{3}{14}$

$2\frac{1}{14}+\frac{9}{14}x=4\frac{3}{14}$

$\left(2\frac{1}{14}+\frac{9}{14}x\right)\cdot 14=4\frac{3}{14}\cdot 14$

$29 + 9x = 59$

$9x = 30$

$x = 3\frac{1}{3}$

№ 451.

а) $\left(\frac{1}{48}+\frac{1}{50}\right)\cdot 48\cdot 49\cdot 50 = 49\cdot 50 + 48\cdot 49 = 49(50 + 48) = 49\cdot 98;$

$\frac{2}{49}\cdot 48\cdot 49\cdot 50 = 2\cdot 48\cdot 50 = 100\cdot 48.$

$49\cdot 98 < 100\cdot 48 \Rightarrow \frac{1}{48}+\frac{1}{50}<\frac{2}{49}.$

б) $\frac{1}{11}\cdot 11\cdot 21\cdot 23 = 21\cdot 23;$

$\left(\frac{1}{21}+\frac{1}{23}\right)\cdot 11\cdot 21\cdot 23=11\cdot 23+11\cdot 21=11(23+21)=11\cdot 44.$

$21\cdot 23<11\cdot 44\Rightarrow\frac{1}{11}<\left(\frac{1}{21}+\frac{1}{23}\right).$

в) $\left(\frac{1}{30}-\frac{1}{31}\right)\cdot 30\cdot 31\cdot 32=31\cdot 32-30\cdot 32=32;$

$\left(\frac{1}{30}-\frac{1}{31}\right)\cdot 30\cdot 31\cdot 32=30\cdot 32-30\cdot 31=30.$

$32>30\Rightarrow\left(\frac{1}{30}-\frac{1}{31}\right)>\left(\frac{1}{31}-\frac{1}{32}\right).$

г) $\left(\frac{1}{57}-\frac{1}{58}\right)\cdot 56\cdot 57\cdot 58=56\cdot 58-56\cdot 57=56;$

$\left(\frac{1}{56}-\frac{1}{57}\right)\cdot 56\cdot 57\cdot 58=57\cdot 58-56\cdot 58=58.$

$56<58\Rightarrow\left(\frac{1}{57}-\frac{1}{58}\right)<\left(\frac{1}{56}-\frac{1}{57}\right).$

П. 3. 2. 6. Задачи на дроби (5 ч)

Основные содержательные цели

1) Сформировать умение решать три типа простых задач на дроби.

2) Повторить и закрепить: действия с натуральными и дробными числами, сокращение дробей; решение уравнений; метод проб и ошибок, метод перебора; приемы доказательства общих утверждений; измерение углов с помощью транспортира; площадь прямоугольника и прямоугольного треугольника; графики зависимостей величин.

3) Ввести метод «доходов» и «расходов» для пропедевтики действий с рациональными числами.

Особенности изучения учебного содержания

В начальной школе учащиеся научились решать три типа задач на части. При решении задач на части учащиеся составляли схему – отрезок, на которой целый отрезок обозначал некоторую величину a, принятую за 1 («целое»), дугой выделялась часть этого отрезка b, которая обозначала часть, выраженную дробью $\frac{m}{n}$. Тип задачи определялся тем, что в ней не известно – часть (b), целое число (a) или дробь ($\frac{m}{n}$).

Для решения задач учащиеся применяли следующие правила:

1) Чтобы найти часть от числа, выраженную дробью, можно это число разделить на числитель и умножить на знаменатель.

2) Чтобы найти число по его части, выраженной дробью, можно эту часть разделить на знаменатель и умножить на числитель.

3) Чтобы найти дробь, которую одно число составляет от другого, можно первое число разделить на второе.

Учащиеся узнают, что часть от числа находится умножением на дробь, число по части – делением на дробь. В третьем типе задач новым для пятиклассников станет не способ (он останется прежним), а то, что полученную дробь теперь можно будет сократить. Поэтому перед построением новых способов «старые» правила решения задач на дроби учителю средней школы следует лишь актуализировать.

При этом основное затруднение вызывает обычно определение типа задачи. Здесь помощником ученика может стать схема, которая является моделью для анализа задачи. Помимо этого, можно использовать имеющийся у учащихся багаж знаний.

В первом классе действия сложения и вычитания вводились через взаимосвязь целой группы и ее частей. При решении задач учащиеся пользовались взаимосвязью целого и его частей. (Известно количество предметов в первой группе, «одна часть» и во второй группе предметов «вторая часть». Следует найти, сколько предметов всего – «целое». Или известно общее количество предметов в группах, «целое» и количество в одной из групп, «часть». Следует найти количество предметов во второй группе – «часть»).

Учитель среднего звена может провести аналогию с уже отработанными за четыре года начальной школы задачами на часть и целое. В условиях этих задач учащиеся легко определяют, где «целое», а где «части», и указывают их на схеме. В задачах на дроби также выделяется «целое» и «часть», только «часть» эта выражена дробью.

Следует учить пятиклассников по смыслу задачи определять, где «целое», а где «часть», обозначать их на схеме буквами и только после этого «одевать» схему числами. Это поможет избежать ситуации, когда дети действуют наобум при определении типа задачи.

Для открытия новых способов учащиеся будут применять известную схему, которая использовалась ими при решении задач на дроби, и «старые» способы решения задач на дроби. Также учащиеся применяют умение представлять частное в виде дроби, умножать и делить дроби, умножать и делить дроби на натуральное число. Для проблематизации можно предложить решить известную им задачу на дроби в *одно* действие либо предложить решить такую задачу *с буквенными данными*.

На последнем уроке по данной теме учащиеся выводят общую формулу для решения задач на дроби, которая позволяет решить любую задачу либо по действиям, либо с помощью уравнения:

$$\boxed{b = a \cdot \frac{m}{n}}$$

При этом решение задачи сводится к подстановке известных значений переменных, входящих в формулу, и преобразованию равенства для вычисления значения неизвестной величины. Однако для верной подстановки значений учащимся все равно придется пользоваться схемой.

Чтобы дети смогли открыть этот способ и вывести общую формулу для решения задач на дроби, следует повторить с ними способ решения задач с помощью уже известных им формул (например, задачи на цену, количество, стоимость). При этом учащиеся понимают, что запомнить одну формулу легче, что мотивирует их к поиску аналогичной формулы для решения задач на дроби.

Материал для закрепления новых способов решения задач на дроби разбит по типам задач: № 485–492; № 493–500; № 501–507. При этом в каждом блоке сначала выполняются задания на прямое применение нового правила, затем разбираются простейшие задачи соответствующего типа, после чего учащиеся переходят к решению задач, этапом решения которых является решение *простой задачи* на дроби. Так, например, для ответа на вопрос задачи № 492 (1) учащимся сначала придется найти ширину прямоугольника, решив простую задачу на дроби (нахождение дроби от числа), и только затем найти площадь прямоугольника.

Для совместной отработки решения задач на все три типа можно воспользоваться задачами из № 508–517. В соответствии с принципом минимакса предполагается, что учитель *выбирает* для работы те задачи, которые соответствуют уровню подготовки детей.

№ 508 является многофункциональным. Им можно воспользоваться для актуализации представления о задачах на дроби и способов их решения, известных учащимся из начальной школы. Это же задание учитель может использовать и для закрепления новых способов. На уроке вывода общей формулы для решения задач на дроби можно использовать № 508, для того чтобы учащиеся вспомнили, какие задачи являются обратными и что три известных им типа задач на дроби являются взаимно обратными задачами.

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5–6 классов основной школы авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсон по программе «Учусь учиться» по этому пункту предлагаются сценарии 115–119.

Урок 115 Задачи на дроби.

Новое знание.

Правило нахождения дроби от числа.

Актуализация знаний.

Известное правило нахождения части от числа, умение записывать частное в виде дроби, и наоборот.

Пробное задание.

Решить задачу: «В 5 «А» классе мальчики и девочки посещали танцевальный кружок. Девочки составляли $\frac{3}{5}$ числа учащихся класса, а мальчики составляли $\frac{1}{3}$ числа девочек этого класса. Какую часть всего класса составляют мальчики, посещаюшие танцевальный кружок?»

Фиксация затруднения.

– Я не смог быстро найти часть от числа.

– Я не смог правильно найти быстро часть от числа.

– Я не могу обосновать свои действия при нахождении части от числа.

Фиксация причины затруднения.

– У нас нет быстрого способа нахождения части от числа, которое выражено дробью.

Цель деятельности.

Найти быстрый способ нахождения части от числа, которое выражено дробью.

Эталон

Правило нахождения дроби от числа

Чтобы найти часть от числа, выраженного дробью, можно это число умножить на дробь. $$b = a \cdot \frac{m}{n}$$

Урок 116

Задачи на дроби.

Новое знание.

Правило нахождения числа по дроби.

Актуализация знаний.

Известное правило нахождения числа по его части, умение записывать частное в виде дроби, и наоборот.

Пробное задание.

Найдите число, если $\frac{3}{5}$ его составляют $\frac{9}{5}$.

Фиксация затруднения.

– Я не смог быстро найти число по его части, выраженной дробью.

– Я не смог правильно найти число по его части.

– Я не могу обосновать свои действия.

Фиксация причины затруднения.

– У нас нет быстрого способа нахождения числа по его части, которая выражена дробью.

Цель деятельности.

Найти быстрый способ нахождения числа по его части, которая выражена дробью.

Эталон

Правило нахождения числа по дроби

Чтобы найти число по его части, выраженной дробью, можно эту часть разделить на данную дробь. $$a = b : \frac{m}{n}$$

Урок 117

Задачи на дроби.

Новое знание.

Правило нахождения части, которое одно число составляет от другого.

Актуализация знаний.

Известное правило нахождения части, которую одно число составляет от другого.

Пробное задание.

Определите, какую часть составляет число $4\frac{1}{7}$ от числа $2\frac{16}{21}$.

Фиксация затруднения.

– Я не смог быстро найти часть, которую составляет одно число от другого.

– Я не смог правильно выполнить задание.

– Я не могу обосновать свои действия.

Фиксация причины затруднения.

– У нас нет нового способа нахождения части, которую одно число составляет от другого.

Цель деятельности.

Найти новый способ нахождения части, которую одно число составляет от другого.

Эталон

Правило нахождения части, которую одно число составляет от другого

Чтобы найти, какую часть одно число составляет от другого, можно записать дробь, в числителе которой первое число, а в знаменателе – второе. $\frac{m}{n} = \frac{b}{a}$

Урок 118 Задачи на дроби.

Новое знание.

Формула для решения задач на дроби.

Актуализация знаний.

Правила рещения задач на дроби.

Пробное задание.

Записать <u>одну формулу</u>, которая объединяет решения всех трех задач на дроби.

Фиксация затруднения.

– Я не смог записать одну формулу, которая объединяет решение всех трех задач на дроби.

– Я не смог правильно записать одну формулу, которая объединяет решение всех трех задач на дроби.

– Я не могу обосновать свои действия.

Фиксация причины затруднения.

– Мы не знаем формулу, которая объединяет решение всех трех задач на дроби.

Цель деятельности.

Найти взаимосвязь между задачами и найти формулу, которая описывает эту взаимосвязь.

Эталон

Формула для решения задач на дроби

$$\boxed{b = \frac{m}{n} \cdot a}$$

Урок 119

Задачи на дроби (Р).

Цели урока: сформировать способность к исправлению допущенных ошибок на основе рефлексии собственной деятельности; повторить типы задач на дроби и способы их решения, тренировать способность решать задачи различного типа, закрепить методы решения задач разными способами.

Методические рекомендации к выполнению заданий, решение и ответы

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 115 (113)	Урок 116 (114)	Урок 117 (115)	Урок 118 (116)	Урок 119 (117)
К	№ 485–491	№ 493–499	№ 501–507	№ 508–514	№ 492, 500, 515–517
П	№ 518, 528, 534	№ 519–521, 529, 532	№ 522, 523, 530, 535	№ 524, 525, 531, 533	№ 526, 527, 536
Д	п. 3.2.6, № 537, 538, 551	№ 539, 540, 547	№ 541, 542, 546	№ 543, 545, 548	№ 544, 549, 550
С	№ 552	№ 553	№ 554	№ 555	№ 556

№ 485.

Это задание можно выполнять устно.

1) $\frac{2}{9}$ меньше a; 2) $\frac{5}{11}$ меньше a; 3) $\frac{8}{5}$ больше a; 4) $\frac{14}{3}$ больше a;

5) $\frac{7}{100}$ меньше a; 6) $\frac{151}{100}$ больше a.

№ 486.

а) $24\cdot\frac{7}{8}=21$; д) $21\cdot\frac{4}{9}=\frac{28}{3}=9\frac{1}{3}$; и) $1\frac{7}{8}\cdot\frac{2}{5}=\frac{3}{4}$; н) $\frac{4}{11}a$;

б) $60\cdot\frac{3}{5}=36$; е) $13\cdot\frac{5}{26}=\frac{5}{2}=2\frac{1}{2}$; к) $2\frac{2}{3}\cdot\frac{9}{2}=12$; о) $1\frac{3}{4}b$;

в) $72\cdot\frac{10}{9}=80$; ж) $\frac{12}{25}\cdot\frac{1}{8}=\frac{3}{50}$; л) $250\cdot\frac{8}{100}=20$; п) $\frac{1}{20}c$;

г) $35\cdot\frac{12}{7}=60$; з) $\frac{9}{40}\cdot\frac{40}{9}=1$; м) $4\frac{1}{6}\cdot\frac{27}{100}=1\frac{1}{8}$; р) $1\frac{3}{10}d$.

№ 487.

1) $\frac{3}{4}a$;

2) $\frac{1}{4}b$;

3) $\frac{4}{9}c+\frac{2}{9}c=\frac{6}{9}c=\frac{2}{3}c$;

4) $d-\frac{5}{8}d = \frac{3}{8}d$;

5) 100% – 15% = 85%

$\frac{17}{20}k$;

6) $\frac{4}{3}m-m=\frac{1}{3}m$;

7) $\frac{3}{10}n\cdot 2=\frac{3}{5}n$;

8) $\frac{4}{9}:\frac{8}{45}=\frac{4}{9}\cdot\frac{45}{8}=\frac{5}{2}=2\frac{1}{2}$.

<u>№ 488.</u>

$40\,000\cdot\frac{8}{25}=12800$ (км).

Ответ: диаметр Земли равен 12 800 км.

<u>№ 489.</u>

$\frac{7}{25}\cdot\frac{10}{100}=\frac{7}{250}$ (г).

Ответ: масса муравья $\frac{7}{250}$ г.

<u>№ 490.</u>

1) 8 + 2 = 10 (д.) — срублено сегодня;

2) 100% – 10% = 90% составят срубленные деревья за

3) $10\cdot\frac{90}{100}=9$ (д.).

Ответ: завтра запланировано срубить 9 деревьев.

<u>№ 491.</u>

1) $250\cdot\frac{30}{100}=75$ (д.);

2) 250 : 5 = 50 (д.) — производительность рабочего;

3) 75 : 5 = 15 (д.) — производительность ученика;

4) 300 : 50 = 6 (ч);

5) 150 : 15 = 10 (ч);

6) 10 – 6 = 4 (ч).

Ответ: рабочий выполнит работу на 4 часа быстрее.

№ 492.

1) $\frac{3}{4}a \cdot a = \frac{3}{4}a^2$ (м²).

Ответ: площадь прямоугольника $\frac{3}{4}a$ м².

2) $\left(b+\frac{8}{3}b\right)\cdot 2 = \left(b+2\frac{2}{3}b\right)\cdot 2 = 3\frac{2}{3}b\cdot 2 = 6\frac{4}{3}b = 7\frac{1}{3}b$ (см).

Ответ: периметр прямоугольника $7\frac{1}{3}b$ см.

3) $cd : \left(\frac{2}{9}c\cdot\frac{3}{10}d\right) = cd : \frac{1}{15}cd = 15$ (раз).

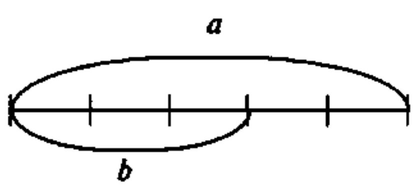
Ответ: площадь первого прямоугольника больше площади второго прямоугольника в 15 раз.

4) $\frac{16}{25}n^2 - \frac{3}{5}n^2 = \frac{1}{25}n^2$ (мм²).

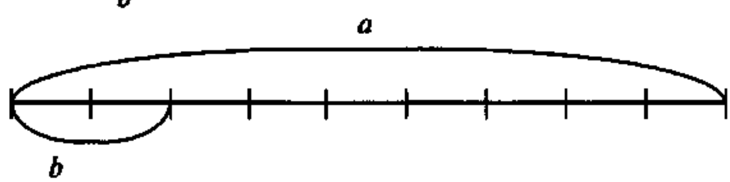
Ответ: площадь прямоугольника на $\frac{1}{25}n^2$ мм² меньше площади квадрата.

№ 493.

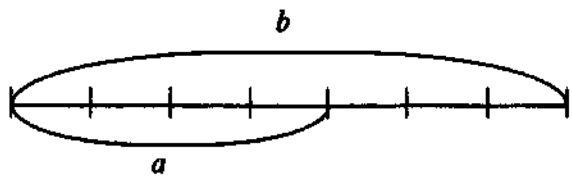
1) $\frac{3}{5}$



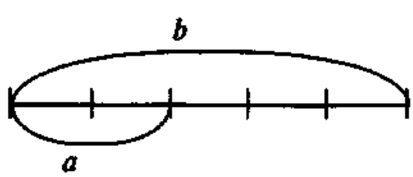
2) $\frac{2}{9}$



3) $\frac{7}{4}$



4) $\frac{5}{2}$



№ 494.

а) $45 : \frac{3}{4} = 60$;

б) $24 : \frac{8}{7} = 21$;

в) $18 : \frac{2}{9} = 81$;

ж) $48 : \frac{6}{100} = 800$;

з) $6\frac{3}{4} : \frac{150}{100} = \frac{27}{4}\cdot\frac{100}{150} = \frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$;

и) $a : \frac{7}{8} = 1\frac{1}{7}a$;

г) $25 : \frac{10}{3} = 7\frac{1}{2}$;

д) $\frac{33}{80} : \frac{11}{20} = \frac{33}{80} \cdot \frac{20}{11} = \frac{3}{4}$;

е) $2\frac{1}{7} : \frac{5}{7} = \frac{15}{7} \cdot \frac{7}{5} = 3$;

к) $\frac{3}{5}b$;

л) $5c$;

м) $\frac{5}{12}d$

<u>№ 495.</u>

1) $4\frac{3}{5}a$;

2) $3\frac{3}{5}(b + c)$;

3) $\frac{4}{5}d$;

4) $\frac{1}{2}k$;

5) $5m$;

6) в 4 раза.

<u>№ 496.</u>

$6 : \frac{3}{4} = 8$ (лет).

Ответ: 8 лет живет белка.

<u>№ 497.</u>

$4\frac{1}{2} : \frac{5}{100} = \frac{9}{2} \cdot 20 = 90$ (км).

Ответ: наименьшая ширина Берингова пролива 90 км.

<u>№ 498.</u>

$3 : \frac{10}{100} = 30$ (сп.).

Ответ: в колесе 30 спиц.

<u>№ 499.</u>

1) $80 : \frac{40}{3} = 6$ (км/ч) — скорость по бездорожью;

2) $300 : 80 = 3\frac{3}{4}$ (ч) — время движения по шоссе;

3) $30 : 6 = 5$ (ч);

4) $5-3\frac{3}{4}=1\frac{1}{4}$ (ч).

Ответ: движение машины по шоссе на $1\frac{1}{4}$ ч быстрее.

№ 500.

1) $a\cdot\frac{2}{5}a=\frac{2}{5}a^2$ (м²);

2) $(b+\frac{7}{3}b)\cdot 2=3\frac{1}{3}b\cdot 2=6\frac{2}{3}b$ (дм);

3) $\frac{5}{4}c\cdot\frac{6}{5}c:c^2=\frac{3}{2}c^2:c^2=1\frac{1}{2}$ (раз);

4) $\frac{9}{16}d$ – ширина прямоугольника;

$\frac{3}{4}d$ – сторона квадрата;

$\frac{3}{4}d\cdot 4=3d$ (см).

№ 501.

а) $\frac{3}{11}$; в) $\frac{6}{24}$; д) $\frac{9}{100}$; ж) $\frac{m}{8}$;

б) $\frac{7}{5}$; г) $\frac{45}{18}$; е) $\frac{140}{100}$; з) $\frac{5}{n}$.

№ 502.

$\frac{1}{2}$ – 50%; $\frac{7}{10}$ – 70%; $\frac{18}{25}$ – 72%;

$\frac{3}{5}$ – 60%; $\frac{9}{20}$ – 45%; $\frac{27}{50}$ – 54%.

№ 503.

1) $\frac{7}{a}$; 4) $\frac{d-28}{d}$;

2) $\frac{b}{32}$; 5) $\frac{60}{m+n+30}$;

3) $\frac{c+3}{45}$; 6) $\frac{x+2x+2x-5}{90}=\frac{5x-5}{90}$.

№ 504.

$\frac{12800}{1395200}=\frac{1}{109}$.

Ответ: диаметр Земли составляет от диаметра Солнца $\frac{1}{109}$.

№ 505.

$\frac{3}{5} - 60\%.$

Ответ: медь составляет 60% латуни.

№ 506.

$\frac{45}{300} - 15\%..$

Ответ: 15% чашек разбилось.

№ 507.

$\frac{7}{12}.$

Ответ: белые клавиши составляют $\frac{7}{12}$ от октавы.

№ 508.

1) $80 \cdot \frac{5}{8} = 50$ (га);

2) $10 : \frac{2}{7} = 35$ (м²);

3) $\frac{8}{30} = \frac{4}{15}.$

№ 509.

1) $4\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = 3$ (км/ч) – скорость Игоря;

2) $3 : \left(4\frac{1}{2} + 3\right) = \frac{2}{5}$ (ч).

Ответ: через $\frac{2}{5}$ ч расстояние между мальчиками будет 3 км.

№ 510.

1) $2 : \frac{2}{3} = 3$ (м) – выработка второй бригады;

2) $250 : (2 + 3) = 50$ (д.).

Ответ: через 50 дней бригады закончат строительство тоннеля

№ 511.

1) $15 : \frac{3}{7} = 35$ (км/ч) – скорость мотоциклиста;

2) $(35 - 15) \cdot \frac{3}{5} = 12$ (км).

Ответ: на расстоянии 12 км.

№ 512.

1) $60 \cdot \frac{4}{5} = 48$(км/ч) – скорость трамвая;

2) $60 \cdot \frac{1}{12} = 5$ (км) – проехал автомобиль;

3) $48 \cdot \frac{1}{12} = 4$ (км) – проехал трамвай;

4) $5 - 4 = 1$ (км).

Ответ: трамвай будет находиться на расстоянии 1 км от светофора.

№ 513.

1) $9\frac{3}{5} \cdot 8\frac{3}{4} = 84$ ($м^2$) – площадь класса;

2) $1\frac{1}{2} \cdot 2 = 3$ ($м^2$) – площадь окна;

3) $3 \cdot 4 = 12$ ($м^2$) – площадь всех окон в классе;

4) $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$.

$\frac{1}{4} > \frac{1}{12}$.

Ответ: света достаточно.

№ 514.

1) $\frac{3}{5} : \frac{3}{4} = \frac{4}{5}$ – составляет длина второго полотенца;

2) $\left(\frac{3}{4} + \frac{4}{5}\right) \cdot \frac{5}{12} = \frac{31}{48}$ – составляет длина третьего полотенца;

3) $\frac{31}{48} : \frac{4}{5} = \frac{155}{192}$.

Ответ: длина третьего полотенца составляет от длины второго полотенца $\frac{155}{192}$.

№ 515.

1) $a - \left(\frac{2}{9}a + \frac{4}{9}a\right) = \frac{1}{3}a$

Если $a = 36$, то $\frac{1}{3} \cdot 36 = 12$.

Ответ: длина третьей стороны 12 м.

2) $\frac{5}{4}b - b = \frac{1}{4}b$

Если $b = 200$, то $\frac{1}{4} \cdot 200 = 50$.

Ответ: осталось 50 рублей.

3) $\frac{8 - c}{8}$

Если $c = 3$, то $\frac{8 - 3}{8} = \frac{5}{8}$.

Ответ: $\frac{5}{8}$ составляют согласные.

4) $\frac{14}{3}d + 4$

Если $d = 6$, то $\frac{14}{3} \cdot 6 + 4 = 32$.

Ответ: отцу 32 года.

5) $\frac{2}{5}n - \frac{3}{10}n = \frac{1}{10}n$

Если $n = 20$, то $\frac{1}{10} \cdot 20 = 2$.

Ответ: яблонь больше вишен на 2 дерева.

6) $\frac{4}{5}m + 2m = 2\frac{4}{5}m$

Если $m = 30$, то $2\frac{4}{5} \cdot 30 = 84$.

Ответ: всего взошло 84 семя.

<u>№ 516.</u>

1) $5 \cdot \frac{4}{5} = 4$ (дм) — ширина аквариума;

2) $40 : \frac{2}{3} = 60$ (дм^3) — объем аквариума;

3) $5 \cdot 4 = 20$ (дм^2) — площадь основания аквариума;

4) $60 : 20 = 3$ (дм)

5) $3 : 5 = \frac{3}{5}$

Ответ: высота аквариума составляет $\frac{3}{5}$ его длины.

№ 517.

1) $40 \cdot \frac{3}{5} = 24$ (ш.) — зеленые;

2) $24 : \frac{2}{3} = 26$ (ш.) — желтые;

3) $40 + 24 + 26 = 100$ (ш.) — всего;

4) $40 \cdot \frac{1}{12} = 2$ (ш.) — лопнуло красных;

5) $24 \cdot \frac{1}{12} = 2$ (ш.) — лопнуло зеленых;

6) $36 \cdot \frac{1}{36} = 1$ (ш.) — лопнуло желтых;

7) $2 + 2 + 1 = 5$ (ш.) — всего лопнуло;

8) $100 - 5 = 95$ (ш.).

Ответ: надули 95 шаров, что составляет $\frac{19}{20}$ всех шаров.

П. 3. 2. 7. Задачи на дроби (продолжение) (4 часа)

Основные содержательные цели

1) Сформировать умение решать составные задачи на дроби.

2) Повторить и закрепить: действия с натуральными и дробными числами, сокращение дробей; решение уравнений; метод проб и ошибок, метод перебора; приемы доказательства общих утверждений; измерение углов с помощью транспортира; площадь прямоугольника и прямоугольного треугольника; графики зависимостей величин.

3) Сформировать опыт работы с положительными и отрицательными числами как с числами, обозначающими «доходы» и «расходы».

Особенности изучения учебного содержания

Пятиклассники учатся решать составные задачи на дроби. С учащимися рассматриваются задачи на нахождение остатка после найденной части целого, нахождение части от части величины, нахождение целого по части от части величины. Здесь же они знакомятся с решением задач на дроби с помощью уравнения. При решении составных задач следует использовать схемы. На графических схемах учащимся проще заметить, что каждая составная задача состоит из нескольких простых задач на дроби.

Первый тип комбинированной задачи, который следует рассмотреть с учащимися, можно назвать «Нахождение остатка заданной части». Пример такой задачи разбирается в учебнике (задача 1). Задачу можно решить двумя способами. Первый можно зафиксировать с помощью следующего алгоритма:

1 способ.

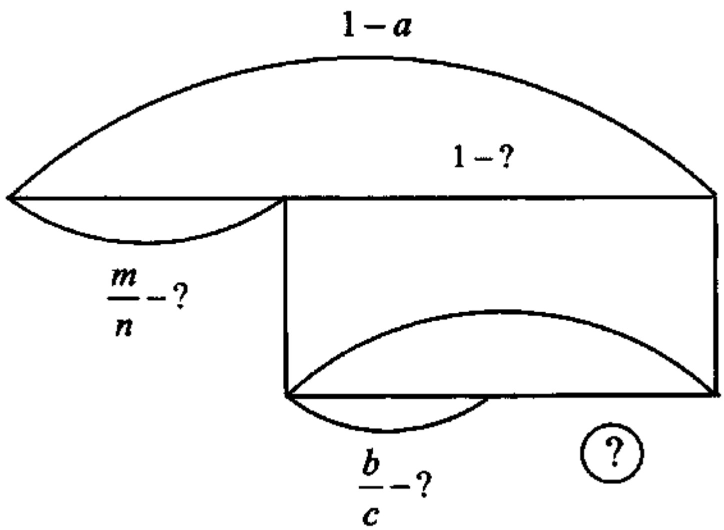
1) Решить простую задачу на дроби.
2) Найти искомый остаток.

Этот способ более понятен учащимся. Однако с ними нужно разобрать и второй способ, идея которого будет использоваться ими при решении комбинированных задач второго типа (на нахождение числа по остатку). Его можно зафиксировать в следующей форме:

2 способ.

1) Найти дробь, которая соответствует остатку ($1 - \frac{m}{n}$).
2) Дополнить схему.
3) Решить простую задачу на дроби.

Вышеописанный тип комбинированной задачи может включаться в задачу несколько раз. Этот тип задач следует рассмотреть с учащимися, его можно назвать «Нахождение части от части величины» (№ 562).



Ее также можно решать двумя способами. Чтобы учащиеся заметили простые задачи, из которых состоит эта комбинированная задача, учитель для наглядности может закрыть нижнюю часть схемы, тогда пятиклассники увидят, что «первый этаж» схемы представляет собой задачу на нахождение части от числа. После нахождения первого остатка закрывается верхняя часть схемы. Отсюда возникают следующие способы решения:

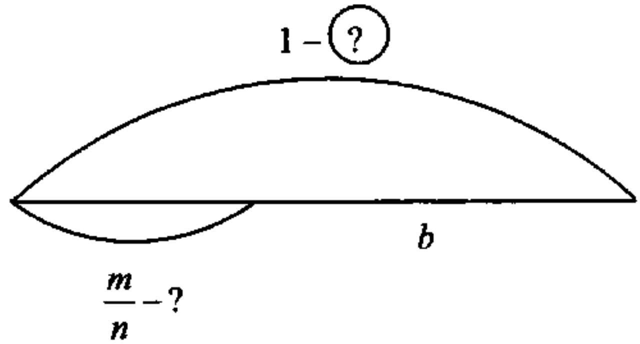
Способ 1

1. Решить простую задачу на дроби.
2. Найти первый остаток.
3. Дополнить схему.
4. Решить простую задачу на дроби.
5. Ответить на вопрос задачи.

Способ 2

1. Найти, какая дробь соответствует первому остатку.
2. Решить простую задачу на дроби.
3. Дополнить схему.
4. Найти, какая дробь соответствует второму остатку.
5. Ответить на вопрос задачи.

Второй тип комбинированной задачи, который следует рассмотреть с учащимися, можно назвать «Нахождение целого по части от части величины». Пример такой задачи разбирается в учебнике (задача 2). Задачу решают с конца, постепенно поднимаясь по схеме. Схема этой задачи содержит несколько более простых задач на нахождение числа по остатку заданной части:



Алгоритм решения задачи на нахождение целого по остатку может иметь вид:

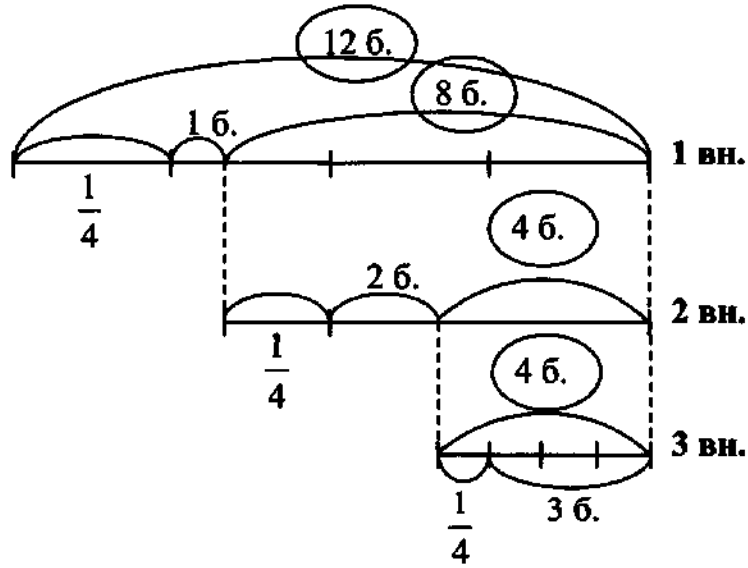
1. Найти дробь, которая соответствует остатку ($1 - \frac{m}{n}$).
2. Дополнить схему.
3. Решить простую задачу на дроби.

При решении комбинированных задач второго типа учитель может воспользоваться следующими заданиями: № 558 (1); 563 (2); 569. При этом с учащимися следует фиксировать, как от задачи к задаче схема усложняется, как простая схема становится частью «двухэтажной», а затем и «трехэтажной» схемы.

На примере задания № 564 рассмотрим один из вариантов решения составной задачи.

«Бабушка поставила перед тремя внуками вазочку с шоколадными батончиками. За угощением внуки подходили поочередно. Первый, по просьбе бабушки, взял $\frac{1}{4}$ всех батончиков и еще 1 батончик. Второму было предложено взят $\frac{1}{4}$ того, что осталось, и еще 2 батончика. Третьему полагалось взять также $\frac{1}{4}$ остатка и еще 3 батончика. После чего ваза опустела. Докажи, что всем внукам досталось поровну».

При решении этой задачи сначала составляется графическая схема. При этом желательно часть, выраженную дробью, и часть, выраженную в батончиках, показывать по-разному (например, разным цветом).



Из схемы ясно, что нижняя часть схемы представляет собой схему задачи на нахождение числа по остатку от заданной части, которая разбиралась выше. Чтобы учащиеся увидели это, учитель может закрыть два верхних отрезка листом бумаги.

Учащиеся находят дробь, которая соответствует остатку в три батончика. Для этого из 1 вычитается дробь $\frac{1}{4}$. Схема дополняется: $\frac{3}{4}$ составляет 3 батончика. Теперь следует решить простую задачу на дроби – нахождение целого по части, выраженной дробью. Для этого учащиеся 3 делят на дробь $\frac{3}{4}$. Теперь можно еще раз дополнить схему, показав, что третьему внуку досталось 4 батончика, эти же 4 батончика являются остатком на втором отрезке.

Аналогично, поднимаясь по схеме вверх, учащиеся находят, сколько всего батончиков было в вазе.

Теперь следует доказать, что всем внукам досталось поровну. Для этого учащимся следует найти часть от числа, т.е. решить простую задачу на дроби, и к найденной части прибавить батончики, взятые внуком (рекомендуется закрасить соответствующие отрезки другим цветом на рисунке).

Анализируя решение задачи, ясно, что оно содержит в себе решение трех простых задач на нахождение числа по его части (по остатку) и двух простых задач на нахождение части от числа. Если эту задачу учитель выберет для фронтального решения, сильные учащиеся получат возможность применить алгоритмы решения комбинированных задач в более сложной ситуации, а менее подготовленные ученики смогут проговорить пять раз правила решения простейших задач на дроби.

В этом же пункте рассматриваются и другие комбинированные задачи на дроби, для решения которых используются уравнения, схемы и таблицы. При отборе задач для урока учитель должен помнить о принципе минимакса, заложенном в этом учебнике, и понимать, что решение подобных задач не следует рассматривать как обязательное умение каждого учащегося. Эти задачи - возможность для сильных учащихся получить свой максимум.

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5–6 классов основной школы авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсон по программе «Учусь учиться» по данному пункту предлагаются сценарии 120–123.

Урок 120 Составные задачи на дроби.

Новое знание.

Два способа решения составной задачи на дроби.

Актуализация знаний.

Правила решения задач на дроби.

Пробное действие.

Решить задачу: «У Ани было 80 р. Из них 10% она потратила на завтрак в буфете, а на остальные деньги купила 9 тетрадей. Сколько рублей стоит 1 тетрадь?»

Фиксация затруднения.

– Я не смог решить составную задачу на дроби.

– Я не могу сопоставить решение с эталоном, не могу доказать, что ответ правильный.

Фиксация причины затруднения.

– У нас нет эталона для решения составных задач на дроби.

Цель деятельности.

Построить алгоритм решения составных задач на дроби. Научиться решать составные задачи на дроби.

Эталон

Алгоритм решения составной задачи на дроби

Способ 1	Способ 2
1. Построить схему. 2. Решить простую задачу на дроби. 3. Найти остаток.	1. Построить схему. 2. Найти, какая часть приходится на остаток. 3. Решить простую задачу на дроби.

Урок 121 Составные задачи на дроби.

Новое знание.

Алгоритмы решения задач на нахождения части от части величины.

Актуализация знаний.

Действия со смешанными числами, правила решения задач на дроби.

Пробное действие.

Решить задачу: «В буфете было 24 кг конфет. Утром продали $\frac{3}{4}$ всех конфет, днем – $\frac{1}{3}$ остатка. Сколько конфет осталось в буфете?»

Фиксация затруднения.

– Я не смог решить составную задачу на дроби.

– Я не могу сопоставить решение с эталоном, не могу доказать, что ответ правильный.

Фиксация причины затруднения.

– У нас нет эталона для решения составных задач, в которых надо найти часть от части величины.

Цель деятельности.

Построить алгоритм решения составных задач на нахождение части от части величины и научиться их решать.

Эталон

Алгоритмы решения задачи на нахождения части от части величины

Способ 1	Способ 2
1. Построить схему. 2. Решить простую задачу на дроби. 3. Найти первый остаток. 4. Решить простую задачу на дроби. 5. Ответить на вопрос задачи.	1. Построить схему. 2. Найти, какая часть приходится на первый остаток. 3. Решить простую задачу на дроби. 4. Найти, какая часть приходится на второй остаток. 5. Ответить на вопрос задачи.

Урок 122 Составные задачи на дроби.

Новое знание.

Алгоритм решения задач на дроби с помощью уравнения.

Актуализация знаний.

Действия со смешанными числами, правила решения задач на дроби.

Пробное действие.

Найти число, если $\frac{2}{3}$ от него равно числу, $\frac{5}{6}$ которого составляют 25.

Фиксация затруднения.

– Я не смог решить составную задачу на дроби.

– Я не могу сопоставить решение с эталоном, не могу доказать, что ответ правильный.

Фиксация причины затруднения:

– У нас нет эталона для решения составных задач с помощью уравнения.

Цель деятельности:

Построить алгоритм решения составных задач с помощью уравнения и научиться их решать.

Эталон

Алгоритм решения задачи с помощью уравнения

1. Искомую величину обозначить x.
2. Составить уравнение.
3. Решить уравнение.
4. Ответить на вопрос задачи.

Урок 123 Составные задачи на дроби (Р).

Цели урока: тренировать умение решать составные задачи на дроби разных типов и способность к рефлексии собственной деятельности; повторить и закрепить действия с многозначными числами.

Урок 124 Задачи для самопроверки (Р).

Цели урока: формировать способность к фиксированию затруднений в собственной деятельности по теме «Решение задач на дроби», подготовиться к контрольной работе; тренировать умение делить дроби, решать задачи на дроби.

Уроки 125–126 Обучающий контроль. *(Контрольная работа № 7)*

Методические рекомендации к выполнению заданий, решение и ответы

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 120 (118)	Урок 121 (119)	Урок 122 (120)	Урок 123 (121)
К	№ 557–560	№ 561–564, 573	№ 565–567, 572	№ 568, 569, 570
П	№ 574, 578–580, 590	№ 575, 584, 581–583	№ 576, 585–587, 591	№ 577, 588, 589, 592

Д	п. 3.2.7 (1), № 594, 597, 602	п. 3.2.7 (2), № 595, 601, 603	п.3.2.7 (4), № 596, 598, 605	п.3.2.7 (5), № 599, 601
С	№ 607	п.3.2.7 (3), № 609 или 593	№ 608	п.3.2.7 (6), № 610

№ 557.

1) $105\frac{17}{20}=\frac{21\cdot17}{4}=\frac{357}{4}=89\frac{1}{4}$ (кг) – потери;

2) $105-89\frac{1}{4}=15\frac{3}{4}$ (кг) – сухой ромашки.

Ответ: достаточно будет собрать 105 кг.

№ 558.

1)

1) $1-\frac{1}{16}=\frac{15}{16}$ – соответствует присутствующим в классе;

2) $30:\frac{15}{16}=32$ (ч.).

Ответ: всего в классе 32 человека.

2)

1) $\frac{1}{5}+\frac{2}{15}+\frac{1}{3}=\frac{10}{15}=\frac{2}{3}$ – занимает работа на уроке;

2) $1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$ – занимает самостоятельная работа;

3) $45\cdot\frac{1}{3}=15$ (мин).

Ответ: самостоятельная работа длилась 15 мин.

№ 559.

1) $\frac{4}{5}+\frac{1}{50}=\frac{41}{50}$ – составляет мука и манная крупа;

2) $1-\frac{41}{50}=\frac{9}{50}$ – составляют отруби;

3) $36:\frac{9}{50}=200$ (кг) – пшеница;

4) $200\cdot\frac{4}{5}=160$ (кг) – мука;

5) $200\cdot\frac{1}{50}=4$ (кг).

Ответ: из пшеницы получается 160 кг муки и 4 кг манной крупы.

№ 560.

1)

1) $\frac{3}{7}-\frac{5}{14}=\frac{1}{14}$ – составляют 7 страниц;

2) $7:\frac{1}{14}=98$ (стр.).

Ответ: в рукописи 98 страниц.

2)

1) $1-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$ – составляет оставшийся путь;

2) $\frac{3}{5}-\frac{2}{5}=\frac{1}{5}$ – составляют 80 км;

3) $80:\frac{1}{5}=400$ (км) – весь путь;

4) $400\cdot\frac{2}{5}=160$ (км);

5) $400-160=240$ (км).

Ответ: в первый день пройдено 160 км, во второй – 240 км.

№ 561.

1)

1) $3200\cdot\frac{55}{100}=1760$ (яб.);

2) $1760\cdot\frac{2}{11}=320$ (яб.).

Ответ: 320 яблонь сорта «Память воина».

2)

1) $400\cdot\frac{3}{10}=120$ (ч.) – прошли конкурсный отбор по математ

2) $120\cdot\frac{60}{100}=72$ (ч.) – зачислены в гимназию;

3) $72:24=3$ (кл.).

Ответ: в гимназии 3 пятых класса.

№ 562.

1)

1) $3\cdot\frac{1}{6}=\frac{1}{2}$ (кг) — съедено в первую неделю;

2) $3-\frac{1}{2}=2\frac{1}{2}$ (кг) — осталось после первой недели;

3) $2\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{25}=\frac{5}{2}\cdot\frac{4}{25}=\frac{2}{5}$ (кг) — съедено во вторую неделю;

4) $2\frac{1}{2}-\frac{2}{5}=2\frac{5}{10}-\frac{4}{10}=2\frac{1}{10}$ (кг).

Ответ: осталось $2\frac{1}{2}$ кг корма.

2)

1) $60 \cdot \frac{2}{5} = 24$ (б.) — абрикосы;

2) $60 - 24 = 36$ (б.) — остальные;

3) $36 \cdot \frac{3}{4} = 27$ (б.) — вишня;

4) $36 - 27 = 9$ (б.) — персики;

5) $24 - 9 = 15$ (б.).

Ответ: банок с абрикосами на 15 больше, чем банок с персиками.

№ 563.

1)

1) $100\% - 20\% = 80\%$ – составляет оставшаяся часть;

2) $160 : \frac{80}{100} = 200$ (г);

3) $160 \cdot \frac{10}{100} = 16$ (г);

4) $200 : 16 = 12$ (ост. 8 г).

Ответ: масса пирожка 200 г, чтобы съесть пирожок, надо будет укусить 13 раз.

2)

1) $1 - \frac{3}{13} = \frac{10}{13}$ — составляет первый остаток;

2) $\frac{10}{13} \cdot \frac{2}{17} = \frac{20}{221}$ — вырублено во второй раз;

3) $\frac{10}{13} - \frac{20}{221} = \frac{150}{221}$;

4) $750 : \frac{150}{221} = 1105$ (д).

Ответ: в парке было 1105 деревьев.

№ 565.

1) x – искомое число.

$$\frac{5}{8}x = 27 : \frac{3}{5}$$

$$\frac{5}{8}x = 45$$

$$x = 45 : \frac{5}{8}$$

$$x = 40$$

Ответ: искомое число 40.

2) x – искомое число.

$\frac{3}{14}x = 10 : \frac{5}{6}$

$\frac{3}{14}x = 12$

$x = 12 : \frac{3}{14}$

$x = 56$

Ответ: искомое число 56.

№ 566.

1) x – большее число, $22 - x$ – второе число.

$\frac{4}{7}x = 22 - x$

$4x = 154 - 7x$

$11x = 154$

$x = 14$

$22 - 14 = 8.$

Ответ: искомые числа 8 и 14.

2) x – большее число, $x - 35$ – второе число.

$\frac{3}{10}x = x - 35$

$3x = 10x - 350$

$0 = 7x - 350$

$7x = 350$

$x = 50$

$50 - 35 = 15.$

Ответ: искомые числа 15 и 50.

№ 567.

1) x – число мальчиков, $30 - x$ – число девочек.

$\frac{2}{3}x = 30 - x$

$2x = 90 - 3x$

$5x = 90$

$x = 18$

18 мальчиков, 12 девочек.

$\frac{18}{30} = \frac{3}{5}$

Ответ: в классе 18 мальчиков, 12 девочек, мальчики составляют $\frac{3}{5}$ всего класса.

2) Ответ: в первом доме 100 человек, во втором — 120 человек, в третьем — 180 человек.

№ 568.

1) x км — весть путь.

$\frac{1}{4}x + 12 + \frac{3}{8}x + 9 = x$

$2x + 96 + 3x + 72 = 8x$

$3x = 168$

$x = 56$

Ответ: весь путь 56 км.

2) x км — весь путь.

$\frac{11}{24}x - 14 = \frac{1}{3}x$

$11x - 336 = 8x$

$3x - 336 = 0$

$3x = 336$

$x = 112$

Ответ: вся дорога 112 км.

№ 569.

1)

1) $1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$ — первый остаток;

2) $\frac{4}{5} \cdot \frac{5}{8} = \frac{1}{2}$ — составляет прочитанное во второй день;

3) $\frac{4}{5} - \frac{1}{2} = \frac{3}{10}$ — второй остаток;

4) $\frac{3}{10} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{10}$ — составляет прочитанное в третий день;

5) $\frac{3}{10} - \frac{1}{10} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$ — последний остаток;

6) $16 : \frac{1}{5} = 80$ (стр.).

Ответ: в книге 80 страниц.

2)

1) $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ — первый остаток;

2) $\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{9} = \frac{1}{3}$ — составляет проданное второму покупателю;

3) $\frac{3}{4} - \frac{1}{3} = \frac{5}{12}$ — второй остаток;

4) $\frac{5}{12} \cdot \frac{4}{5} = \frac{1}{3}$ – составляет проданное третьему покупателю;

5) $\frac{5}{12} - \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$ – последний остаток;

6) $10 : \frac{1}{12} = 120$ (кг);

7) $120 \cdot \frac{1}{4} = 30$ (кг) – продано первому покупателю;

8) $120 \cdot \frac{1}{3} = 40$ (кг) – продано второму покупателю.

Ответ: первому покупателю продано 30 кг, второму – 40 кг, а третьему – 50 кг.

№ 570.

Ответ: молока и кофе выпито поровну.

№ 571.

432 + 648 + 972 + 1458 + 2430 + 4050 + 6750 + 1200 · 7 = 25 140 (руб.);
25 140 : 3 = 8380 (руб.) — стоимость материалов;
25140 + 8380 = 33520 (руб.) — общая стоимость строительства и материалов;
33520 : 4 = 8380 (руб.).

Ответ: каждый хозяин заплатил 8380 рублей.

№ 572.

1) У Нади грибов в 2 раза больше.

2) $\frac{3}{5}$ составляет сбор Нади и Тани от сбора Светы.

П. 3. 2. 8. Задачи на совместную работу (4 ч)

Основные содержательные цели

1) Сформировать умение решать задачи на совместную работу.

2) Повторить и закрепить: основное свойство дроби; сокращение дробей; приведение дробей к общему знаменателю; действия с натуральными и дробными числами; решение задач на дроби; измерение углов с помощью транспортира; понятие смежных и вертикальных углов; метод «доходов» и «расходов»; графики зависимостей величин.

Особенности изучения учебного содержания

Ранее учащиеся решали задачи на работу, но объем работы в этих задачах был известен. В восьмом пункте учащиеся выводят новые формулы для решения задач на совместную работу, принимая всю работу за 1. Открытием для учащихся станет то, что при совместной работе складывается не время работы, а часть работы, которую делают ее участники, т. е. увеличивается не время, а производительность труда. Новым для ребят будет и то, что при решении задач на совместную работу вся выполненная работа принимается за «целое», а часть работы, выполненная за единицу времени, находится делением единицы на время, затраченное на выполнение всего объема работы. Учащиеся фиксируют новую формулу.

При решении задач используются таблицы. Рассмотрим пример решения задачи на совместную работу в № 614 (1): «Три экскаватора различной мощности могут вырыть котлован, работая отдельно: первый – за 10 дней, второй – за 12 дней, а третий – за 15 дней. За сколько времени они могут вырыть котлован, работая совместно?»

	p	t	A
I	$\frac{1}{10}$	10 д.	1
II	$\frac{1}{12}$	12 д.	1
III	$\frac{1}{15}$	15 д.	1
вместе		? д.	1

$$\frac{1}{10}+\frac{1}{12}+\frac{1}{15}=\frac{6}{60}+\frac{5}{60}+\frac{4}{60}=\frac{15}{60}=\frac{1}{4}$$

Ответ: 4 ч потребуется трем экскаваторам, чтобы вырыть котлован.

При оформлении решения задач с помощью таблиц можно договориться с учащимися, что данные из условия задачи заносятся в таблицу одним цветом, а те, которые находятся учащимися, – другим. Опыт показывает, что при таком подходе даже слабые учащиеся с удовольствием справляются с подобными задачами.

Не все задачи на совместную работу можно оформлять с помощью таблицы, более сложные оформляются по действиям. Пример оформления решения таких задач разбирается в учебнике.

В этом же пункте учащиеся знакомятся с задачами на движение, при решении которых используется прием решения задач на «совместную работу». С учащимися следует провести аналогию с задачей на работу: преодоление всего пути можно считать «работой» участника движения (№ 621–623).

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5–6 классов основной школы авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсон по программе «Учусь учиться» по этому пункту предлагаются сценарии 127–130.

Урок 127 Задачи на совместную работу.

Новое знание.

Формула работы (через 1).

Актуализация знаний.

Решение задач на работу при известном объеме выполненной работы, взаимно обратные числа.

Пробное действие.

Решить задачу: «На фарфоровом заводе мастер может расписать чайный сервиз за 3 часа, а его ученик – за 6 часов. За сколько часов они его распишут, работая вместе?»

Фиксация затруднения.

– Я не смог решить задачу на совместную работу.

– Я не могу сопоставить решение с эталоном, не могу доказать, что мой ответ правильный.

– Фиксация причины затруднения.

У нас нет способа для решения задач на совместную работу при отсутствии данных о выполненной работе.

Цель деятельности.

Построить алгоритм решения задач на работу, в которых не известен объем работы, и научиться применять алгоритм при решении задач.

Эталон.

Формула работы

$$A = 1$$

$$1 = pt$$

$$p = \frac{1}{t}$$

$$t = \frac{1}{p}$$

Алгоритм решения задач на работу

1. Прочитать задачу.
2. Принять всю работу за 1.
3. Заполнить по условию таблицу.
4. Заполнить пустые места в таблице, используя формулу работы.
5. Записать ответ.

Урок 128 Задачи на совместную работу.

Новое знание.

Решение задач на движение, используя формулу работы.

Актуализация знаний.

Решение задач на работу, формула движения.

Пробное действие.

Решить задачу: «Два поезда выехали одновременно из двух городов навстречу друг другу и встретились через $1\frac{1}{3}$ ч. Первый поезд проходит все расстояние между этими городами за 4 ч. За сколько времени проходит это расстояние второй поезд?»

Фиксация затруднения.

– Я не смог решить задачу на одновременное движение.

– Я не могу сопоставить решение с эталоном, не могу доказать, чей ответ правильный.

Фиксация причины затруднения.

– У нас нет способа для решения задач на одновременное движение при отсутствии данных о расстоянии и скоростях движения.

Цель деятельности.

Проверить, можно ли применить построенный алгоритм для решения задач на совместную работу для решения задач на движение, если не известны расстояние и скорости движения.

Эталон

Задачи на движение можно решать по тому же алгоритму, что и задачи на совместную работу.

Урок 129 Задачи на совместную работу.

Новое знание.

Алгоритм для решения задач на совместную работу (случай, когда не весь объем работы был выполнен совместно).

Актуализация знаний.

Решение задач на работу.

Пробное действие.

Решить задачу: «Один трактор может вспахать поле за 12 ч, а второй – за 8 ч. В течение 4 ч оба трактора работали вместе, после чего работу закончил один первый трактор. За сколько времени была выполнена вся работа?»

Фиксация затруднения.

– Я не смог решить задачу на работу, когда не вся работа выполнялась двумя объектами.

– Я не могу сопоставить решение с эталоном.

Фиксация причины затруднения.

– У нас нет способа для решения задач на работу, когда не вся работа выполнялась двумя объектами.

Цель деятельности.

Научиться решать задачи на работу, когда не вся работа выполнялась двумя объектами.

Урок 130 Задачи на работу (Р).

Цель урока: тренировать умение решать задачи на совместную работу изученных видов, способность к рефлексии собственной деятельности; повторить и закрепить чтение графиков.

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 127 (124)	Урок 128 (125)
К	№ 611–614	№ 615 (1)–618
П	№ 624, 629–633	№ 625, 634–636
Д	п.3.2.8 (1, 2), № 640, 641, 646	п.3.2.8 (3), № 615 (2), 645, 648
С		

Урок №	Урок 129 (126)	Урок 130 (127)
К	№ 619–621	№ 622, 623, 681, 683
П	№ 626, 679, 680, 637	№ 627, 638, 639
Д	п.3.2.8 (4), № 642, 643, 650	№ 682, 647, 649
С	№ 653	№ 654

<u>№ 611.</u>

За 1 минуту – $\frac{1}{10}$ часть пути.

За 4 минуты – $\frac{4}{10}$ пути.

<u>№ 612.</u>

1) Мастер делает $\frac{1}{3}$, ученик – $\frac{1}{6}$ часть всей работы.

2) $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$ (часть).

3) $1 : \frac{1}{2} = 2$ (ч).

<u>№ 613.</u>

1)

	p	T	A
I	$\frac{1}{36}$	36 д.	1
II	$\frac{1}{45}$	45 д.	1
Вместе	$\frac{1}{20}$	?	1

$\frac{1}{36} + \frac{1}{45} = \frac{1}{20}$ (часть) – общая производительность.

Ответ: вся работа будет выполнена за 20 дней.

2)

	v	t	s
Автобус	$\frac{1}{12}$	12 ч	1
Машина	$\frac{1}{6}$	6 ч	1
Вместе	$\frac{1}{4}$	?	1

$\frac{1}{12} + \frac{1}{6} = \frac{1}{4}$.

Ответ: встреча произойдет через 4 часа.

№ 614.

1)

	p	T	A
I	$\frac{1}{10}$	10 д.	1
II	$\frac{1}{12}$	12 д.	1
III	$\frac{1}{15}$	15 д.	1
Вместе	$\frac{1}{4}$	?	1

$\frac{1}{10} + \frac{1}{12} + \frac{1}{15} = \frac{1}{4}$.

Ответ: вместе работа будет выполнена за 4 дня.

2)

1) $20 \cdot \frac{3}{5} = 12$ (д.) — время выполнения работы второй швеей;

2) $12 \cdot 2\frac{1}{2} = 30$ (д.) — время работы третьей швеи.

	p	T	A
I	$\frac{1}{20}$	20 д.	1
II	$\frac{1}{12}$	12 д.	1
III	$\frac{1}{30}$	30 д.	1
Вместе	$\frac{1}{6}$	?	1

$\frac{1}{20}+\frac{1}{12}+\frac{1}{30}=\frac{1}{6}$.

Ответ: весь заказ три швеи могут выполнить за 6 дней.

№ 615.

1)

	p	T	A
I	$\frac{1}{6}$	6 ч.	1
II	$\frac{1}{30}$	?	1
Вместе	$\frac{1}{5}$	5 ч	1

$\frac{1}{5}-\frac{1}{6}=\frac{1}{30}$.

Ответ: через вторую трубу бассейн наполнится за 30 ч.

2)

	p	T	A
I	$\frac{1}{15}$	15 ч.	1
II	$\frac{1}{10}$	?	1
Вместе	$\frac{1}{6}$	6 ч	1

$\frac{1}{6}-\frac{1}{15}=\frac{1}{10}$.

Ответ: второй трактор выполнит всю работу за 10 часов.

№ 616.

1)

1) $12:1\frac{1}{2}=8$ (мин) — время заполнения ванны вторым краном;

2) $1:12=\frac{1}{12}$ (часть) — производительность первого крана;

3) $1:8=\frac{1}{8}$ (часть) — производительность второго крана;

4) $\frac{1}{12}+\frac{1}{8}=\frac{5}{24}$ (часть) — производительность двух кранов;

5) $\frac{5}{6}:\frac{5}{24}=4$ (мин).

Ответ: потребуется 4 минуты.

2)

1) $1 : 48 = \frac{1}{48}$ (часть) — производительность двух труб;

2) $1 : 120 = \frac{1}{120}$ (часть) — производительность первой трубы;

3) $\frac{1}{48} - \frac{1}{120} = \frac{1}{80}$ (часть) — производительность второй трубы;

4) $\frac{3}{4} : \frac{1}{80} = 60$ (мин).

Ответ: вторая труба наполнит бассейн за 1 час.

№ 617.

1) $1 : 6 = \frac{1}{6}$ (часть) — производительность двух машин;

2) $\frac{1}{6} \cdot 3 = \frac{1}{2}$ (часть) — выполненная работа за 3 часа;

3) $\frac{1}{2} : 5 = \frac{1}{10}$ (часть) — производительность второй машины;

4) $\frac{1}{6} - \frac{1}{10} = \frac{1}{15}$ (часть) — производительность первой машины.

Ответ: первая машина может выполнить работу за 15 ч, а вторая – за 10 ч.

№ 618.

$\frac{1}{9}$ – производительность одного каменщика,

$\frac{1}{12}$ – производительность другого каменщика.

1) $\frac{1}{9} \cdot 6 = \frac{2}{3}$ (часть) — выполнил первый каменщик;

2) $1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ (часть) — выполнил второй каменщик;

3) $\frac{1}{3} : \frac{1}{12} = 4$ (д.).

Ответ: вся работа будет выполнена за 10 дней.

№ 619.

1)

	p	T	A
I	x $\frac{1}{24}$	?	1
II	$3x$ $\frac{1}{8}$	? 8 ч	1
Вместе	$\frac{1}{6}$	6 ч	1

$x + 3x = \frac{1}{6} \Leftrightarrow 6x + 18x = 1 \Leftrightarrow 24x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{24}$.

Ответ: первой машинистке потребуется 24 часа, второй – 8 часов.

2)

	p	T	A
I	$1\frac{1}{2}x$ $\frac{1}{20}$	?	1
II	x $\frac{1}{30}$	?	1
Вместе	$\frac{1}{12}$	12 д	1

1) $1\frac{1}{2}x + x = \frac{1}{12}$

$18x + 12x = 1$

$30x = 1$

$x = \frac{1}{30}$

2) $1\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{30} = \frac{1}{20}$.

Ответ: первая бригада выполнит работу за 20 дней.

№ 620.

1) $36 : 2 = 18$ (ч) — время работы второго насоса;

2) $\frac{1}{36}$ – производительность первого насоса, $\frac{1}{18}$ – производительность второго насоса;

3) $\frac{1}{36}+\frac{1}{18}=\frac{1}{12}$ — производительность двух насосов;

4) $\frac{1}{3}:\frac{1}{12}=4$ (ч) — время работы двух насосов;

5) $1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$ (часть) — оставшаяся часть работы;

6) $\frac{2}{3}:\frac{1}{36}=24$ (ч);

7) $24+4=28$ (ч).

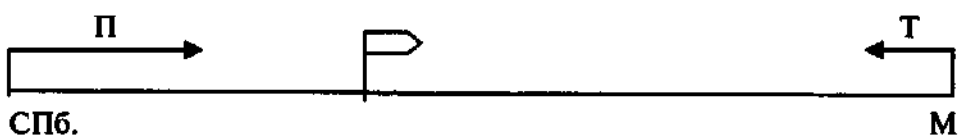
Ответ: вся вода была выкачана за 28 часов.

№ 621.

Ответ: через 3 ч 12 мин.

№ 622.

Основная идея: время встречи аналогично общему времени – за это время участники преодолеют вместе весь путь, т. е. вместе «сделают» всю работу. Скорость сближения – аналог производительности труда.



$t_{общ.}=4$ ч 48 мин $=4{,}8$ ч

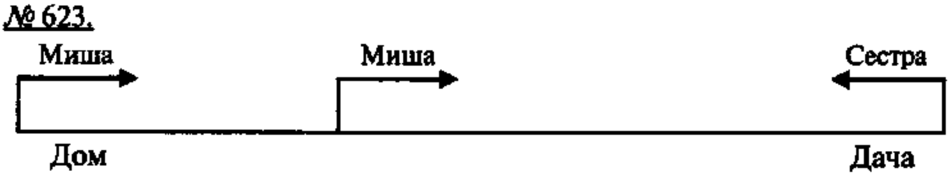
$t_п=4$ ч 48 мин $+3$ ч 12 мин $=8$ ч

	t	p	s
Пассажирский поезд	8	$\frac{1}{8}$	1
Товарный поезд	? 12	$\frac{1}{12}$	1
Вместе	4,8	$\frac{5}{24}$	1

$\frac{5}{24}-\frac{1}{8}=\frac{1}{12}$

Ответ: за 12 часов.

№ 623.



$v_М=\frac{1}{30}$ (часть/мин)

$v_С=\frac{1}{45}$ (часть/мин)

1) $\frac{1}{30} \cdot 10 = \frac{1}{3}$ (часть) — пути проехал Миша до начала движения его сестры;

2) $\frac{1}{30} + \frac{1}{45} = \frac{1}{18}$ (часть/мин) — скорость сближения;

3) $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ (часть) — путь одновременного движения;

4) $\frac{2}{3} : \frac{1}{18} = 12$ (мин) — время встречи;

5) $30 - 10 - 12 = 8$ (мин).

Ответ: через 12 мин после выезда сестры произойдет встреча, 8 мин Миша ехал до дачи после встречи с сестрой.

Задачи для самопроверки.

№ 655.

1) $\frac{5}{6} + \frac{3}{8} = 1\frac{5}{24}$;

2) $\frac{3}{7} - \frac{4}{21} = \frac{5}{21}$;

3) $2\frac{4}{9} + 1\frac{5}{6} = 4\frac{5}{18}$;

4) $4 - 2\frac{1}{3} = 1\frac{2}{3}$;

5) $2\frac{11}{15} - \frac{3}{20} = 2\frac{7}{12}$;

6) $3\frac{1}{6} - 1\frac{4}{15} = 1\frac{9}{10}$.

№ 656.

$$(\underbrace{10 - 9\tfrac{3}{4}}_{\frac{1}{4}}) + \underbrace{3\tfrac{1}{6}}_{3\frac{5}{12}} - (\underbrace{4\tfrac{1}{4} - 1\tfrac{7}{8}}_{2\frac{3}{8}}) = 1\frac{1}{24}$$

№ 657.

1) $2\frac{4}{5} + 5\frac{3}{10} = 8\frac{1}{10}$ (кг) пошло на окраску пола;

2) $3\frac{1}{2} + 2\frac{4}{5} + 8\frac{1}{10} = 14\frac{2}{5}$ (кг).

Ответ: всего было израсходовано $14\frac{2}{5}$ кг краски.

№ 658.

$5\frac{1}{3} - (x + 2\frac{5}{6}) = 1$

$x + 2\frac{5}{6} = 5\frac{1}{3} - 1$

$x + 2\frac{5}{6} = 4\frac{1}{3}$

$x = 4\frac{1}{3} - 2\frac{5}{6}$

$x = 1\frac{1}{2}$

№ 659.

1) $\frac{1}{a} - \frac{2}{b} = \frac{b-2a}{ab}$;

2) $\frac{4}{c} + \frac{3}{2c} = \frac{11}{2c}$.

№ 660.

1) $\frac{7}{8} \cdot \frac{10}{21} = \frac{5}{12}$;

2) $\frac{12}{5} \cdot \frac{9}{16} \cdot \frac{35}{27} = 1\frac{3}{4}$;

3) $8 \cdot \frac{3}{4} = 6$;

4) $3\frac{3}{5} \cdot 1\frac{1}{9} = \frac{18}{5} \cdot \frac{10}{9} = 4$;

5) $\left(1\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{125}{27} = 4\frac{17}{27}$;

6) $\frac{a}{5b} \cdot \frac{10}{a^2} = \frac{2}{ab}$.

№ 661.

$467\frac{1}{2} - (\underbrace{56\frac{3}{10} + 71\frac{1}{5}}_{127\frac{1}{2}}) \cdot 1\frac{3}{5} = 263\frac{1}{2}$ (км)

204

Ответ: $263\frac{1}{2}$ км будет расстояние между поездами.

№ 662.

1) $2\frac{2}{5} \cdot 1\frac{7}{8} = 4\frac{1}{2}$ (дм) — длина прямоугольного параллелепипеда;

2) $4\frac{1}{2} - 1\frac{1}{6} = 3\frac{1}{3}$ (дм) — высота прямоугольного параллелепипеда

3) $2\frac{2}{5} \cdot 4\frac{1}{2} \cdot 3 = 36$ (дм^3).

Ответ: объем прямоугольного параллелепипеда 36 дм^3.

№ 663.

1) $\frac{4}{7} : \frac{4}{5} = \frac{5}{7}$;

2) $5 : \frac{1}{2} = 10$;

3) $1 : \frac{6}{7} = 1\frac{1}{6}$;

4) $\frac{6}{11} : 3 = \frac{2}{11}$;

7) $8\frac{1}{3} : \frac{5}{9} = 15$;

8) $\frac{2}{5} : 2\frac{4}{5} = \frac{1}{7}$;

9) $3\frac{1}{4} : 2\frac{1}{6} = 1\frac{1}{2}$;

10) $\frac{a}{3} : \frac{b}{6} = \frac{2a}{b}$;

5) $12 : 48 = \frac{1}{4}$;

6) $8 : 2\frac{2}{3} = 3$;

11) $\frac{x^2}{2} : \frac{3x}{10} = \frac{5x}{3}$;

12) $\frac{5y}{2} : 10 = \frac{y}{4}$.

№ 664.

1) $5x = 2$

$x = \frac{2}{5}$

2) $7y = 9\frac{1}{3}$

$y = 1\frac{1}{3}$

3) $z : 2\frac{3}{4} = 1\frac{1}{11}$

$z = 3$

4) $5\frac{1}{2} : t = 3\frac{2}{3}$

$t = 1\frac{1}{2}$

№ 665.

1) $1\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{16} \cdot 2\frac{2}{3} \cdot 6\frac{6}{7} = 10$; 2) $1\frac{7}{9} : 1\frac{1}{3} : 2 : 1\frac{3}{5} = \frac{5}{12}$; 3) $7\frac{1}{5} \cdot 2 : 1\frac{1}{7} \cdot 1\frac{2}{3} = 21$.

№ 666.

1) $\frac{3}{5} : 6 = \frac{1}{10}$ (га) = 10 а = 1000 км^2;

2) $8\frac{1}{4} : 2\frac{3}{4} = 3$ (км/ч) — скорость пешехода;

3) $\frac{5}{6} : 1\frac{2}{3} = \frac{1}{2}$ (часть) — работы выполнено за 1 ч;

4) $900 : 3\frac{3}{4} \cdot 1\frac{1}{2} = 360$ (р.) — надо заплатить за покупку.

№ 667.

$$\left[\left(5\frac{3}{8} : 1\frac{11}{32} - 6\frac{3}{5} : 3\right) \cdot 4\frac{1}{6} - 2\frac{1}{6} : \left(3\frac{1}{12} - 2 \cdot 1\frac{3}{8}\right)\right]^2 = 1$$

1) $5\frac{3}{8} : 1\frac{11}{32} = 4$;

2) $6\frac{3}{5} : 3 = 2\frac{1}{5}$;

3) $4 - 2\frac{1}{5} = 1\frac{4}{5}$;

4) $1\frac{4}{5} \cdot 4\frac{1}{6} = 7\frac{1}{2}$;

5) $2 \cdot 1 = 2\frac{3}{5}$;

6) $3\frac{1}{12} - 2\frac{3}{4} = \frac{1}{3}$;

7) $2\frac{1}{6} : \frac{1}{3} = 6\frac{1}{2}$;

8) $7\frac{1}{2} - 6\frac{1}{2} = 1$.

№ 668.

Если $a = \frac{4}{5}$, то $9\frac{3}{5} : \frac{4}{5} = 12$.

Если $a = 3$, то $9\frac{3}{5} : 3 = 1\frac{1}{5}$.

Если $a = 5\frac{1}{3}$, то $9\frac{3}{5} : 5\frac{1}{3} = 1\frac{4}{5}$.

Если $a = 16$, то $9\frac{3}{5} : 16 = \frac{3}{5}$.

№ 669.

1) $3\frac{2}{3} : 1\frac{1}{3} = 2\frac{3}{4}$ (км/ч) – скорость второго пешехода;

2) $14\frac{2}{3} : 3\frac{2}{3} = 4$ (ч) – время движения первого пешехода;

3) $14\frac{2}{3} : 2\frac{3}{4} = 5\frac{1}{3}$ (ч) – время движения второго пешехода;

4) $3\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = 1\frac{5}{6}$ (км) – расстояние, которое прошел первый пешеход за $\frac{1}{2}$ ч;

5) $14\frac{2}{3} - 1\frac{5}{6} = 12\frac{5}{6}$ (км) – расстояние, которое прошли вместе два пешехода;

6) $12\frac{5}{6} : \left(3\frac{2}{3} + 2\frac{3}{4}\right) = 2$ (ч).

Ответ: через 2 ч пешеходы встретятся.

№ 670.

$$\left(1\frac{1}{2} : x + 2\frac{2}{5}\right) \cdot 1\frac{2}{3} - 1\frac{2}{3} = 2\frac{5}{6}$$

$$\left(1\frac{1}{2} : x + 2\frac{2}{5}\right) \cdot 1\frac{2}{3} = 2\frac{5}{6} + 1\frac{2}{3}$$

$$\left(1\frac{1}{2} : x + 2\frac{2}{5}\right) \cdot 1\frac{2}{3} = 4\frac{1}{2}$$

$$\left(1\frac{1}{2} : x + 2\frac{2}{5}\right) = 4\frac{1}{2} : 1\frac{2}{3}$$

$$1\frac{1}{2} : x + 2\frac{2}{5} = 2\frac{7}{10}$$

$$1\frac{1}{2} : x = 2\frac{7}{10} - 2\frac{2}{5}$$

$$1\frac{1}{2} : x = \frac{3}{10}$$

$$x = 1\frac{1}{2} : \frac{3}{10}$$

$$x = 5$$

№ 671.

1) $\dfrac{2\frac{2}{3} \cdot 3\frac{3}{4} - 5\frac{1}{8}}{1\frac{8}{13} \cdot \frac{13}{42} : \frac{1}{3}} = 3\frac{1}{4}$; 2) $\dfrac{\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{6}{11}}{\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} \cdot \frac{9}{11}} = \dfrac{2 \cdot 4 \cdot 6}{2 \cdot 5 \cdot 9} = \dfrac{8}{15}$; 3) $\dfrac{1 + \dfrac{\frac{1}{2} + \frac{1}{4}}{3}}{1 - \dfrac{\frac{1}{2} + \frac{1}{4}}{3}} = 1\frac{2}{3}$.

№ 672.

1) $a \cdot \frac{3}{10}$ (р.);

2) $b : \frac{2}{9}$ (км);

3) $\frac{5}{c}$.

№ 673.

$\frac{24-8}{24} = \frac{16}{24} = \frac{2}{3}$ (часть).

Ответ: $\frac{2}{3}$ части суток человек бодрствует.

№ 674.

1) $1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$ – страниц альбома свободно;

2) $20 : \frac{5}{8} = 32$ (стр.).

Ответ: в альбоме 32 страницы.

№ 675.

1) $\frac{5}{16} - \frac{3}{16} = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$ (часть) — разность выполненной работы;

2) $800 : \frac{1}{8} = 6400$ (р.) — стоимость всего заказа;

3) $6400 \cdot \frac{3}{16} = 1200$ (р.);

4) $6400 \cdot \frac{5}{16} = 2000$ (р.).

Ответ: первый рабочий заработал 1200 рублей, второй – 2000 рублей.

№ 676.

$\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{12} = \frac{1}{6}$ (часть).

Ответ: клубникой занята $\frac{1}{6}$ часть садового участка.

№ 677.

1) $800 \cdot \frac{1}{4} = 200$ (г) — сыра съели за завтраком;

2) $800 - 200 = 600$ (г) — осталось после завтрака;

3) $600 \cdot \frac{3}{5} = 360$ (г) — съедено за обедом;

4) $600 - 360 = 240$ (г).

Ответ: за ужином съели 240 г.

№ 678.

1) $1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$ – первый остаток;

2) $\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{9} = \frac{1}{3}$ – засолили;

3) $\frac{3}{5} - \frac{1}{3} = \frac{4}{15}$ – остаток;

4) $28 : \frac{4}{15} = 105$ (гр.);

5) $105 \cdot \frac{1}{3} = 35$ (гр.).

Ответ: собрали 105 грибов, засолили 35 грибов, что составило $\frac{1}{3}$ часть.

№ 679.

$\frac{15}{20} = \frac{3}{4}$ (часть) — метких бросков у Сережи;

$\frac{18}{30} = \frac{3}{5}$ (часть) — метких бросков у Димы;

$\frac{3}{4} > \frac{3}{5}$.

Ответ: Сережа более меткий.

№ 680.

1) $30 - 12 = 18$ (д.) — пасмурных дней.

Ответ: солнечных дней $\frac{2}{5}$, пасмурных дней $\frac{3}{5}$.

№ 681.

1) $\frac{1}{6}+\frac{1}{8}+\frac{1}{12}=\frac{3}{8}$ — общая производительность;

2) $1 : \frac{3}{8} = 2\frac{2}{3}$ (ч).

Ответ: выкопают всю картошку за 2 ч 40 минут.

№ 682.

1) $\frac{1}{5}-\frac{1}{6}=\frac{1}{30}$ производительность маленькой трубы;

2) $\frac{2}{3}:\frac{1}{30}=20$ (ч).

Ответ: за 20 часов.

№ 683.

1) $\frac{1}{10}+\frac{1}{15}=\frac{1}{6}$ — производительность обеих машинисток;

2) $\frac{1}{6}\cdot 4=\frac{2}{3}$ — работы выполнят совместно обе машинистки;

3) $1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$ — оставшаяся работа;

4) $\frac{1}{3}:\frac{1}{15}=5$ (ч).

Ответ: весь заказ был выполнен за 9 часов.

№ 684.

$x=3$

№ 685.

$x(x+5)=104$

x	1	2	4	8	13	26	52	104
$x+5$	104	52	26	13	8	4	2	1

Ответ: искомые числа 8 и 13.

№ 686.

1) $1\frac{2}{3}a+2\frac{3}{4}a+\frac{5}{6}a=5\frac{1}{4}a$

Если $a=\frac{4}{7}$, то $5\frac{1}{4}\cdot\frac{4}{7}=3$.

2) $\frac{4}{5}b+1\frac{1}{2}+3\frac{1}{5}b+\frac{2}{3}=4b+\frac{1}{6}$

Если $b=1\frac{1}{3}$, то $4\cdot 1\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=7\frac{1}{2}$.

3) $2c+4d+c+7d+3c=6c+11d$

Если $c=5$, $d=4$, то $6\cdot 5+11\cdot 4=74$.

4) $8m+12+4n+3+6m+5n=14m+9n+15$

Если $m=3$, $n=2$, то $14\cdot 3+9\cdot 2+15=75$.

Глава 4. Десятичные дроби (34 ч)

Особенности изучения учебного содержания

В четвертой главе раскрывается аналогия записи десятичных дробей и натуральных чисел. Алгоритмы сравнения десятичных дробей и действий с ними выводятся самими учащимися как частные случаи соответствующих алгоритмов действий с обыкновенными дробями.

Условие возможности перевода обыкновенной дроби в десятичную обосновывается в общем виде. Преобразование обыкновенной дроби в десятичную приводит к понятиям бесконечной периодической дроби и приближенного числа. Устанавливаются и отрабатываются правила округления чисел до заданного разряда.

Использование десятичных дробей позволяет повторить преобразования именованных чисел и действия с именованными числами.

Задания на отработку алгоритмов действий разнообразны: игровые, исследовательского характера, требующие перебора вариантов, владения методом проб и ошибок и т.д. Они интересны детям и помогают решать задачу включения их в учебно-познавательную деятельность.

Также повторяется решение текстовых задач всех видов, встречавшихся ранее, но с представлением исходных данных десятичными дробями. Продолжается развитие всех содержательно-методических линий курса и опережающая подготовка детей к изучению следующих тем.

Характеристика деятельности учащихся

При изучении содержания четвертой главы учащиеся:

- **используют** новую запись чисел;
- **преобразовывают** десятичные дроби в обыкновенные, и наоборот;
- **применяют** критерий перевода обыкновенной дроби в десятичную;
- **используют** правило округления чисел для приближенной записи натуральных чисел и десятичных дробей;
- **отмечают** десятичные дроби на числовом луче;
- **читают и записывают** десятичные дроби;
- **выводят** правила сравнения, сложения и вычитания, умножения и деления десятичных дробей на основе известных алгоритмов сравнения и выполнения арифметических действий с обыкновенными дробями и смешанными числами;
- **сравнивают** десятичные дроби;
- **выполняют** все арифметические действия с десятичными дробями;
- **решают** текстовые задачи всех ранее изученных видов;
- **используют** математическую терминологию в устной и письменной речи;
- **используют** схемы и таблицы при решении задач;
- **составляют** и **выполняют** алгоритмы;
- **находят** значения числовых и буквенных выражений;
- **выполняют** действия с натуральными числами и дробями;
- **строят** формулы зависимости между величинами и графики по построенным формулам;
- **решают** уравнения;
- **исследуют** геометрические фигуры.

§ 1. Понятие десятичной дроби (13 ч)

П. 4. 1. 1. Новая запись чисел (2 ч)

Основные содержательные цели

1) Сформировать понятие десятичной дроби, умение записывать и читать десятичные дроби.

2) Повторить и закрепить: нумерацию натуральных чисел; запись натуральных чисел в виде суммы разрядных слагаемых; разностное и кратное сравнение чисел; основное свойство дроби; сокращение дробей; приведение дробей к новому знаменателю; метод «доходов» и «расходов»; построение математических моделей текстовых задач; построение точек на координатной прямой; понятие определения; исследование свойств геометрических фигур с помощью измерений.

Особенности изучения учебного содержания

В этом пункте учащиеся знакомятся с десятичными дробями, а точнее, с новой записью уже известных им дробей со знаменателем 10, 100, 1000 и т. д. При изучении темы полезно познакомить учащихся с историей появления данного способа записи дробей, рассказать им, как одно и то же открытие было совершено разными учеными с разницей в сто лет.

Для того чтобы зафиксировать внимание учащихся на дробях со знаменателем 10^n, которые станут «героями» новой темы, можно предложить учащимся выразить именованные числа с меньшей единицей измерения через более крупную единицу измерения. Например, 1см в дм, 25 кг в центнерах, 123 г в кг, 50 см^2 в дм^2. После чего следует попросить учащихся выделить общий признак полученных обыкновенных дробей – знаменатель записан с помощью единицы и нескольких нулей. Здесь же можно выйти на запись 10^n.

После этого учащиеся знакомятся с новой записью этих дробей – в строчку, с помощью запятой, которая отделяет целую часть от дробной. В использованных примерах в числителе столько же знаков, сколько нулей в знаменателе. Учащиеся фиксируют правило: в десятичной записи дроби после запятой стоит столько же цифр, сколько нулей в знаменателе.

Проблему можно развернуть на случае, когда в числителе обыкновенной дроби цифр меньше, чем нулей в знаменателе. Учащимся дается задание: запиши в виде десятичной дроби $3\frac{9}{100}$. Для открытия им придется пойти на «математическую хитрость»: приписать к числителю недостающий знак так, чтобы число не изменилось; таким знаком будет цифра ноль, записанная слева от числа, т. е. 09.

Далее учащиеся составляют алгоритм десятичной записи, одним из шагов которого станет: уравнять, если необходимо, число цифр в числителе с числом нулей в знаменателе. Чтобы подготовить это открытие, целесообразно на актуализации выполнить задание: припиши к данному числу ноль справа, прочитай полученное число, припиши к данному числу ноль слева, прочитай полученное число.

При выполнении заданий № 689–690, 694 у учащихся формируется умение записывать десятичные дроби. При выполнении № 691–692 они учатся читать десятичные дроби правильно.

№ 693 дает возможность развивать комбинаторную линию курса и сформировать умение записывать и читать десятичные дроби.

При выполнении № 696–697 учащиеся пользуются правилом: «Приписывание одного, двух, трех и т. д. нулей справа от знаков, стоящих после запятой, не изменяет десятичной дроби». Важно обратить их внимание на это правило, так как оно будет применяться ими для уравнивания знаков при сложении и вычитании десятичных дробей, а также для приписывания нулей в делимом при делении десятичных дробей.

№ 698–699 направлены на формирование представления о записи десятичных дробей как о десятичной позиционной системе записи. Вместе с учащимися уточняется, что значение каждой цифры зависит от ее места в записи (позиции) и что единица каждого разряда содержит 10 единиц предыдущего.

В заданиях № 700–705 знания о новом способе записи включаются в систему уже имеющихся у пятиклассников знаний. При выполнении № 700–701 они работают с координатным лучом, в № 702–705 – с именованными числами.

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5—6 классов основной школы авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсон по программе «Учусь учиться» по первому пункту предлагаются сценарии 131—132.

Урок 131 Новая запись числа.

Новое знание.

Алгоритм десятичной записи.

Актуализация знаний:

Разряды натуральных чисел, классы, позиционная система записи натуральных чисел, действия с дробями.

Задание на пробное действие.

На доске карточка:

$\frac{1}{10} = 0,1$ $\frac{6}{10} = 0,6$

$\frac{1}{100} = 0,01$ $4\frac{38}{100} = 4,38$

$\frac{1}{1000} = 0,001$ $2\frac{7}{1000} = 2,007$

Около пяти столетий назад математик Симон Стевин предложил ограничиться в практических задачах только дробями, у которых в знаменателе степени 10, и придумал для них более короткую и удобную запись, а названы они были десятичными дробями.

Вам надо сформулировать правило, по которому обыкновенные дроби записаны в виде десятичных дробей, и по аналогии с приведенными примерами записать число $35\frac{216}{100000}$.

Фиксация затруднения.

– Мы не смогли сформулировать правило, по которому обыкновенные дроби записаны в виде десятичных дробей, и по аналогии с приведенными примерами записать число $35\frac{216}{100000}$.

Фиксация причины затруднения.

– У нас нет правила для записи обыкновенных дробей в виде десятичных дробей.

Цель деятельности.

Мы должны найти способ записи обыкновенных дробей со знаменателем степени 10 в виде десятичных дробей. Научиться с его помощью записывать десятичные дроби и читать их.

Эталон

Алгоритм записи десятичной дроби

Урок 132 Новая запись чисел.

Новое знание.

Правило приписывания и отбрасывания нулей.

Актуализация знаний:

Чтение и запись десятичных дробей.

Пробное действие.

— Верно ли утверждение: «Все данные дроби равны:
3,800300; 003,8003; 3,8003; 3,800300; 0003,80030»?

Фиксация затруднения.

— Я не могу определить, равны ли данные дроби.

— Я не могу обосновать, почему эти дроби равны или не равны.

Фиксация причины затруднения.

— У нас нет эталона, по которому мы могли бы сказать, что можно делать с нулями, стоящими перед целой частью, и нулями в конце дроби.

Цель деятельности.

Построить правило для записи нулей в десятичной дроби перед целой частью и в конце.

Эталон

Правило приписывания и отбрасывания нулей

Приписывание и отбрасывание справа одного, двух, трех и т. д. нулей к знакам, стоящим после запятой, не изменяет значения десятичной дроби.
Приписывание и отбрасывание слева одного, двух, трех и т. д. нулей к знакам, стоящим перед запятой, не изменяет значения десятичной дроби.
□□,□□□ = 00000□□,□□□00000

Методические рекомендации к выполнению заданий, решение и ответы

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 131	Урок 132
К	№ 688—694	№ 695—701
П	№ 706, 710—712	№ 707—709, 715
Д	п. 4.1.1, № 716, 719, 593	№ 717, 720, 723
С	№ 724	№ 725

№ 688.

0835; 2103; 0207.

№ 689.

а) $\frac{9}{10} = 0{,}9$ (ноль целых девять десятых);

$\frac{24}{100} = 0{,}24$ (ноль целых двадцать четыре сотых);

$\frac{375}{1000} = 0{,}375$ (ноль целых триста семьдесят пять тысячных);

$\frac{7}{100} = \frac{07}{100} = 0{,}07$ (ноль целых семь сотых);

$\frac{41}{1000} = \frac{041}{1000} = 0{,}041$ (ноль целых сорок одна тысячная);

$\frac{3}{1000} = \frac{003}{1000} = 0{,}003$ (ноль целых три тысячных);

$\frac{92}{10000} = \frac{0092}{10000} = 0{,}0092$ (ноль целых девяносто две десятитысячных);

$\frac{256}{100000} = \frac{00256}{100000} = 0{,}00256$ (ноль целых двести пятьдесят шесть стотысячных).

б) $2\frac{1}{10} = 2{,}1$ (две целых одна десятая);

$6\frac{8}{100} = 6\frac{08}{100} = 6{,}08$ (шесть целых восемь сотых);

$1\frac{549}{1000}$ = 1,549 (одна целая пятьсот сорок девять тысячных);

$9\frac{6}{100}=9\frac{06}{100}$ = 9,06 (девять целых щесть сотых);

$14\frac{105}{10000}=14\frac{0105}{10000}$ = 14,0105 (четырнадцать целых сто пять десятитысячных);

$3\frac{4801}{100000}=3\frac{04801}{100000}$ = 3,04801 (три целых четыре тысячи восемьсот одна стотысячная).

<u>№ 690.</u>

1) 1; 2; 3; 4; 5; 6.
2) 10; 100; 1000; 10 000; 100 000; 1 000 000.

<u>№ 691.</u>

Ноль целых две десятых — $\frac{2}{10}$;

пять целых щесть десятых — $5\frac{6}{10}$;

ноль целых четыре сотых — $\frac{4}{100}$;

двадцать пять целых восемнадцать сотых — $25\frac{18}{100}$;

одна целая сорок девять тысячных — $1\frac{49}{1000}$;

восемь целых семь тысячных — $8\frac{7}{1000}$;

ноль целых пять десятитысячных — $\frac{5}{10000}$;

двенадцать целых триста двадцать одна десятитысячная — $12\frac{321}{10000}$;

ноль целых шесть тысяч сорок две десятитысячных — $\frac{6042}{10000}$;

три целых девяносто щесть миллионных — $3\frac{96}{1000000}$.

<u>№ 692.</u>

1) 103 040,5 – сто три тысячи сорок целых пять десятых;
10 304,05 – десять тысяч триста четыре целых пять сотых;
1030,405 – тысяча тридцать целых четыреста пять тысячных;
103,0405 – сто три целых четыреста пять десятитысячных;
10,30405 – десять целых тридцать тысяч четыреста пять стотысячных;
1,030405 – одна целая тридцать тысяч четыреста пять миллионных;

0,1030405 – один миллион тридцать тысяч четыреста пять десятимиллионных.

2) ноль целых восемьсот семьдесят тысяч четыреста двадцать одна десятимиллионная;

0,870421 — ноль целых восемьсот семьдесят целых четыреста двадцать одна миллионная;

8,70421 – восемь целых семьдесят тысяч четыреста двадцать одна стотысячная;

87,0421 – восемьдесят семь целых четыреста двадцать одна тысячная;

870,421 – восемьсот семьдесят целых четыреста двадцать одна тысячная;

8704,21 – восемь тысяч семьсот четыре целых двадцать одна сотая;

87 042,1 – восемьдесят семь тысяч сорок две целых одна десятая;

870 421 – восемьсот семьдесят тысяч четыреста двадцать один.

№ 693.

0,123; 0,132; 0,213; 0,231; 0,312; 0,321.

№ 694.

а) 0,5;	е) 6,201;
б) 0,05;	ж) 24,1025;
в) 0,0005;	з) 3,004;
г) 1,43;	и) 12,00056;
д) 2,08;	к) 5,000837.

№ 695.

$\frac{1}{2} = \frac{5}{10} = 0,5;$

$\frac{3}{4} = \frac{75}{100} = 0,75;$

$\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = 0,4;$

$\frac{7}{20} = \frac{35}{1000} = 0,35;$

$\frac{18}{25} = \frac{72}{100} = 0,72;$

$\frac{23}{50} = \frac{46}{100} = 0,46;$

$\frac{2}{125} = \frac{16}{1000} = 0,016.$

№ 696.

а) 4,8000 = 4,8;

б) 002,900200 = 2,9002;

в) 05,3070 = 5,307;

г) 71,00000 = 71.

№ 697.

ЛОЕЬН – ОЛЕНЬ

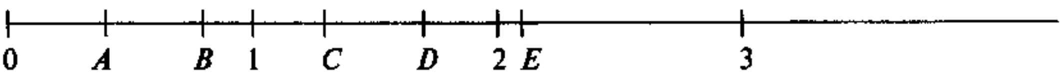
№ 698.

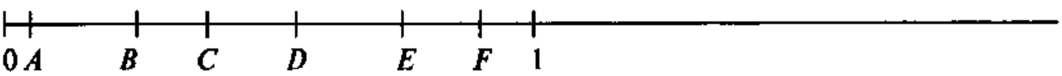
а) 3,42 = 3 + 0,4 + 0,02;

б) 0,518 = 0,5 + 0,01 + 0,008;
в) 1,027 = 1 + 0,02 + 0,007;
г) 2,9034 = 2 + 0,9 + 0,003 + 0,0004.

№ 699.
123,456789
а) 5; б) 4; в) 6; г) 7; д) 9; е) 8.

№ 700.
а) *A* (0,2); *B*(0,7); *C*(1,4); *D* (1,9); *E*(2,1); *F*(2,4).
б) *A* (0,01); *B*(0,03); *C*(0,08); *D* (0,12); *E*(0,16); *F*(0,24).
в) *A* (9,4); *B*(10,1); *C*(10,8); *D* (11,6); *E*(12,5); *F*(13,9).
г) *A* (3,61); *B*(3,73); *C*(3,85); *D* (3,98); *E*(4,04); *F*(4,12).

№ 701.
1)


2)


№ 702.
1)
а) 1 см = 0,1 дм = 0,01 м = 0,00001 м;
б) 1 г = 0,001 кг = 0,00001 ц = 0,000001 т;
в) 1 кг = 0,01 ц = 0,001 т;
г) 1 м² = 0,000001 км².
2)
а) 418 м = 0,418 км;
27 м = 0,027 км;
4 м = 0,004 км;
8 км 175 м = 8,175 км;
3 км 56 м = 3,056 км;
1 км 2 м = 1,002 км.

б) 5 дм = 0,5 м;
42 мм = 0,042 м;
9 см = 0,09 м;
1 м 36 см = 1,36 м;
2 м 5 см = 2,05 м;
4 м 7 мм = 4,0007 м;
342 см = 3,42 м.

в) 3 см = 0,3 дм;
5 мм = 0,05 дм;
7 дм 4 см = 7,4 дм;
2 дм 1 см 8 мм = 2,18 дм
15 дм 2 мм = 15,02 дм.

г) 372 г = 0,372 кг;
3 г = 0,003 кг;
58 г = 0,058 кг;
1 кг 32 г = 1,032 кг;
1 кг 4 г = 1,004 кг.

№ 703.
а) 2,4 см = 2 см 4 мм;
36,2 см = 36 см 2 мм.

б) 5,314 кг = 5 кг 314 г;
1,042 кг = 1 кг 42 г;
3,24 кг = 3 кг 240 г;
8,5 кг = 8 кг 500 г.

№ 705 (2, 3).

2)

$6 \text{ мин} = \frac{6}{60} \text{ ч} = \frac{1}{10} \text{ ч} = 0{,}1 \text{ ч};$

$30 \text{ мин} = \frac{30}{60} \text{ ч} = \frac{5}{10} \text{ ч} = 0{,}5 \text{ ч}.$

3)

$0{,}5 \text{ мин} = \frac{5}{10} \text{ мин} = 30 \text{ с};$

$1{,}4 \text{ мин} = \frac{14}{10} \text{ мин} = 84 \text{ с};$

$3{,}7 \text{ мин} = \frac{37}{10} \text{ мин} = 222 \text{ с};$

$1{,}75 \text{ мин} = 1\frac{75}{100} \text{ мин} = 1\frac{3}{4} \text{ мин} = 105 \text{ с}.$

П. 4. 1. 2. Десятичные и обыкновенные дроби (2 ч)

Основные содержательные цели

1) Сформировать умение переводить десятичные дроби в обыкновенные, и наоборот.

2) Повторить и закрепить: десятичную запись дробей; свойства арифметических действий, их буквенную запись; задачи на дроби; графики зависимостей величин; действия с натуральными и дробными числами.

Особенности изучения учебного содержания

В пункте «Десятичные и обыкновенные дроби» рассматриваются условия преобразования дробей из десятичной дроби в обыкновенную дробь и обратно.

Учащиеся должны понять, что от десятичной записи к записи в виде обыкновенной дроби можно перейти в любом случае, достаточно десятичную дробь записать с помощью дробной черты, и если это возможно, то сократить полученную обыкновенную дробь. Учащиеся могут сформулировать правило такого перехода и в другом виде: «Чтобы записать десятичную дробь в виде обыкновенной, можно выбросить из данной дроби запятую и полученное натуральное число поставить в числитель, а в знаменатель поставить единицу со столькими нулями, сколько знаков было после запятой».

Для формирования умения применять это правило можно использовать № 727–728.

В этом же пункте учащиеся сделают вывод, что обратный переход, от обыкновенной дроби к десятичной, возможен не всегда. В более подготовленном классе можно доказать ложность утверждения: «Всякую обыкновенную дробь можно записать в виде десятичной дроби».

Учащиеся должны понять, что для того, чтобы определить возможность перевода обыкновенной дроби в десятичную, нужно использовать какой-то признак (условие) возможности такого перевода.

Условие преобразования обыкновенной дроби в десятичную дробь учащиеся могут «открыть» сами. Для фиксации затруднения (проблематизации) можно предложить учащимся следующее задание.

Назовите числа, которые можно представить в виде десятичных дробей:

$$\frac{12}{17}, 1\frac{3}{30}, 4\frac{5}{8}, \frac{1}{16}, \frac{2}{10}, 3\frac{6}{14}, 5\frac{7}{1000}, \frac{9}{125}, \frac{11}{45}, 8\frac{1}{40}$$

Необходимо обратить внимание учащихся на наличие сократимой дроби в данном перечне. В результате самостоятельной деятельности ими будет сформулировано следующее условие: несократимую дробь можно записать в виде десятичной в том и только в том случае, когда ее знаменатель в качестве простых делителей имеет только 2 и 5. Можно вместе с учащимися составить пошаговый алгоритм определения возможности перевода обыкновенной дроби в десятичную дробь.

Для того чтобы подготовить учащихся к самостоятельному «открытию» условия перевода обыкновенной дроби в десятичную, полезно выполнить задание № 695, используя разложение на простые множители.

№ 695.

Приведи дробь к знаменателю вида 10^n, $n \in N$, и запиши соответствующую десятичную дробь.

$$10 = 2 \cdot 5,$$
$$100 = (2 \cdot 5)(2 \cdot 5),$$
$$1000 = (2 \cdot 5)(2 \cdot 5)(2 \cdot 5),$$
$$10^n = (2 \cdot 5)^n$$
$$\frac{18}{25} = \frac{18 \cdot (2 \cdot 2)}{(5 \cdot 2) \cdot (5 \cdot 2)} = \frac{72}{100} = 0{,}72$$
$$25 = 5 \cdot 5$$

Условие возможности перевода обыкновенной дроби в десятичную дробь обосновывается и в общем виде. При работе с этим доказательством, приведенным в учебнике, учитель должен учитывать принцип минимакса.

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5—6 классов основной школы авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсон по программе «Учусь учиться» по этому пункту предлагаются сценарии 133—134.

Урок 133 Десятичные и обыкновенные дроби.

Новое знание.

Условие перевода десятичной дроби в обыкновенную дробь (вводится на актуализации знаний), условие перевода обыкновенной дроби в десятичную дробь.

Актуализация знаний.

Актуализировать знания о записи и чтении десятичных дробей, о правиле представления дробей со знаменателем 10^n в виде десятичных дробей, алгоритм разложения чисел на простые множители, правило сокращения дробей на основе основного свойства дроби.

Задание на пробное действие.

Подчеркнуть те числа, которые можно представить в виде десятичных дробей:

$$\frac{36}{120}; \quad \frac{77}{420}; \quad \frac{38}{220}; \quad \frac{27}{160}$$

Фиксация затруднения:

— Я не могу определить, какие дроби можно перевести в десятичные.

— Я не могу доказать, что выписаны все дроби, которые можно перевести в десятичные, что те дроби, которые выписаны, можно перевести в десятичные дроби.

Фиксация причины затруднения.

– У нас нет эталона, по которому мы могли бы определить возможность перевода обыкновенной дроби в десятичную дробь.

Цель деятельности.

Найти правило, признак, по которому быстро можно определить возможность представления обыкновенной дроби в виде десятичной дроби.

Эталоны

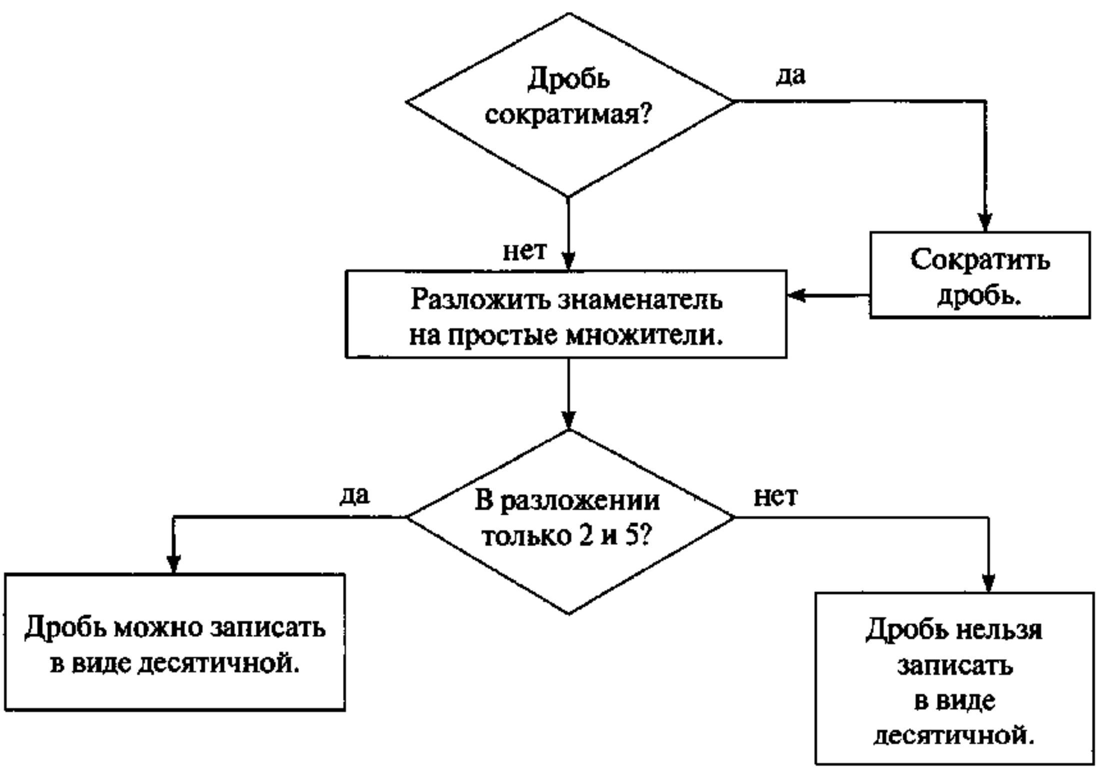
Условие перевода десятичной дроби в обыкновенную дробь

Любую десятичную дробь можно представить в виде обыкновенной дроби или смешанного числа.

Условие перевода обыкновенной дроби в десятичную дробь

Несократимую обыкновенную дробь можно записать в виде десятичной в том и только в том случае, когда ее **знаменатель в качестве простых делителей имеет только 2 и 5.**

Алгоритм определения возможности перевода обыкновенной дроби в десятичную



Урок 134 Десятичные и обыкновенные дроби (Р).

Цель урока: тренировать умение читать и записывать десятичные дроби, переводить обыкновенные дроби в десятичные на основе условия существования ее десятичной записи; тренировать способность к рефлексии собственной деятельности; повторить и закрепить свойства деления, решение задач на дроби, решение примеров на порядок действий, действия с многозначными и смешанными числами.

Методические рекомендации к выполнению заданий, решение и ответы

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 133	Урок 134
К	№ 726—729	№ 730—732
П	№ 733, 734, 737	№ 735, 736, 715
Д	п. 4.1.2, № 738, 741, 742	№ 739, 740, 762
С	№ 743	№ 744

№ 726.

1) $\frac{1}{4}=\frac{25}{100}=0,25=\frac{2}{8}=\frac{3}{12}=0,250=0,2500=\frac{4}{16}$;

2) $2,4 = 2,40 = 2,400 = 2\frac{4}{10}=\frac{24}{10}=2\frac{2}{5}=2\frac{6}{15}=2\frac{8}{20}$;

3) $3,125 = 3,1250 = 03,12500 = 3\frac{125}{1000}=3\frac{1}{8}=\frac{25}{8}=3\frac{2}{16}=3\frac{3}{24}$;

4) $1\frac{1}{50}=\frac{51}{50}=1\frac{2}{100} = 1,02 = 1,020 = 01,02 = 001,0200 = 01,02000$.

№ 727.

1) ноль целых сорок две тысячных — $\frac{42}{1000}$;

2) одна целая восемь десятых — $1\frac{8}{10}$;

3) пять целых шесть сотых — $5\frac{6}{100}$;

4) четырнадцать целых триста пять тысячных — $14\frac{305}{1000}$;

5) триста пятьдесят восемь целых девяносто четыре десятитысячных — $358\frac{94}{10000}$;

6) девять целых семьсот тридцать тысяч восемьсот пятьдесят одна миллионная — $9\frac{730851}{1000000}$.

№ 729.

$\frac{57}{4200}=\frac{19}{1400}$

$1400 = 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot \underline{7}$

В разложении знаменателя есть множитель, отличный от 2 и 5.

№ 730.

а) $\frac{7}{2^2 \cdot 5}=\frac{7 \cdot 5}{2^2 \cdot 5^2}=\frac{35}{100}=0{,}35$;

б) $\frac{9}{2 \cdot 5^2}=\frac{9 \cdot 2}{2^2 \cdot 5^2}=\frac{18}{100}=0{,}18$;

в) $\frac{21}{2^2 \cdot 5^3}=\frac{21 \cdot 2}{2^3 \cdot 5^3}=\frac{42}{1000}=0{,}042$;

г) $\frac{1}{2^3}=\frac{5^3}{2^3 \cdot 5^3}=\frac{125}{1000}=0{,}125$;

д) $\frac{3}{2^4 \cdot 5}=\frac{3 \cdot 5^3}{2^4 \cdot 5^4}=\frac{375}{10000}=0{,}0375$;

е) $\frac{47}{2^2 \cdot 5^5}=\frac{47 \cdot 2^3}{2^5 \cdot 5^5}=\frac{376}{100000}=0{,}00376$.

№ 731.

НРЯВИЕГ – ВЕНГРИЯ

№ 732.

1) $91 = 7 \cdot 13$; $260 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 13$;

$\frac{91}{260}=\frac{7}{2^2 \cdot 5}=\frac{7 \cdot 5}{2^2 \cdot 5^2}=\frac{35}{100}=0{,}35$;

2)

$63 = 3 \cdot 3 \cdot 7$; $840 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$;

$\frac{63}{840}=\frac{3}{2^3 \cdot 5}=\frac{3 \cdot 5^2}{2^3 \cdot 5^3}=\frac{75}{1000}=0{,}075$;

3)

$847 = 7 \cdot 11 \cdot 11$; $5500 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 11$;

$\frac{847}{5500}=\frac{77}{2^2 \cdot 5^3}=\frac{77 \cdot 2}{2^3 \cdot 5^3}=\frac{154}{1000}=0{,}154$;

4)

$459 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 17$; $20400 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 17$;

$\frac{459}{20400}=\frac{9}{2^4 \cdot 5^2}=\frac{9 \cdot 5^2}{2^4 \cdot 5^4}=\frac{225}{10000}=0{,}0225$.

П. 4. 1. 3. Приближенные равенства. Округление чисел (3 ч)

Основные содержательные цели

1) Сформировать представление о приближенном равенстве, умение округлять числа.

2) Повторить и закрепить: понятие прикидки; десятичную запись дробей; основное свойство дроби; сокращение дробей; приведение дробей к новому знаменателю; построение математических моделей текстовых задач; решение задач методом перебора; метод «доходов» и «расходов»; действия с натуральными и дробными числами; понятие определения; исследование свойств геометрических фигур с помощью измерений.

Особенности изучения учебного содержания

Учащиеся уже умеют использовать знак «≈» для записи выполнения прикидки арифметических действий. Однако в «прикидке» речь шла о замене данного числа круглым, близким ему по значению, *удобным* для вычислений. А с правилами округления чисел до заданного разряда они незнакомы.

Правила округления чисел рассматриваются в пятом классе сначала для натуральных чисел (№ 745, 747 (1)), а затем распространяются и на десятичные дроби (№ 746, 747 (2)). После чего учащиеся округляют все числа (и десятичные дроби, и натуральные числа) по общему правилу – № 748–750.

В № 751 преобразование обыкновенной дроби в десятичную дробь приводит к понятию бесконечной десятичной дроби, при замене ее конечной учащиеся должны выполнить округление полученных дробей. Это задание предполагает замену дробной черты знаком деления и выполнение учащимися деления в столбик (при этом они должны воспользоваться правилом приписывания нулей в десятичной дроби справа после запятой – п.4.1.1), что готовит детей к теме деления десятичных дробей.

При изучении данной темы учащиеся получают возможность познакомиться с понятием «период бесконечной дроби» (№ 752).

Учащиеся применяют правила округления для выражения натурального числа через укрупненные единицы счета: десятки, сотни, тысячи, миллионы (№ 754–756); для выражения именованных чисел через укрупненные единицы измерения величин (№ 757–758).

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5—6 классов основной школы авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсон по программе «Учусь учиться» по этому пункту предлагаются сценарии 135—137.

Урок 135 Округление чисел.

Новое знание.

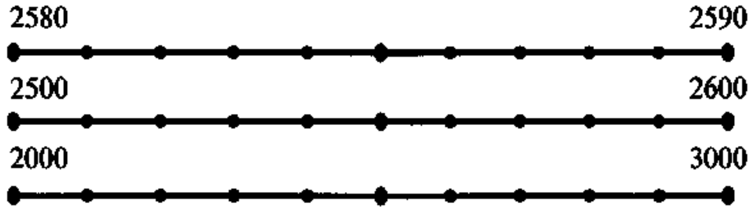
Алгоритм округления чисел.

Актуализация знаний.

Решение двойных неравенств, прикидка частного.

Задание на пробное действие.

Отметьте число 2583 на шкале и округлите его с точностью: а) до десятков; б) до сотен; в) до тысяч.



$25\underline{8}3 \approx$

$2\underline{5}83 \approx$

$\underline{2}583 \approx$

Фиксация затруднения.

— Я не смог поставить числа на числовом отрезке и округлить числа.

— Я числа отметил, а округлить не смог.

— Я не могу доказать, что отметил числа правильно и правильно округлил числа.

Фиксация причины затруднения.

– У нас нет правила округления натуральных чисел.

Цель деятельности.

Вывести правило округления натуральных чисел.

Эталоны

Алгоритм округления натуральных чисел

1. Если первая из отбрасываемых цифр меньше 5, то последняя сохраняемая цифра не меняется.
2. Если первая из отбрасываемых цифр больше или равна 5, то последняя сохраняемая цифра увеличивается на 1.
3. Отбрасываемые цифры заменяются нулями.

Алгоритм округления десятичных дробей

1. Если первая из отбрасываемых цифр меньше 5, то последняя сохраняемая цифра не меняется.
2. Если первая из отбрасываемых цифр больше или равна 5, то последняя сохраняемая цифра увеличивается на 1.

Урок 136 Округление чисел.

Новое знание.

Правило перевода обыкновенной дроби в десятичную периодическую дробь.

Актуализация знаний.

Округление натуральных чисел и десятичных дробей, представление чисел в виде суммы разрядных слагаемых, представление обыкновенных дробей в виде десятичных дробей.

Задание на пробное действие.

Заменить дробь $\frac{5}{6}$ десятичной дробью.

Фиксация затруднения.

— Я не смог заменить дробь $\frac{5}{6}$ десятичной дробью.

Фиксация причины затруднения.

– У нас нет правила перевода любой обыкновенной дроби в десятичную дробь.

Цель деятельности.

Построить правило перевода любой обыкновенной дроби в десятичную дробь.

Эталон

Правило перевода любой обыкновенной дроби в десятичную дробь

1. Разделить числитель на знаменатель.
2. В частном повторяющуюся цифру (повторяющиеся цифры)записать в скобках.

Урок 137 Округление чисел (Р).

Цели урока: тренировать умение округлять числа, представлять любую обыкновенную дробь в виде десятичной с точностью до заданного разряда; тренировать способность к рефлексии собственной деятельности; повторить и закрепить действия с натуральными и смешанными числами; тренировать способность к выявлению и практическому использованию существенных признаков геометрических понятий.

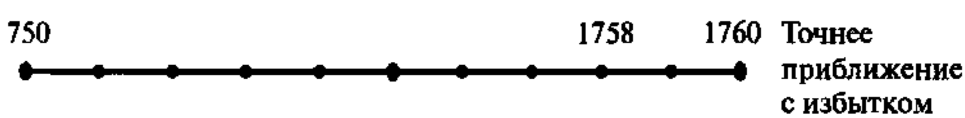
Методические рекомендации к выполнению заданий, решение и ответы

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 135	Урок 136	Урок 137
К	№ 745—749	№ 750—752	№ 753—758
П	№ 759—761, 768	№ 763—767, 769, 770	№ 768, 771—773
Д	п. 4.12.3, № 774, 775, 778	№ 776, 781, 782	№ 777, 779, 780
С	№ 783	№ 784 (1—4)	№ 784 (5—7)

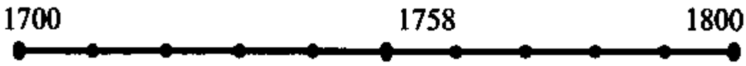
<u>№ 745.</u>

а) $1750 < 1758 < 1760$; $\qquad 8750 < 8751 < 8760$;



Точнее приближение с недостатком

б) 1700 < 1758 < 1800; 8700 < 8751 < 8800;



Точнее приближение с избытком

Точнее приближение с избытком

в) 1000 < 1758 < 2000; 8000 < 8751 < 9000.

Точнее приближение с избытком

Точнее приближение с избытком

№ 746.

1,48 ≈ 1,4;	5,32 ≈ 5,3;	2,75 ≈ 2,7;
1,48 ≈ 1,5;	5,32 ≈ 5,4;	2,75 ≈ 2,8.

№ 747.

1) До десятков, до сотен, до тысяч, до десятков тысяч, до десятков тысяч.
2) До десятков, до единиц, до десятых, до сотых, до тысячных.

№ 748.

1) До сотен	2) До десятков	3) До единиц
39 054 ≈ 39 100.	27,314 ≈ 27,3.	округление выполнено правильно.

№ 749.

1)

79 306 ≈ 79 310;	951 043 ≈ 951 040;	8 260 458 ≈ 8 260 460;
79 306 ≈ 79 300;	951 043 ≈ 951 000;	8 260 458 ≈ 8 260 500;
79 306 ≈ 79 000;	951 043 ≈ 951 000;	8 260 458 ≈ 8 260 000;
79 306 ≈ 80 000;	951 043 ≈ 950 000;	8 260 458 ≈ 8 260 000.

2)

10,5296 ≈ 11;	7,02546 ≈ 7;	0,897305 ≈ 1;
10,5296 ≈ 10,5;	7,02546 ≈ 7,0;	0,897305 ≈ 0,9;
10,5296 ≈ 10,53;	7,02546 ≈ 7,03;	0,897305 ≈ 0,90;
10,5296 ≈ 10,530;	7,02546 ≈ 7,025;	0,897305 ≈ 0,897.

№ 750.

1)

12 714 ≈ 12 710;
12 714 ≈ 12 700;
12 714 ≈ 13 000.

2)

142 884 ≈ 143 000;
142 884 ≈ 140 000.

3)

0,816 ≈ 0,8;   0,816 ≈ 0,82;
14,543 ≈ 14,5; 14,543 ≈ 14,54;
17,225 ≈ 17,2; 17,225 ≈ 17,23.

4)

87,97 ≈ 90;	87,97 ≈ 88;	87,97 ≈ 88,0;
686,98 ≈ 690;	686,98 ≈ 687;	686,98 ≈ 687,0;
11,86 ≈ 10;	11,86 ≈ 12;	11,86 ≈ 11,9.

5)

1,027488 ≈ 1,02749;	1,027488 ≈ 1,03;	1,027488 ≈ 1,0;
0,410069 ≈ 0,41007;	0,410069 ≈ 0,41;	0,410069 ≈ 0,4;
0,456088 ≈ 0,45609;	0,456088 ≈ 0,46;	0,456088 ≈ 0,5.

№ 751.

а) $\frac{4}{3} \approx 1,3;\ 1,33;\ 1,333;$

б) $\frac{7}{9} \approx 0,8;\ 0,78;\ 0,778;$

в) $\frac{16}{15} \approx 1,1;\ 1,07;\ 1,067;$

г) $\frac{5}{11} \approx 0,5;\ 0,45;\ 0,455;$

д) $\frac{19}{12} \approx 1,6;\ 1,58;\ 1,583;$

е) $\frac{59}{21} \approx 2,8;\ 2,81;\ 2,810;$

ж) $\frac{45}{7} \approx 6,4;\ 6,43;\ 6,429.$

№ 752.

а) $\frac{1}{3} = 0,(3);$ г) $\frac{11}{6} = 1,8(3);$

б) $\frac{25}{9} = 2,(7);$ д) $\frac{47}{18} = 2,6(1);$

в) $\frac{34}{11} = 3,(09);$ е) $\frac{95}{22} = 4,3(18).$

№ 753.

75 = 7,5 дес. ≈ 6 дес.;
34 = 3,4 дес. ≈ 3 дес.;
816 = 81,6 дес. ≈ 82 дес.;
421 = 42,1 дес. ≈ 42 дес.;
1859 = 185,9 дес. ≈ 186 дес.;
6394 = 639,4 дес. ≈ 639 дес.

№ 754.
612 = 6,12 сот. ≈ 6,1 сот.;
817 = 8,17 сот. ≈ 8,2 сот.;
1304 = 13,04 сот. ≈ 13,0 сот.;
4950 = 49,50 сот. ≈49,5 сот.;
78 = 0,78 сот. ≈ 0,8 сот.;
45 = 0,45 сот. ≈ 0,5 сот.

№ 755.
5402 = 5,402 тыс. ≈ 5,40 тыс.;
2783 = 2,783 тыс. ≈ 2,78 тыс.;
30 456 = 30,456 тыс. ≈ 30,46 тыс.;
84 609 = 84,609 тыс. ≈ 84,61 тыс.;
731 = 0,731 тыс. ≈ 0,73 тыс.;
79 = 0,079 тыс. ≈ 0,08 тыс.

№ 756.
6 009 842 = 6,009842 млн. ≈ 6,010 млн.;
15 624 035 = 15,624035 млн. ≈ 15,624 млн.;
946 207 = 0,946207 млн. ≈ 0,946 млн.;
34 567 = 0,034567 млн. ≈ 0,035 млн.

№ 757.
1)
$98 \cdot 56 - 18 \cdot 34 = 5488 - 612 = 4876$ (мм^2) = 48,76 (см^2) ≈ 48,8 (см^2);
2)
$45 \cdot 70 + 49 \cdot 70 : 2 + 24 \cdot 70 : 2 = 3150 + 1715 + 840 = 5705$ (мм^2) = 57,05 (см^2) ≈ ≈ 57,1 (см^2).

№ 758.
$178 \cdot 62 \cdot 96 = 1\,059\,456$ (см^3) = 1,059456 (м^3) ≈ 1,06 (м^3).

П. 4. 1. 4. Сравнение десятичных дробей (3 ч)

Основные содержательные цели

1) Сформировать умение сравнивать десятичные дроби.

2) Повторить и закрепить: правила сравнения натуральных чисел и дробей; десятичную запись дробей; правила перевода обыкновенной дроби в десятичную, и наоборот; правила округления чисел; решение уравнений; понятие оси симметрии фигуры; метод «доходов» и «расходов»; действия с натуральными и дробными числами.

Особенности изучения учебного содержания

На момент изучения десятичных дробей у учащихся уже сформированы навыки сравнения обыкновенных дробей. Поэтому можно провести уроки по данной теме в форме самостоятельного открытия детьми нового правила. Алгоритм сравнения десятичных дробей выводится учащимися как частный случай соответствующего алгоритма с обыкновенными дробями.

Задания на отработку алгоритма сравнения очень разнообразны: игровые, требующие перебора вариантов и пр. Например, для отработки алгоритма сравнения дробей авторы предлагают следующие задания.

- *№* 792. Расшифруй слова, сопоставив дробям соответствующие буквы.
- *№* 796. Запиши точки в том порядке, в котором они расположены на координатной прямой, и расшифруй слова.
- *№* 797. Запиши в порядке убывания все возможные дроби с тремя знаками после запятой, целая часть которых равна 0, а дробная часть составлена из цифр 5 и 2 (цифры в записи могут повторяться).

Естественно, что к концу учебного года, когда учащиеся устают, данный вид заданий помогает активизировать их деятельность на уроке.

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5—6 классов основной школы авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсон по программе «Учусь учиться» по этому пункту предлагаются сценарии 138—140.

Урок 138 Сравнение десятичных дробей.

Новое знание.

Правило сравнения десятичных дробей.

Актуализация знаний.

Сравнение натуральных чисел и обыкновенных дробей, перевод обыкновенных дробей в десятичные дроби, и наоборот.

Задание на пробное действие.

Сравнить числа: 12,39 и 12,356.

Фиксация затруднения:

— Я не смог сравнить десятичные дроби.

Фиксация причины затруднения:

– У нас нет правила сравнения десятичных дробей.

Цель деятельности.

Построить правило сравнения десятичных дробей и научиться этим правилом пользоваться.

Эталон

Правило сравнения десятичных дробей

1. Если целые части десятичных дробей различны, то больше та дробь, у которой больше целая часть.

2. Если целые части десятичных дробей одинаковы, то больше та дробь, у которой больше первый из несовпадающих разрядов после запятой.

Уроки 139–140 Сравнение десятичных дробей (Р).

Цели уроков: тренировать умение использовать правило сравнения десятичных дробей, способность к рефлексии собственной деятельности; повторить и закрепить решение уравнений, задач на дроби.

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 138	Урок 139	Урок 140
К	№ 785—788	№ 789—792	№ 793—797
П	№ 799, 800, 805, 812	№ 801, 802, 806, 807, 811	№ 803, 804, 808—910
Д	п. 4.1.4, № 813 (а—е), 815, 820	№ 813 (ж—л), 816, 817	№ 814, 818, 821
С	№ 822	№ 823	№ 819

<u>№ 785</u>

а) $0,3 < 0,8$;
б) $0,90 = 0,9$;
в) $0,40 > 0,100$;
г) $0,52 < 0,7$;
д) $5,6 > 3,6$;
е) $2,99 < 13,1$;
ж) $7,500 = 7,5$;
з) $1,09 < 10,2$;
и) $0,759 < 0,76$;
к) $3,4208 > 3,4028$;
л) $4,0986 < 4,1$;
м) $12,576 > 9,99999$.

<u>№ 786</u>

1) 0,000006 – в порядке убывания;
2) 0,123456 — в порядке убывания;
3) 0,111111 – в порядке возрастания;
4) 0,030303 – ни в порядке возрастания, ни в порядке убывания.

<u>№ 787</u>

1) $0,12345 > 0,0102030405$;
2) $0,32032032 < 0,321$;
3) $7,777777 < 50,50505050505$;
4) $2,57043566 > 2,5703456666$.

<u>№ 790</u>

а) $0,3 < 0,(3)$;
б) $\frac{1}{3} > 0,33$;
в) $\frac{1}{3} < 0,34$.

<u>№ 791</u>

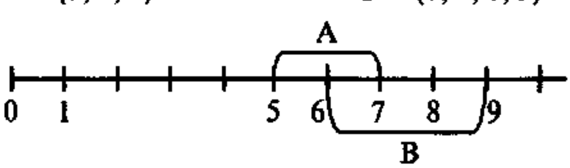
а) 0,87169;
б) 0,04169.

<u>№ 792</u>

а) БАЙРОН;
б) МОЛЬЕР.

<u>№ 793</u>

$A = \{5; 6; 7\}$
$B = \{6; 7; 8; 9\}$



<u>№ 794</u>

а) 1,1; 1,2; 1,3;
б) 0,11; 0,12; 0,13;
в) 0,011; 0,012; 0,013;
г) 0,0011; 0,0012; 0,0013.

№ 795.
1) СТЕПЕНЬ; 2) ФАКТОРИАЛ.

№ 796.
1) FRANCE; 2) STAMBUL.

№ 797.
1) 0,552; 0,525; 0,522; 0,255; 0,252; 0,225;
2) 0,003; 0,012; 0,021; 0,030; 0,102; 0,120; 0,201; 0,210; 0,300.

№ 798.
Слалом: женщины – 2:02,02; 0,15 секунды;
мужчины – 1:56,01; 0,34 секунды.
Санный спорт: женщины – 3:21,418; 0,152 секунды;
мужчины – 3:16,276; 0,251 секунды.

Урок 141 Задачи для самопроверки (Р).

Цели урока: сформировать способность к фиксированию затруднений в собственной деятельности по теме «Понятие десятичной дроби», подготовиться к контрольной работе; тренировать способность к решению задач на дроби, нахождению значений буквенных выражений.

Задачи для самопроверки

№ 824.
а) 3,57; б) 0,098; в) 0,00006; г) 0,4; д) 0,04; е) 0,035.

№ 825.
а) 15 дм = 1,5 м; 15 см = 0,15 м; 15 мм = 0,015 м;
б) 0,2 кг = 200 г; 8,04 кг = 8040 г;
в) 24 мин = 0,4 ч; 1 ч 45 мин = 1,75 ч; 150 мин = 2,5 ч;
г) 0,5 мин = 30 с; 2,9 мин = 174 с.

№ 826.
3,045 = 3,0450 = 3,04500 = 3,045000;

$3\frac{45}{1000}=3\frac{9}{200}$.

№ 827.
$\frac{18}{3600}=\frac{1}{200}$;

$200 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5$.
Можно представить.

№ 828.
а) 24 518 ≈ 24 500; б) 73,5926 ≈ 70;
24 518 ≈ 25 000; 73,5926 ≈ 74;

24 518 ≈ 20 000; 73,5926 ≈ 73,6;
73,5926 ≈ 73,59;
73,5926 ≈ 73,593.

№ 829.
0,18.

№ 830.
824 952 = 82,4952 дес. тыс. ≈ 82,50 дес. тыс.

№ 831.
а) $0{,}388 < 0{,}4$; б) $20{,}7 > 2{,}09$; в) $5{,}6003 < 5{,}6021$.

№ 832.
7,1; 7,021; 7,02; 0,72.

№ 833.
1) $x = y : 9$; 2) $a = b + 15$;
$y = 9x$; $b = a - 15$;
$y : x = 9$; $a - b = 15$.

№ 834.
1) $300 : \frac{3}{8} = 800$ (оч.) — заработано во второй части игры;
2) $300 : \frac{50}{100} = 600$ (оч.) — заработано в третьей части игры;
3) 800 : 2 = 400 (оч.) — заработала команда «Кактус» во второй части;
4) 300 + 100 = 400 (оч.) — заработала команда «Кактус» в первой части;
5) 300 + 800 + 600 = 1700 (оч.) — заработала команда «Веселые ребята»;
6) 600 + 400 + 400 = 1400 (оч) — заработала команда «Кактус»;
7) 1700 – 1400 = 300 (оч.)
Ответ: победила команда «Веселые ребята», набрав на 300 очков больше.

Уроки 142–143 **Обучающий контроль** ***(Контрольная работа № 8).***

§ 2. Арифметика десятичных дробей (21 ч)

П. 4. 2. 1. Сложение и вычитание десятичных дробей (5 ч)

Основные содержательные цели

1) Сформировать умение складывать и вычитать десятичные дроби.

2) Повторить и закрепить: десятичную запись дробей; правила перевода обыкновенной дроби в десятичную, и наоборот; правила сравнения десятичных дробей, округления чисел; обозначение десятичных дробей точками координатной прямой; построение математических моделей текстовых задач; решение задач на движение и на дроби; решение уравнений; графики зависимости величин; метод «доходов» и «расходов»; действия с натуральными и дробными числами; понятие определения; исследование свойств геометрических фигур.

Алгоритмы действий с десятичными дробями выводятся учащимися как частные случаи соответствующих алгоритмов действий с обыкновенными дробями.

К этому времени дети более осознанно воспринимают правила действий с десятичными дробями. Так, при их сложении (вычитании) учащиеся, зная, что при сложении смешанных чисел отдельно складываются целые и отдельно дробные части, понимают, почему десятичные дроби записываются указанным в алгоритме способом, и могут объяснить, почему в ответе «запятая оказывается под запятыми».

Задания для формирования умения применять построенный алгоритм разнообразны: игровые, требующие перебора вариантов, расширяющие кругозор учащихся и пр. Например, для отработки алгоритмов сложения и вычитания десятичных дробей авторы предлагают следующие задания.

- № 839. Составь все возможные суммы из чисел 1,2; 0,12 и 0,012 и найди их значения.
- № 842. Игра «Кто быстрее?».
- № 843. Викторина «В мире литературы».
- № 847. Игра «Проще простого».

Кроме того, что данный вид заданий помогает активизировать их деятельность на уроке в конце учебного года, эти игры предполагают взаимодействие учащихся друг с другом и могут стать средством для формирования коммуникативных УУД.

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5—6 классов основной школы авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсон по программе «Учусь учиться» по этому пункту предлагаются сценарии 144—148.

Урок 144 Сложение и вычитание десятичных дробей.

Новое знание.

Алгоритм сложения и вычитания десятичных дробей.

Актуализация знаний:

Сравнение выражений, перевод десятичных дробей в обыкновенные дроби и обратно; сложение и вычитание обыкновенных дробей.

Задание на пробное действие.

Найти сумму и разность, не переводя десятичные дроби в обыкновенные дроби:

а) 1,2 + 0,3607; б) 4,002 – 1,2.

Фиксация затруднения:

— Я не смог найти сумму и разность десятичных дробей с разным количеством знаков после запятой, не переводя их в обыкновенные дроби.

— Я не могу предъявить эталон, которым воспользовался при сложении и вычитании десятичных дробей с разным количеством знаков после запятой.

Фиксация причины затруднения:

– У нас нет правила сложения и вычитания десятичных дробей.

Цель деятельности.

Построить правило сложения и вычитания десятичных дробей и научиться пользоваться построенным правилом.

Эталон

Алгоритм сложения и вычитания десятичных дробей

1. Уравнять количество цифр после запятой.
2. Записать числа в столбик по разрядам так, чтобы запятая была под запятой.
3. Выполнить действия, не обращая внимания на запятые.
4. В результате поставить запятую под запятыми.

Урок 145

Сложение и вычитание десятичных дробей (Р).

Цель урока: тренировать умение складывать и вычитать десятичные дроби, способность к рефлексии собственной деятельности; повторить и закрепить изображение десятичных дробей на координатном луче, задачи на движение.

Урок 146

Сложение и вычитание десятичных дробей.

Новое знание.

Возможность использовать свойства арифметических действий для сложения и вычитания десятичных дробей.

Актуализация знаний.

Нахождение неизвестного слагаемого, сравнение сумм десятичных дробей без выполнения сложения, свойства натуральных чисел.

Задание на пробное действие.

Найти устно значения данных числовых выражений:

а) 4,56 – (3,56 + 0,7);

б) (7,54 + 8,146) – 5,146;

в) (6,31 + 1,005) + (14,195 + 3,69).

Фиксация затруднения:

— Я не смог устно найти значения числовых выражений.

— Я не могу предъявить эталон, которым воспользовались при устном нахождении значения числовых выражений.

Фиксация причины затруднения:

– У нас нет утверждения о том, что для десятичных дробей выполняются свойства арифметических действий над числами.

Цель деятельности.

Определить возможность использования свойств сложения и вычитания для рационального нахождения значений числовых выражений, составленных из десятичных дробей, и научиться применять эти свойства для вычислений.

Эталон

Свойства сложения и вычитания для десятичных дробей

Переместительное свойство:	Сочетательное свойство:
$a + b = b + a$	$a + (b + c) = (a + b) + c = a + b + c$
Вычитание числа из суммы:	Вычитание суммы из числа:
$(a + b) - c = (a - c) + b$	$a - (b + c) = (a - b) + c$

Уроки 147–148 Сложение и вычитание десятичных дробей (Р).

Цели уроков:

1) тренировать умение складывать и вычитать десятичные дроби, использовать алгоритм сложения и вычитания десятичных дробей при решении уравнений и задач;

2) тренировать способность к рефлексии собственной деятельности, фиксированию своих затруднений и исправлению ошибок;

3) повторить и закрепить действия с именованными числами, построение математической модели и работу с ней, действия с натуральными числами и обыкновенными дробями, представление дробей в виде бесконечной периодической дроби;

4) повторить чтение графиков зависимостей; исследование свойств геометрических фигур.

Методические рекомендации к выполнению заданий, решение и ответы

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 144 (143)	Урок 145 (144)	Урок 146 (145)
К	№ 835—837	№ 838—842, 863	№ 843—846, 861, 862, 866
П	№ 871—873	№ 874, 878, 880	№ 875, 879
Д	п. 4.2.1, № 890, 899, 900	№ 891, 897, 901	№ 892, 894, 895
С	№ 907	№ 908	№ 909

Урок №	Урок 147 (146)	Урок 148 (147)
К	№ 847—850, 867	№ 851—853, 868—870
П	№ 877, 882	№ 889, 883
Д	№ 898, 905, 904	№ 893, 896, 906
С	№ 910	№ 911

<u>№ 835.</u>

1) В первом и втором примере неправильно записаны слагаемые;
в третьем примере при сложении целых частей не прибавили одну единицу.

$$\begin{array}{r} + \begin{array}{r} 2{,}15 \\ \underline{3{,}90} \\ 6{,}05 \end{array} \end{array}$$

2) В первом и втором примере неправильно записаны числа; в третьем – ошибка при нахождении целой части.

$$\begin{array}{r} - \begin{array}{r} 5{,}28 \\ \underline{1{,}60} \\ 3{,}68 \end{array} \end{array}$$

№ 836.

а) 2,3 + 8,4 = 10,7;
б) 12,7 – 3,5 = 9,2;
в) 0,48 + 4,12 = 4,6;
г) 9,518 – 5,236 = 4,282;
д) 7,5 + 0,75 = 8,25;
е) 48,9 – 4,82 = 44,08;
ж) 7,324 + 732,4 = 739,724;
з) 91,9 – 0,919 = 90,981;
и) 6,3 + 49,756 = 56,056;
к) 2,1045 – 0,87 = 1,2345;
л) 3,45 + 8,6916 = 12,1416;
м) 10 – 4,939292 = 5,060708.

№ 837.

2,73 = 2 + 0,7 + 0,03;
15,048 = 10 + 5 + 0,04 + 0,008;
750,943 = 700 + 50 + 0,9 + 0,04 + 0,003;
0,555555 = 0,5 + 0,05 + 0,005 + 0,0005 + 0,00005 + 0,000005;
8,32074 = 8 + 0,3 + 0,02 + 0,0007 + 0,00004;
6025,6025 = 6000 + 20 + 5 + 0,6 + 0,002 + 0,0005.

№ 838.

а) 4 + 0,5 = 4,5;
б) 0,28 + 3 = 3,28;
в) 2 + 7,2 = 9,2;
г) 15,4 – 3 = 12,4;
д) 0,3 + 0,4 = 0,7;
е) 0,9 – 0,5 = 0,4;
ж) 0,08 + 0,02 = 0,1;
з) 0,32 – 0,05 =0,27;
и) 2,3 + 5,4 = 7,7;
к) 4,7 – 1,2 = 3,6;
л) 9,74 – 1,54 = 8,2;
м) 6,38 + 0,62 = 7;
н) 0,003 + 0,05 = 0,053;
о) 0,52 + 0,009 = 0,529;
п) 1 – 0,3 = 0,7;
р) 0,6 – 0,04 = 0,56.

№ 839.

1,2 + 0,12 = 1,32;
1,2 + 0,012 = 1,212;
0,12 + 0,012 = 0,132.

№ 840.

3,6 – 0,36 = 3,24;
3,6 – 0,036 = 3,564;
0,36 – 0,036 = 0,324.

№ 841.

1) 4,4; 5; 5,6; 6,2; 6,8; 7,4; 8; 8 – 4,4 = 3,6.
2) 9,3; 9,1; 9,4; 9,8; 10,3; 10,9; 11,6; 9,1 + 11,6 = 20,7.

№ 842.

0,1 + 0,8 + 0,6; 0,4 + 4,9 + 0,3; 2,7 + 7,3 + 2,4.
0,04 + 0,2 + 0,15; 6,9 + 5,6 + 8,5; 1,04 + 0,41 + 1,8.

№ 843.

а) ПАРОДИЯ; б) ПСЕВДОНИМ; в) ДЕТЕКТИВ.

№ 844.

1) $75{,}278 - 3{,}86 + 12{,}9 = 84{,}318$; $74 - 4 + 13 = 83$;
$84{,}318 - 83 = 1{,}318$.
2) $8{,}14 + 48{,}2 - 5{,}736 = 50{,}604$; $8 + 48 - 6 = 50$;
$50{,}604 - 50 = 0{,}604$.
3) $33{,}72 + 0{,}38 - 8{,}005 + 674{,}1 = 700{,}195$; $34 + 0 - 8 + 674 = 700$;
$700{,}195 - 700 = 0{,}195$.
4) $117{,}5 - 2{,}63 - 14{,}9 + 5{,}0805 = 105{,}0505$; $118 - 3 - 15 + 5 = 105$;
$105{,}0505 - 105 = 0{,}0505$.

№ 845.

1) $x + 5{,}95 = 761{,}5$
$x = 761{,}5 - 5{,}95$
$x = 755{,}55$

2) $x - 74{,}85 = 338{,}563$
$x = 338{,}563 + 74{,}85$
$x = 413{,}413$

3) $64{,}021 - x = 9{,}7$
$x = 64{,}021 - 9{,}7$
$x = 54{,}321$

4) $x - 84{,}52 = 218{,}48$
$x = 218{,}48 + 84{,}52$
$x = 303$

5) $30{,}58 + x = 476{,}146$
$x = 476{,}146 - 30{,}58$
$x = 445{,}566$

6) $256 - x = 28{,}73$
$x = 256 - 28{,}73$
$x = 227{,}27$.

№ 846.

а) $2{,}37 + 35{,}8 = 38{,}17$;
б) $7{,}52 - 3{,}6 = 3{,}92$;
в) $50{,}6 + 95 = 145{,}6$;
г) $18{,}3 - 0{,}79 = 17{,}51$;
д) $12{,}0 + 3{,}8 = 15{,}8$;
е) $48{,}3 - 4{,}25 = 44{,}05$.

№ 848.

1) 28,7 м² + 15,6 м² – 9,73 м² – 5,2 м² + 0,63 м² = 30 м²;
2) 5,2 кг – 3,6 кг – 0,321 кг + 4,075 кг – 2,93 кг = 2,424 кг.

№ 849.

1) 2 м 35 см – 5 дм 6 см + 74 дм – 95 см 3 мм + 1 м 8 дм 7 см 3 мм =
= 2,35 м – 0,56 м + 7,4 м – 0,953 м + 1,873 м = 10,11 м;
2) 820 см – 3 дм 14 мм + 1 м 7 см – 263 мм + 30 см 7 мм =
= 8,2 м – 0,314 м + 1,07 м – 0,263 м + 0,307 м = 9 м.

№ 850.

1)
1) 7,4 дм + 32 см = 7,4 дм + 3,2 дм = 10,6 дм — длина второй стороны;
2) 7,4 + 10,6 = 18 (дм) — сумма первых двух сторон;
3) $18 \cdot \frac{4}{5} = \frac{72}{5} = 14\frac{2}{5} = 14{,}4$ (дм) — длина третьей стороны;
4) 18 + 14,4 = 32,4 (дм).
Ответ: периметр треугольника 32,4 дм.
2)
1) 4 дм 3 см – 16 см = 43 см – 16 см = 27 см — вторая сторона;
2) 1,24 м – 43 см – 27 см = 124 см – 43 см – 27 см = 54 см = 0,54 м.
Ответ: третья сторона треугольника 0,54 м.

№ 851.

1) 2,16 + 0,145 = 2,305;
2) 17,5 – 2,305 = 15,195;
3) 18,4 – 3,78 = 14,62;
4) 15,195 – 14,62 = 0,575;

17,5 – (2,16 + 0,145) – (18,4 – 3,78).

№ 852.

7,5 – 5,58 = 1,92;
1,92 + 30,08 = 32;
0,29 + 0,126 = 0,416;
3,1 – 0,416 = 2,684;
32 – 9,184 + 2,684 = 25,5;
(7,5 – 5,58) + 30,08 – 9,184 + [3,1 – (0,29 + 0,126)].

№ 853.

1) $90{,}09 \overset{4}{-} [87{,}44 \overset{2}{-} (12{,}85 \overset{1}{+} 3{,}9) \overset{3}{+} 0{,}381] = 19{,}019$;

2) $5{,}53 \overset{3}{+} [9{,}7 \overset{2}{-} (8{,}93 \overset{1}{+} 0{,}748)] \overset{4}{-} 5{,}4813 = 0{,}0707$.

№ 855.

1) 3,2 + 3,4 + 3,6 + 3,8 = 7 + 7 = 14;

2) 1,1 + 1,2 + 1,3 + 1,4 + 1,5 + 1,6 + 1,7 + 1,8 + 1,9 = 3 + 3 + 3 + 3 + 1,5 = 12 + 1,5 = 13,5;

3) 0,715 + 2,83 + 4,285 + 0,17 = 5 + 3 = 8;

4) (7,5 + 0,4 + 1,48) + 2,5 + (0,52 + 3,6) = 10 + 4 + 2 = 16;

5) (5,719 + 9,37) – 4,719 = 1 + 9,37 = 10,37;

6) (3,31 + 8,596) – 8,576 = 3,31;

7) 4,754 – (2,754 + 1,8) = 2 – 1,8 = 0,2;

8) 11,383 – (5,4 + 0,383) = 11 – 5,4 = 5,6.

№ 856.

Если слагаемые уменьшаются, то сумма уменьшается, если слагаемые увеличиваются, то сумма увеличивается.

Если уменьшаемое увеличивается или уменьшается, то разность соответственно увеличивается или уменьшается.

Если вычитаемое увеличивается или уменьшается, то разность соответственно уменьшается или увеличивается.

№ 857.
а) сумма увеличивается на 3,5;
б) сумма уменьшается на 1,4;
в) сумма увеличивается на 2,1;
г) сумма уменьшается на 2,1.

№ 858.
а) разность увеличивается на 3,5;
б) разность уменьшается на 1,4;
в) разность увеличивается на 2,1;
г) разность увеличивается на 4,9.

№ 859.
1)

a	*b*	*a + b*
+ 0,5	+ 0,5	+ 1
– 0,5	+ 0,5	Не меняется
+ 0,5	– 0,5	Не меняется
– 0,5	– 0,5	– 1

2)

a	*b*	*a – b*
+ 0,5	+ 0,5	Не меняется
– 0,5	+ 0,5	– 1
+ 0,5	– 0,5	+ 1
– 0,5	– 0,5	Не меняется

№ 861.
1) $2,5 + 9,14 = 9,14 + 2,5$;
2) $3,46 + 5,817 > 3,46 + 5,2$;
3) $7,9 - 2,12 < 9,7 - 2,12$;
4) $8,04 - 1,56 > 8,04 - 1,6$.

№ 862.
а) $27,564 + 5,900 = 33,464$;
б) $34,751 - 13,280 = 21,471$;
в) $3,75182 + 0,27740 = 4,02922$;
г) $14,28300 - 8,05727 = 6,22573$.

№ 863.
а) $1\frac{1}{2} + 0,574 = 1,5 + 0,574 - 2,074$;
б) $8,32 - \frac{3}{4} = 8,32 - 0,75 = 7,57$;
в) $4\frac{2}{5} - 2,17 = 4,4 - 2,17 = 2,23$;
г) $5,6 + \frac{5}{8} = 5,6 + 0,625 = 6,225$.

№ 864.
1) 0,7 + 2,9 = 3,6 (т) масса бегемота;
2) 8,1 – 3,6 = 4,5 (т).
Ответ: масса слона 4,5 т.

№ 865.
1) $10 - 2,15 = 7,85$ (м).
Ответ: видимая часть сваи 7,85 м.

2)
1) $17,24 - 5,8 = 11,44$ (м) – оставшаяся часть;
2) $11,44 - 5,8 = 5,64$ (м).
Ответ: отрезанная часть меньше оставшейся на 5,64 м.

№ 866.
1) скорость сближения: $3,8 + 5,6 = 9,4$ (км/ч);
через час между объектами будет расстояние: $12,2 - 9,4 = 2,8$ (км);
2) скорость удаления: $12,5 + 18,3 = 30,8$ (км/ч);
через час между объектами будет расстояние: $44,3 + 30,8 = 75,1$ (км);
3) скорость сближения: $9,4 - 6,7 = 2,7$ (км/ч);
через час между объектами будет расстояние: $10,8 - 2,7 = 8,1$ (км);
4) скорость удаления: $98,6 - 54,9 = 43,7$ (км/ч);
через час между объектами будет расстояние: $131,1 + 43,7 = 174,8$ (км).

№ 867.
1)
1) $3,42 + 2,76 + 2,5 = 8,68$ (м) — прыжки Юры;
2) $3,56 + 2,3 + 2,54 = 8,4$ (м) — прыжки Саши;
3) $8,68 - 8,4 = 0,28$ (м).
Ответ: Юра прыгнул дальше на 0,28 м.

2)
1) $8,36 + 4,14 = 12,5$ (кг) — красной краски;
2) $8,36 + 12,5 = 20,86$ (кг) — красной и зеленой краски вместе;
3) $20,86 - 6,32 = 14,54$ (кг) — желтой краски;
4) $20,86 + 14,54 = 35,4$ (кг).
Ответ: всего израсходовал 35,4 кг краски.

№ 869.
1) $a + (a + 6,7) + (a + 6,7) : 2$;
если $a = 11,3$, то $11,3 + (11,3 + 6,7) + (11,3 + 6,7) : 2 = 29,6 + 9 = 38,6$.
Ответ: за три дня привезли 38,6 т.

2) $b - c - (c - 1,2)$;
если $b = 20,4$, $c = 4,1$, то $20,4 - 4,1 - (4,1 - 1,2) = 13,4$.
Ответ: осталось 13,4 кг муки.

№ 870.
1) $x + 0,8 - 0,32 + 2,54 - 3,2 + 9,601 - 34,39 = 55,111$
$x = 55,111 + 34,39 - 9,601 + 3,2 - 2,54 + 0,32 - 0,8$
$x = 80,08$
Ответ: вначале было число 80,08.

2) $x + 0,5 + 0,5 + 0,5 + 0,5 + 0,5 + 0,5 + 0,5 + 0,5 + 0,5 + 0,5 - 0,49 - 0,49 - 0,49 - 0,49 - 0,49 - 0,49 - 0,49 - 0,49 - 0,49 - 0,49 = 12,44$
$x = 12,44 + 0,49 + 0,49 + 0,49 + 0,49 + 0,49 + 0,49 + 0,49 + 0,49 + 0,49 + 0,49 - 0,5 - 0,5 - 0,5 - 0,5 - 0,5 - 0,5 - 0,5 - 0,5 - 0,5 - 0,5$
$x = 12,34$
Ответ: задумано число 12,34.

П. 4. 2. 2. Умножение и деление десятичной дроби на 10, 100, 1000 и т. д. (3 ч)

Основные содержательные цели

1) Сформировать умение умножать десятичные дроби на 10, 100, 1000 и т. д.

2) Повторить и закрепить: сравнение, сложение и вычитание десятичных дробей; правила округления чисел; понятие общего высказывания и высказывания о существовании; понятие процента; построение математических моделей текстовых задач; решение задач на совместную работу; упрощение выражений и нахождение их значений; метод «доходов» и «расходов»; построение формул зависимостей между величинами.

Особенности изучения учебного содержания

Умножение и деление десятичных дробей на 10, 100, 1000 и т. д. изучается до знакомства учащихся с общими алгоритмами умножения и деления десятичных дробей (№ 913–922). Аналогичным образом рассматривается умножение и деление десятичных дробей на 0,1; 0,01; 0,001 и т. д. (№ 923–925). После открытия правила умножения (деления) на 10, 100, 1000 и 0,1; 0,01; 0,001 и т. д. путем перемещения запятой вправо и влево учащиеся отрабатывают это умение в заданиях № 926–929.

Изучение правила умножения (деления) на 0,1; 0,01; 0,001 и т. д. можно перенести и вернуться к нему после изучения общих алгоритмов умножения и деления десятичных дробей. В этой связи у учащихся появится два способа вывода правил умножения (деления) на 0,1; 0,01; 0,001 и т. д. Первый способ: умножить числа по общему правилу и выявить закономерность по перемещению запятой. Второй способ: представить 0,1 (0,01; 0,001...) как обыкновенную дробь, выявить, что происходит с числом при умножении его на 0,1 (0,01; 0,001...), и, использовав правило умножения (деления) на 10, 100, 1000, сделать вывод о перемещении запятой.

После изучения общих алгоритмов умножения и деления десятичных дробей можно показать ребятам вариативность выполнения данного задания (рациональность использования «особых» правил и универсальность общих). Такой подход позволяет развивать способных детей и существенно сократить количество используемых алгоритмов для слабых учащихся.

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5—6 классов основной школы авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсон по программе «Учусь учиться» по первому пункту предлагаются сценарии 149—151.

Урок 149. Умножение и деление десятичных дробей на 10, 100, 1000 и т. д.

Новое знание.

Правило умножения и деления десятичных дробей на 10, 100, 1000 и т. д.

Актуализация знаний.

Запись и чтение десятичных дробей, представление десятичных дробей в виде обыкновенных дробей, критерий перевода обыкновенных дробей в десятичные дроби, построение моделей, умножение и деление дробей и смешанных чисел на натуральные числа.

Пробное действие.

Устно решить задачу: «За 100 книг заплатили 9876, 5 рубля. Сколько надо заплатить за 10 таких книг?»

Фиксация затруднения:

— Я не смог устно разделить десятичную дробь на 100 и умножить результат на 10.

— Я не могу предъявить эталон, которым воспользовался устно, находя значение числового выражения.

Фиксация причины затруднения.

– У нас нет быстрого, удобного, устного способа умножения и деления десятичных дробей на 10 и 100.

Цель деятельности.

Построить быстрый способ умножения и деления десятичных дробей на 10 и 100, научиться применять построенный способ.

Эталон

Правило умножения и деления десятичных дробей на 10, 100, 1000 и т.д.

При умножении десятичной дроби на 10, 100, 1000 и т. д. запятая переносится на 1, 2, 3 и. т.д. разряда вправо, а при делении – соответственно на 1, 2, 3 и т. д. разряда влево.

Урок 150. Умножение и деление десятичных дробей на 0,1; 0,01; 0,001 и т. д.

Новое знание.

Правило умножения и деления десятичных дробей на 0,1; 0,01; 0,001 и т.д.

Актуализация знаний.

Умножение и деление десятичных дробей на 10, 100, 1000 и т. д.; представление десятичных дробей в виде обыкновенных дробей.

Задание на пробное действие.

Найти значение устно:

а) $7{,}05 : 0{,}01$; б) $62{,}3 \cdot 0{,}001$.

Фиксация затруднения.

— Я не смог устно найти частное и произведение.

Фиксация причины затруднения.

– У нас нет быстрого, удобного, устного способа умножения и деления десятичных дробей на 0,1; 0,01 и т. д.

Цель деятельности.

Построить быстрый способ умножения и деления десятичных дробей на 0,1; 0,01 и т. д., научиться применять построенный способ.

Эталон

Правило умножения и деления десятичных дробей на 0,1; 0,01; 0,001 и т.д.

При умножении десятичной дроби на 0,1; 0,01; 0,001 и т. д. запятая переносится на 1, 2, 3 и т. д. цифры влево, а при делении – соответственно на 1, 2, 3 и т. д. цифры вправо.

Урок 151

Умножение и деление десятичных дробей на 10, 100, 1000 и т. д. (Р).

Цели урока: тренировать умение умножать и делить десятичные дроби на 10; 100; 1000; 0,1; 0,01; 0,001 и т. д., способность к рефлексии собственной деятельности; повторить и закрепить сложение и вычитание десятичных дробей, упрощение выражений, решение задач на проценты.

Методические рекомендации к выполнению заданий, решение и ответы

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 149 (148)	Урок 150 (149)	Урок 151 (150)
К	№ 913—915	№ 916—918	№ 919—922
П	№ 930, 937, 938	№ 931, 936, 939	№ 932—935
Д	п. 4.2.2, № 942, 950	№ 943, 951	№ 944, 946, 949
С	№ 952	№ 954	№ 953

<u>№ 913.</u>

1) $2,3 \cdot 10 = 23$;
$0,58 \cdot 10 = 5,8$;
$32,1 \cdot 10 = 321$;
$0,0073 \cdot 10 = 0,073$;

2) $9,468 \cdot 100 = 946,8$;
$0,39 \cdot 100 = 39$;
$7,5 \cdot 100 = 750$;
$0,0002 \cdot 100 = 0,02$;

3) $0,625 \cdot 1000 = 625$;
$5,2 \cdot 1000 = 5200$;
$0,08 \cdot 1000 = 80$;
$14,75 \cdot 1000 = 14\,750$;

4) $31,17 \cdot 10\,000 = 311\,700$;
$0,2 \cdot 1\,000\,000 = 200\,000$;
$5,481 \cdot 100\,000 = 548\,100$;
$2350,4 \cdot 10\,000\,000 = 23\,504\,000\,000$.

<u>№ 914.</u>

4700; 540; 10 600 000; 30 000; 8 940 000 000; 205 000 000.

<u>№ 915.</u>

1) $73,8 : 10 = 7,38$;
$4,25 : 10 = 0,425$;
$0,76 : 10 = 0,076$;
$0,004 : 10 = 0,0004$;

2) $228,3 : 100 = 2,283$;
$50,6 : 100 = 0,506$;
$2,9 : 100 = 0,029$;
$0,05 : 100 = 0,0005$;

3) $7819,2 : 1000 = 7,8192$;
$15,3 : 1000 = 0,0153$;
$4,16 : 1000 = 0,00416$;
$0,074 : 1000 = 0,000074$;

4) $560,9 : 10\,000 = 0,05609$;
$0,86 : 1\,000\,000 = 0,00000086$;
$34,82 : 100\,000 = 0,0003482$;
$253 : 10\,000\,000 = 0,0000253$.

<u>№ 916.</u>

а) 0,09 тыс.; 0,25 тыс.; 4,8 тыс.;
б) 0,0004 млн.; 0,00732 млн.; 0,01 млн.; 0,6209 млн.; 8,5 млн.;
в) 0,000002 млрд.; 0,000018 млрд.; 0,00458 млрд.; 3,6 млрд.

№ 917.

а) 2,4 км = 2400 м; 0,045 км = 45 м; 7,9 дм = 0,79 м; 6 дм = 0,6 м; 52 см = 0,52 м; 0,3 см = 0,003 м; 14 мм = 0,014 м; 3,8 мм = 0,0038 м;

б) 0,2 см = 0,02 дм; 3,14 см = 0,314 дм; 46 мм = 0,46 дм; 1,2 мм = 0,012 дм; 8,56 м = 85,6 дм; 4,015 м = 40,15 дм; 6,3 км = 63 000 дм;

в) 1,6 кг = 0,016 ц; 0,5 кг = 0,005 ц; 84 кг = 0,84 ц; 416 г = 0,00416 ц; 38,9 г = 0,000389 ц; 6,3 т = 63 ц; 0,917 т = 9,17 ц.

№ 918.

1)

а) 32,5; б) 325; в) 32 500.

2)

а) 1,79; б) 0,179; в) 0,000179.

№ 919.

а) $39{,}6 \cdot 10 = 396$;
б) $7{,}12 : 100 = 0{,}0712$;
в) $43{,}4 \cdot 100 = 4340$;
г) $60{,}6 : 1000 = 0{,}0606$;
д) $11{,}5 : 100\,000 = 0{,}000115$;
е) $0{,}208 \cdot 1\,000\,000 = 208\,000$;
ж) $9{,}3 : 10\,000 = 0{,}00093$;
з) $0{,}045 \cdot 100\,000 = 4500$;
и) $5{,}9 : 10 \cdot 1000 = 590$;
к) $0{,}45 \cdot 100 : 10 = 4{,}5$;
л) $803{,}6 : 1000 \cdot 100 = 80{,}36$;
м) $14 : 10 : 1000 = 0{,}0014$.

№ 920.

1) $20 : 1000 = 0{,}02$ (см).
Ответ: толщина листа 0,02 см.

2) $0{,}148 \cdot 100 + 0{,}8 = 14{,}8 + 0{,}8 = 15{,}6$ (кг).
Ответ: масса полной коробки 15,6 кг.

№ 921.

$0{,}25 \cdot 10 = 2{,}5$ (л).
Ответ: можно наполнить 3 литровый бидон.

№ 922.

1) $1235 : 10 \cdot 100 = 12\,350$ (р.).
Ответ: надо заплатить 12 350 рублей.

2) $0{,}256 : 4 \cdot 40 = 0{,}256 \cdot 10 = 2{,}56$ (км).
Ответ: будет пройдено расстояние 2,56 км.

№ 923.

а) $3{,}8 \cdot 0{,}1 = 3{,}8 : 10 = 0{,}38$;
б) $16{,}2 \cdot 0{,}01 = 16{,}2 : 100 = 0{,}162$;
в) $0{,}7 \cdot 0{,}001 = 0{,}7 : 1000 = 0{,}0007$.

№ 924.

а) $5{,}32 : 0{,}1 = 5{,}32 \cdot 10 = 53{,}2$;
б) $0{,}64 : 0{,}01 = 0{,}64 \cdot 100 = 64$;
в) $1{,}0025 : 0{,}001 = 1{,}0025 \cdot 1000 = 100{,}25$.

№ 925.

1) $35,4 \cdot 0,1 = 3,54$; $78 \cdot 0,1 = 7,8$; $0,2 \cdot 0,01 = 0,002$; $4,9 \cdot 0,001 = 0,0049$;

2) $6,25 : 0,1 = 62,5$; $53 : 0,1 = 530$; $0,296 : 0,01 = 29,6$; $3,18 : 0,001 = 3180$;

3) $0,0091 : 0,001 = 9,1$; $5 \cdot 0,01 = 0,05$; $4,87 : 0,0001 = 48\,700$; $1,614 \cdot 0,1 = 0,1614$.

№ 926.

1) $14,25a + 0,025b + 0,795c$.

Если $a = 10$, $b = 100$, $c = 1000$, то $14,25 \cdot 10 + 0,025 \cdot 100 + 0,795 \cdot 1000 = 142,5 + + 2,5 + 795 = 939$.

2) $34,9x + 1856y + 0,5z$.

Если $x = 0,1$, $y = 0,01$, $z = 0,001$, то $34,9 \cdot 0,1 + 1856 \cdot 0,01 + 0,5 \cdot 0,001 = 3,49 + +18,56 + 0,0005 = 22,0505$.

№ 927.

1)

1) $3000 \cdot 0,1 = 300$ (р.) — первый раз понизилась цена;
2) $3000 - 300 = 2700$ (р.) — стала цена после первого понижения;
3) $2700 \cdot 0,1 = 270$ (р.) — второй раз понизилась цена;
4) $2700 - 270 = 2430$ (р.).

Ответ: новая цена сапог 2430 рублей.

2)

1) $800 \cdot 0,1 = 80$ (р.);
2) $800 + 80 = 880$ (р.);
3) $880 \cdot 0,1 = 88$ (р.);
4) $880 + 88 = 968$ (р.).

Ответ: новая цена свитера 968 рублей.

№ 928.

1) $0,01a$ студентов проживает в общежитии;
2) $b : 0,01 = 100b$ (р.) стоит букет цветов;
3) $0,1c$ билетов продано;
4) $d : 0,1 = 10d$ учеников в школе;
5) $0,01n + 0,1n = 0,11n$ (км) проехал на лодке и прошел пешком;
6) $k : 0,01 : 0,1 = 1000k$ (га) общая площадь садовых участков, отведенных в районе.

№ 929.

1) $(0,38 : 0,1 - 295 : 100 + 0,00164 \cdot 10\,000) \cdot 0,1 + 7,5 \cdot 0,01 = 1,8$;

3,8   2,95   16,4   1,725   0,075

2) $0,84 \cdot 100 \cdot 0,1 + 595,9 \cdot 0,01 - (9,115 : 0,01 - 8,56 : 0,1) : 100 = 6,1$

84   8,4   5,959   911,5   85,6   8,259

П. 4. 2. 3. Умножение десятичных дробей (5 ч)

Основные содержательные цели

1) Сформировать умение умножать десятичные дроби.

2) Повторить и закрепить: изученные действия с обыкновенными и десятичными дробями; правила перевода дробей из десятичных в обыкновенные, и наоборот; основное свойство дроби; сокращение дробей; понятие процента; пред-

ставление зависимостей между величинами формулой и таблицей; формулы стоимости и работы; построение математических моделей текстовых задач; упрощение выражений; решение уравнений; координатный угол.

Особенности изучения учебного содержания

Алгоритм умножения десятичных дробей тоже выводится учащимися как частный случай умножения обыкновенных дробей. Аналогично они (помня, что при умножении обыкновенных дробей знаменатель новой дроби получается перемножением знаменателей каждого из множителей) понимают, что если знаменатели являются круглыми числами, то в полученном знаменателе количество нулей *складывается* из количества нулей каждого из множителей. Поэтому они могут объяснить, почему в ответе запятой отделяется справа столько знаков, сколько в обоих множителях *вместе*.

Для того чтобы учащиеся смогли вывести правило умножения десятичных дробей самостоятельно, на актуализации с ними достаточно повторить правила умножения обыкновенных дробей, умножения круглых чисел и алгоритм записи десятичной дроби.

При первичном закреплении нового правила внимание детей сосредотачивается на основном месте затруднения алгоритма умножения десятичных дробей – не отвлекаясь на вычисления, они учатся определять место запятой в полученном произведении (№ 956, 958).

При выполнении № 960 учащиеся учатся контролировать правильность своих расчетов с помощью «прикидки». При наличии времени можно подготовить выполнение этого задания и повторить с ними, каким образом выполняется прикидка, на № 957. Разбирая представленный в учебнике образец, учащиеся вспоминают, что для выполнения прикидки результата арифметических действий нужно заменить данные числа близкими им по значению и *удобными* для вычислений. После того как учащиеся научились округлять числа до заданного разряда, они могут сказать, что, «прикидывая» результат умножения, множители округляются до удобного разряда.

Однако это не всегда так. Округление чисел до какого-то определенного разряда не всегда в нужной мере упрощает расчеты. При выполнении прикидки результата деления числа не округляются, а заменяются такими ближайщими числами, чтобы деление выполнялось легче, чем в первоначальном варианте (см. № 1038, 1039, 1041 в пункте «Деление десятичных дробей).

Задания на отработку алгоритма умножения очень разнообразны: игровые, исследовательского характера, требующие перебора вариантов и пр. Например, в задании № 958 из букв, соответствующих правильным ответам, предлагается составить название созвездия; № 961 представляет собой игру «Кто быстрее?»; № 982 – числовой кроссворд. В № 987 учащимся предлагается найти один способ расстановки недостающих запятых и нулей, при котором получается верное равенство:

а) $9,6 \cdot 0,25 = 24$; б) $548 \cdot 2,1 = 11,508$ ...

Данный вид заданий помогает активизировать деятельность учащихся в конце учебного года.

Новое правило включается в систему уже имеющихся у учащихся знаний с помощью следующих заданий:

- № 968–971, 987, 993, 994 – запись, чтение выражений и нахождение их значений;
- № 972–974 – выполнение свойств умножения для десятичных дробей и их применение;

- № 963–967, 990–992 – решение текстовых задач с представлением данных десятичными дробями;
- № 975–981 – решение задач на дроби (проценты) 1-го типа.

Задание № 989 является пропедевтикой следующего пункта, «Деление десятичных дробей».

После изучения общего алгоритма умножения десятичных дробей можно показать учащимся вариативность выполнения умножения на 10; 100; 1000 и 0,1; 0,01; 0,01 и т. д. (вспомнить «особые» правила по сдвигу запятой и показать универсальность общего). Такой подход позволяет развивать способных детей и существенно сократить количество используемых алгоритмов для слабых учащихся (которые могут запутаться в правилах по сдвигу запятой вправо или влево, но эффективно использовать общее правило, полученное в п. 4. 2. 3, в частных случаях).

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5—6 классов основной школы авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсон по программе «Учусь учиться» по первому пункту предлагаются сценарии 152—156.

Урок 152 Умножение десятичных дробей.

Новое знание.

Алгоритм умножения десятичных дробей.

Актуализация знаний.

Умножение десятичных дробей на 10; 100; 1000; 0,1; 0,01; 0,001 и т.д., умножение обыкновенных дробей, умножение обыкновенных дробей на натуральные числа, умножение смешанных чисел, способы перевода обыкновенных дробей в десятичные дроби.

Задание на пробное действие.

Найдите произведение: а) $0{,}2 \cdot 7{,}5$; б) $2{,}5 \cdot 0{,}00004$.

Фиксация затруднения:

— Я не смог найти произведения десятичных дробей.

— Я не могу предъявить эталон, которым воспользовался при нахождении произведений десятичных дробей.

Фиксация причины затруднения:

– У нас нет способа (правила, алгоритма) умножения десятичных дробей.

Цель деятельности.

Построить алгоритм (правило) умножения десятичных дробей.

Эталон

Алгоритм умножения десятичных дробей

1. Перемножить десятичные дроби, как натуральные числа, не обращая внимания на запятую.
2. В произведении отделить запятой справа столько знаков, сколько их в обоих множителях вместе.

Урок 153 Умножение десятичных дробей (Р).

Цели урока: тренировать умение применять алгоритм умножения десятичных дробей, проводить самопроверку результата умножения десятичных дробей с помощью прикидки, способность к рефлексии собственной деятельности; повторить и закрепить алгоритм умножения десятичных дробей, решение задач на взаимосвязь величин вида $a = bc$, исследование зависимостей между величинами.

Урок 154 Умножение десятичных дробей (Р).

Цели урока: тренировать умение умножать десятичные дроби при решении примеров на порядок действий, способность к рефлексии собственной деятельности; повторить и закрепить понятие степени, изученные действия с десятичными дробями, решение примеров на порядок действий, задачи на вычисление площади фигур.

Урок 155 Умножение десятичных дробей (Р).

Цели урока: тренировать умение использовать свойства умножения для рационализации умножения десятичных дробей, способность к рефлексии собственной деятельности; повторить и закрепить свойства умножения, упрощение буквенных выражений, решение задач на проценты.

Урок 156 Умножение десятичных дробей (Р).

Цели урока: тренировать умение умножать десятичные дроби в прикладных задачах, способность к рефлексии собственной деятельности; повторить и закрепить задачи на движение, преобразование дробных выражений, упрощение выражений, координаты на плоскости.

Методические рекомендации к выполнению заданий, решение и ответы

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 152 (151)	Урок 153 (152)	Урок 154 (153)
К	№ 955—958	№ 960 (а—м)—964, 985, 986	№ 960 (н—р), 965, 966, 968—971
П	№ 995, 1002, 1003	№ 996, 999, 1013	№ 997, 1000, 1001
Д	п. 4.2.3, № 1015, 1018, 1027	№ 1016 (1 и 2 стр.), 1017, 1019	№ 1016 (3 и 4 стр.), 1020, 1030
С	№ 1033	№ 1034	№ 1035

Урок №	Урок 155 (154)	Урок 156 (155)
К	№ 972—974	№ 975—979, 982, 983
П	№ 1009—1011	№ 998, 1004—1006, 1012
Д	№ 1023, 1024, 1028	№ 1022, 1025, 1031
С	№ 1036	№ 1037

№ 955.

1) $7 \cdot 0{,}2 = 1{,}4$;
$0{,}5 \cdot 4 = 2$;
$2 \cdot 2{,}5 = 5$;
$1{,}6 \cdot 9 = 14{,}4$;

3) $60 \cdot 0{,}03 = 1{,}8$;
$0{,}9 \cdot 800 = 720$;
$0{,}004 \cdot 0{,}6 = 0{,}0024$;
$3{,}5 \cdot 0{,}02 = 0{,}07$;

2) $0{,}8 \cdot 0{,}7 = 0{,}56$;
$0{,}4 \cdot 0{,}3 = 0{,}12$;
$1{,}2 \cdot 0{,}6 = 0{,}72$;
$0{,}15 \cdot 0{,}5 = 0{,}075$;

4) $5{,}78 \cdot 0 = 0$;
$1 \cdot 92{,}6 = 92{,}6$;
$0{,}89 \cdot 0{,}1 = 0{,}089$
$0{,}001 \cdot 4{,}8 = 0{,}0048$;

5) $0{,}3^2 = 0{,}09$;
$0{,}2^3 = 0{,}008$;
$0{,}07^2 = 0{,}0049$;
$0{,}01^3 = 0{,}000001$.

№ 956.

1) $7{,}12 \cdot 43 = 306{,}16$;
2) $7{,}12 \cdot 4{,}3 = 30{,}616$;
3) $71{,}2 \cdot 0{,}43 = 30{,}616$;
4) $71{,}2 \cdot 0{,}043 = 3{,}0616$;
5) $712 \cdot 0{,}0043 = 3{,}0616$;
6) $712 \cdot 0{,}00043 = 0{,}30616$;
7) $0{,}712 \cdot 0{,}043 = 0{,}030616$;
8) $0{,}712 \cdot 0{,}0043 = 0{,}0030616$.

№ 957.

1) $9{,}6 \cdot 7{,}18 \approx 10 \cdot 7{,}2 = 72$;
2) $2{,}346 \cdot 8{,}2 \approx 2{,}35 \cdot 8 = 18{,}8$;
3) $5{,}12 \cdot 0{,}308 \approx 5 \cdot 0{,}31 = 1{,}55$;
4) $4{,}219 \cdot 0{,}75 \approx 4 \cdot 0{,}8 = 3{,}2$;
5) $83{,}9 \cdot 6{,}374 \approx 90 \cdot 6 = 540$;
6) $0{,}48 \cdot 16{,}109 \approx 0{,}5 \cdot 16 = 8$;
7) $0{,}027 \cdot 529{,}4 \approx 0{,}03 \cdot 530 = 15{,}9$;
8) $3{,}152 \cdot 78{,}006 \approx 3 \cdot 80 = 240$.

№ 958.

ВЕСЫ.

№ 959.

1) $2{,}38 \cdot 57{,}109$;
2) $3{,}4 \cdot 5{,}8$;
3) $29{,}6 \cdot 5{,}12$;
4) $5{,}8 \cdot 0{,}64$;
5) $4{,}02 \cdot 105{,}6$;
6) $42{,}13 \cdot 1{,}95$;
7) $0{,}96 \cdot 30{,}6$;
8) $2{,}8 \cdot 105{,}6$.

№ 960.

а) $4{,}07 \cdot 96 = 390{,}72$;
б) $31{,}6 \cdot 705 = 22\,278$;
в) $19{,}2 \cdot 3{,}7 = 71{,}04$;
г) $70{,}08 \cdot 0{,}4 = 28{,}032$;
д) $5{,}09 \cdot 6{,}09 = 30{,}9981$;
е) $34{,}2 \cdot 0{,}407 = 13{,}92$;
ж) $0{,}705 \cdot 0{,}508 = 0{,}35814$;
з) $55{,}6 \cdot 0{,}9003 = 50{,}05668$;
и) $7{,}4 \cdot 900 = 6\,660$;
к) $9200 \cdot 0{,}85 = 7820$;
л) $0{,}907 \cdot 4090 = 3709{,}63$;
м) $6700 \cdot 87{,}6 = 586\,920$;
н) $0{,}25 \cdot 160 \cdot 12{,}12 = 484{,}8$;
о) $0{,}08 \cdot 0{,}375 \cdot 5{,}05 = 0{,}1515$;
п) $36{,}67 \cdot 660 \cdot 0{,}045 = 1089{,}099$;
р) $0{,}09 \cdot 279{,}1 \cdot 3000 = 75\,357$.

№ 961.

а) $2{,}2 \cdot 7{,}8 \cdot 3{,}9 = 66{,}924$;
б) $7{,}5 \cdot 5{,}1 \cdot 8{,}4 = 321{,}3$;
в) $4{,}3 \cdot 0{,}9 \cdot 1{,}2 = 4{,}644$;
г) $4{,}5 \cdot 1{,}6 \cdot 0{,}7 = 5{,}04$;
д) $6{,}4 \cdot 8{,}5 \cdot 2{,}4 = 130{,}56$;
е) $1{,}8 \cdot 2{,}3 \cdot 5{,}5 = 22{,}77$.

№ 962.

а) 0,00...01 (45 знаков);
б) 0,00 512 (45 знаков);
в) 0,00 01 (5000 знаков);
г) 0,00 01 (2500 знаков);
д) 0,00 01 (50 000 знаков).

№ 963.
$19,5 \cdot 1,4 = 27,3$ (м/с) — скорость стрижа;
а) $27,3 - 19,5 = 7,8$ (м/с);
б) 7,8 м/с $= 7,8 \cdot 60 = 508$ (м/мин).

№ 965.
1) $30,2 - 9,7 = 20,5$ (м) — ширина;
2) $30,2 \cdot 20,5 = 619,1$ ($м^2$) — площадь;
3) $(30,2 + 20,5) \cdot 2 = 50,7 \cdot 2 = 101,4$ (м) — периметр;
4) $101,4 \cdot 250 + 101,4 \cdot 50 = 101,4 \cdot 300 = 30\,420$ (р.)
30 420 р. = 30,42 тыс. р. ≈ 30,4 тыс. р.
Ответ: надо заплатить ≈ 30,4 тыс. р.

№ 966.
а)
$(4,2 + 3,6) \cdot (1,6 + 1,8 + 1,6) - 1,8 \cdot 2,8 - 3,6 \cdot 1,6 = 7,8 \cdot 5 - 5,04 - 5,76 = 28,2$ ($см^2$);
б)
$9,8 \cdot 12,5 + 2,4 \cdot 12,5 : 2 + 5,6 \cdot 12,5 : 2 = 122,5 + 15 + 35 = 172,5$ ($дм^2$).

№ 967.
1)
1) $7,5 \cdot 1,68 = 12,6$ (м) — длина сарая;
2) $12,6 - 9,4 = 3,2$ (м) — высота сарая;
3) $7,5 \cdot 12,6 \cdot 3,2 = 302,4$ ($м^3$) — объем сарая;
4) $302,4 \cdot 0,6 = 181,44$ (ц).
Ответ: масса сена 181,44 ц.

2)
1) $0,6 \cdot 0,6 \cdot 0,6 = 0,216$ ($м^3$) — объем куба;
2) $0,6 \cdot 0,6 \cdot 5 = 1,8$ ($м^2$) — площадь поверхности;
3) $1,8 \cdot 0,2 \cdot 2 = 0,72$ (кг).
Ответ: потребуется 0,72 кг краски.

№ 968.
1) квадрат суммы двух чисел $(0,5 + 0,2)^2 = 0,7^2 = 0,49$;
2) сумма квадратов чисел $0,5^2 + 0,2^2 = 0,25 + 0,04 = 0,29$;
3) разность квадратов чисел $0,5^2 - 0,2^2 = 0,25 - 0,04 = 0,21$;
4) квадрат разности двух чисел $(0,5 - 0,2)^2 = 0,3^2 = 0,09$;
5) куб суммы двух чисел $(0,5 + 0,2)^3 = 0,7^3 = 0,343$;
6) сумма кубов чисел $0,5^3 + 0,2^3 = 0,125 + 0,008 = 0,133$;
7) разность кубов чисел $0,5^3 - 0,2^3 = 0,125 - 0,008 = 0,117$;
8) куб разности двух чисел $(0,5 - 0,2)^3 = 0,3^3 = 0,027$.

№ 969.
1) $1,5^2 + 4,5^2 = 2,25 + 20,25 = 22,5$;
2) $(3,6 - 2,8)^2 = 0,8^2 = 0,64$;
3) $0,6^3 - 0,4^3 = 0,216 - 0,064 = 0,152$;
4) $(3,7 + 1,3)^3 = 5^3 = 125$.

№ 970.
1) $4,06 \cdot 30,5 = 123,83$;
2) $0,007 \cdot 310 = 2,17$;
3) $123,83 + 2,17 = 126$;

4) $0{,}2^3 = 0{,}008$;
5) $7{,}25 \cdot 0{,}008 = 0{,}058$;
6) $0{,}058 - 0{,}008 = 0{,}05$;
7) $126 : 3 = 42$;
8) $32 \cdot 0{,}05 = 1{,}6$;
9) $42 - 1{,}6 = 40{,}4$.
$(4{,}06 \cdot 30{,}5 + 0{,}007 \cdot 310) : 3 - 32 \cdot (7{,}25 \cdot 0{,}2^3 - 0{,}008)$.

№ 971.
1) $[15{,}2 - 4{,}8 \cdot (150 \cdot 0{,}1^2 + 1{,}56)] \cdot 40 - 0{,}2^2 \cdot 60^2 \cdot 0{,}5^3 = 2{,}48$;
2) $10{,}697 + (0{,}6^2 + 0{,}8^2)^3 \cdot [(3{,}78 + 16{,}3)^2 - 12{,}9 \cdot 0{,}016] : 1000 = 11{,}1$.

№ 973.
1) $0{,}2 \cdot 7{,}24 \cdot 50 = 72{,}4$;
2) $93{,}6 \cdot 4 \cdot 0{,}25 = 93{,}6$;
3) $0{,}125 \cdot 8 \cdot 5{,}42 = 5420$;
4) $0{,}4 \cdot 3{,}2 \cdot 5 \cdot 0{,}02 \cdot 25 = 10 \cdot 3{,}2 \cdot 0{,}1 = 3{,}2$;
5) $0{,}5 \cdot 12{,}5 \cdot 0{,}688 \cdot 20 \cdot 0{,}8 = 10 \cdot 10 \cdot 0{,}688 = 688$;
6) $2{,}3 \cdot 6{,}9 + 7{,}7 \cdot 6{,}9 = (2{,}3 + 7{,}7) \cdot 6{,}9 = 10 \cdot 6{,}9 = 69$;
7) $14{,}5 \cdot 3{,}8 - 14{,}5 \cdot 2{,}8 = 14{,}5 \cdot (3{,}8 - 2{,}8) = 14{,}5 \cdot 1 = 14{,}5$;
8) $21{,}3 \cdot 8{,}5 + 21{,}3 \cdot 91{,}5 = 21{,}3 \cdot (8{,}5 + 91{,}5) = 21{,}3 \cdot 100 = 2130$;
9) $74{,}06 \cdot 0{,}03 - 4{,}06 \cdot 0{,}03 = (74{,}06 - 4{,}06) \cdot 0{,}03 = 70 \cdot 0{,}03 = 2{,}1$;
10) $45{,}16 \cdot 1{,}04 + 1{,}04 \cdot 54{,}84 = 1{,}04 \cdot (45{,}16 + 54{,}84) = 1{,}04 \cdot 100 = 104$.

№ 974.
1) $x = 4$; $y = 0{,}6$;
2) $x = 0{,}2$; $y = 3{,}5$;
3) $x = 8$; $y = 0{,}42$;
4) $x = 0{,}7$; $y = 0{,}5$.

№ 975.
1) $20 \cdot 0{,}8 = 16$;
2) $12 \cdot 0{,}6 = 7{,}2$;
3) $80 \cdot 0{,}05 = 4$;
4) $4 \cdot 0{,}15 = 0{,}6$;
5) $0{,}9 \cdot 0{,}01 = 0{,}009$;
6) $17 \cdot 0{,}1 = 1{,}7$;
7) $60 \cdot 0{,}4 = 24$;
8) $0{,}2 \cdot 0{,}5 = 0{,}1$.

№ 976.
1)
1) $2{,}4 \cdot 0{,}625 = 1{,}5$ – второй множитель;
2) $2{,}4 \cdot 0{,}4 = 0{,}96$;
3) $2{,}4 \cdot 1{,}5 \cdot 0{,}96 = 3{,}456$.
Ответ: произведение чисел равно 3,456.

2)
1) $2{,}25 \cdot 0{,}8 = 1{,}8$ (м) – длина двух других ребер;
2) $2{,}25 \cdot 1{,}8 \cdot 1{,}8 = 7{,}29$ (м^3).
Ответ: объем равен 7,29 м^3.

№ 977.
а) равны;
б) равны.

№ 978.

1)

1) $150 \cdot 0,78 = 117$ (г) — содержится олова;

2) $150 \cdot 0,16 = 24$ (г) — содержится сурьмы;

3) $150 \cdot 0,06 = 8$ (г) — содержится меди.

Ответ: олово – 117 г, сурьмы 24 г, меди – 8 г.

2)

1) $25 \cdot 0,4 - 25 \cdot 0,23 = 25 \cdot (0,4 - 0,23) = 25 \cdot 0,17 = 4,25$ (г);

2) $25 \cdot 0,55 - 25 \cdot 0,29 = 25 \cdot (0,55 - 0,29) = 25 \cdot 0,26 = 6,5$ (г).

Ответ: белка больше на 4,25 г, а крахмала – на 6,5 г.

№ 979.

1)

1) $8 \cdot 0,375 = 3$ (г);

2) $8 \cdot 0,583 = 4,664$ (г);

3) $8 \cdot 0,958 = 7,664$ (г).

2)

1) $20 \cdot 0,8 = 16$ (г);

2) $20 \cdot 0,875 = 17,5$ (г);

3) $20 \cdot 0,916 = 18,32$ (г).

№ 980.

1) $6,4 \cdot 0,35 = 2,24$ (см) — длина первой стороны;

2) $2,24 \cdot 0,75 = 1,68$ (см) — длина второй стороны;

3) $6,4 - 2,24 - 1,68 = 2,48$ (см).

Ответ: длина третьей стороны 2,48 см.

№ 981.

1) $80 \cdot 0,25 = 20$ (км) — пройдено в первый день;

2) $80 - 20 = 60$ (км) — осталось пройти после первого дня;

3) $60 \cdot 0,6 = 36$ (км);

4) $60 - 36 = 24$ (км).

Ответ: в третий день пройдено 24 км.

№ 982.

По вертикали:

а) 428,64; б) 909,09; в) 925,56.

По горизонтали:

г) 224,0424; д) 46202,58.

№ 983.

$5 \cdot 30,48 + 5,5 \cdot 2,54 = 152,4 + 13,97 = 166,37$ (см) ≈ 166 см.

Ответ: рост А.С. Пушкина ≈ 166 см.

№ 984.

$1,8 \cdot 0,15 + (7,3 - 1,8) \cdot 0,1 + 28,5 \cdot 0,08 = 0,27 + 0,55 + 2,28 = 3,1$ (л).

Ответ: всего затрачено 3,1 л бензина.

№ 985 (а, б).

а) произведение увеличится;

б) произведение уменьшится.

№ 986.

1) $9,5 \cdot 0,3 < 9,5$; 2) $0,28 \cdot 0,45 = 0,45 \cdot 0,28$; 3) $0,15a < a$;
$1,6 \cdot 7,9 > 7$; $3,19 \cdot 2,14 > 3,19 \cdot 1,4$; $2,01b > b$;
$5,5 \cdot 0,4 > 0,5$; $7,18 \cdot 0,56 < 0,56 \cdot 7,21$; $4,6c < 6,4c$.

№ 987.

1) $9,6 \cdot 0,25 = 2,4$; 3) $6,15 \cdot 78,4 = 482,16$; 5) $24,1 \cdot 0,85 = 20,485$;
2) $5,48 \cdot 2,1 = 11,508$; 4) $0,46 \cdot 3,18 = 1,4628$; 6) $0,034 \cdot 190 = 6,46$.

№ 988.

1) $20,1a - 17,07a = 3,03a$.
Если $a = 2,8$, то $3,03 \cdot 2,8 = 8,484$.
Если $a = 25\,000$, то $3,03 \cdot 25\,000 = 75\,750$.
Если $a = 0,407$, то $3,03 \cdot 0,407 = 1,23321$.
2) $6,48b + 3,6b = 10,08b$.
Если $b = 5,6$, то $10,08 \cdot 5,6 = 56,448$.
Если $b = 90$, то $10,08 \cdot 90 = 907,2$.
Если $b = 80,5$, то $10,08 \cdot 80,5 = 811,44$.
3) $c + 1,2 + 7,05c + 12,6 = 8,05c + 13,8$.
Если $c = 0,4$, то $8,05 \cdot 0,4 + 13,8 = 17,02$.
Если $c = 300$, то $8,05 \cdot 300 + 13,8 = 2428,8$.
Если $c = 2,04$, то $8,05 \cdot 2,04 + 13,8 = 30,222$.
4) $13,45 + 1,085d + 3,92d - 8,4 = 5,005d + 5,05$.
Если $d = 100$, то $5,005 \cdot 100 + 5,05 = 505,55$.
Если $d = 1,1$, то $5,005 \cdot 1,1 + 5,05 = 10,5555$.
Если $d = 4040$, то $5,005 \cdot 4040 + 5,05 = 20225,25$.

№ 989.

1) $\frac{3}{8} = \frac{3 \cdot 125}{8 \cdot 125} = \frac{375}{1000} = 0,375$; 3) $\frac{7}{250} = \frac{7 \cdot 4}{250 \cdot 4} = \frac{28}{1000} = 0,028$;

2) $\frac{19}{20} = \frac{19 \cdot 5}{20 \cdot 5} = \frac{95}{100} = 0,95$; 4) $\frac{31}{400} = \frac{31 \cdot 25}{400 \cdot 25} = \frac{775}{10000} = 0,0775$.

№ 990.

1) $41,4 - (3,8 + 5,4) \cdot 2,5 = 18,4$ (км); 3) $159 + (48,7 - 16,9) \cdot 3,6 = 273,48$ (км);
2) $10,8 - (82,9 - 78,4) \cdot 0,9 = 6,75$ (км); 4) $16,4 + (54,3 + 96,1) \cdot 0,25 = 54$ (км).

№ 991.

1) 11 ч 15 мин – 8 ч = 3 ч 15 мин – был в пути катер;
2) 11 ч 15 мин – 9 ч 30 мин = 1 ч 15 мин – был в пути теплоход;
3) $18,2 \cdot 3,25 = 59,15$ (км) — прошел катер;
4) $26,6 \cdot 1,75 = 46,55$ (км) — прошел теплоход;
5) $59,15 - 46,55 = 12,6$ (км).
Ответ: расстояние между катером и теплоходом 12,6 км.

№ 992.

1) $2,5 \cdot 2,5 \cdot 2,5 = 15,625$ (дм^3) — объем куба;
2) $2,5 \cdot 2,5 \cdot 6 = 37,5$ (дм^2) — площадь поверхности куба;
3) $0,2 \cdot 21 = 4,2$ (дм^2) — площадь кружков;
4) $37,5 - 4,2 = 33,3$ (дм^2).
Ответ: 33,3 дм^3 площадь поверхности белого цвета.

№ 993.

1) $(a + b)^2$.

Если $a = 0{,}19$, $b = 0{,}51$, то $(0{,}19 + 0{,}51)^2 = 0{,}7^2 = 0{,}49$.

2) $a^2 - b^2$.

Если $a = 1{,}5$, $b = 0{,}8$, то $1{,}5^2 - 0{,}8^2 = 2{,}25 - 0{,}64 = 1{,}61$.

3) $a^3 + b^3$.

Если $a = 0{,}5$, $b = 0{,}4$, то $0{,}5^3 + 0{,}4^3 = 0{,}125 + 0{,}064 = 0{,}189$.

4) $(a - b)^3$.

Если $a = 4$, $b = 3{,}7$, то $(4 - 3{,}7)^3 = 0{,}3^3 = 0{,}027$.

№ 994.

1) $90{,}7 - 0{,}0356 \cdot 590 = 69{,}696 \approx 69{,}70$;

2) $26{,}8 \cdot 0{,}968 + 8{,}6126 = 34{,}555 \approx 34{,}56$;

3) $(3{,}96 + 36{,}64) \cdot (8 - 2{,}995) = 40{,}6 \cdot 5{,}005 = 203{,}203 \approx 203{,}20$.

П. 4. 2. 4. Деление десятичных дробей (6 ч)

Основные содержательные цели

1) Сформировать умение делить десятичные дроби.

2) Повторить и закрепить: изученные действия с обыкновенными и десятичными дробями; зависимости между компонентами и результатами арифметических действий, задачи на дроби, на движение, формулы площади и периметра прямоугольника, объема прямоугольного параллелепипеда; упрощение выражений; решение уравнений; понятие степени числа; периодические дроби; понятие общего высказывания и высказывания о существовании; построение математических моделей текстовых задач; метод «доходов» и «расходов»; построение формул зависимостей между величинами.

Особенности изучения учебного содержания

Гипотеза алгоритма деления десятичной дроби на натуральное число может быть получена учащимися при анализе частного, который они получат, выполнив переход к делению смешанных чисел на натуральное число или на основе проведения аналогии с делением натуральных чисел (опорой послужит пропедевтика, которой занимались при переводе обыкновенной дроби в десятичную дробь).

Прежде чем переходить к делению десятичной дроби на десятичную дробь, с учащимися следует выполнить задания на закрепление правила деления десятичной дроби на натуральное число, которое ляжет в основу деления на десятичную дробь (№ 1038–1044).

К концу года учащиеся хорошо знают и умеют применять основное свойство дроби, которое является другой формой свойства частного – теоретической основы первого шага алгоритма деления десятичных дробей. Чтобы учащиеся смогли самостоятельно сконструировать алгоритм деления на десятичную дробь, целесообразно повторить с ними правило деления десятичной дроби на натуральное число, правило умножения десятичных дробей на 10,100, 1000 и т. д., а также основное свойство дроби (частного).

Для отработки алгоритма деления десятичных дробей предлагаются разнообразные задания в игровой форме (№ 1046, 1049, 1050,1073,1074, 1079).

Учащиеся применяют алгоритм деления десятичных дробей при решении задач на дроби с данными, представленными десятичными дробями (на нахождение числа по его части, выраженной дробью, – № 1047–1048; на нахождение части, которую одно число составляет от другого, – № 1051–1054).

После изучения общих алгоритмов деления десятичных дробей можно показать учащимся вариативность выполнения деления на 10; 100; 1000 и 0,1; 0,01; 0,01 и т. д. (вспомнить «особые» правила по сдвигу запятой и показать универсальность общих). Такой подход позволяет развивать способных детей и существенно сократить количество используемых алгоритмов для слабых учащихся (которые могут запутаться в правилах по сдвигу запятой вправо или влево, но эффективно использовать общие правила, полученные в п. 4. 2. 4, в частных случаях).

После изучения алгоритма деления десятичных дробей учащиеся начинают тренироваться выполнять все действия с десятичными дробями (№ 1055, 1056, № 1060–1062, 1079). Алгоритмы действий с десятичными дробями включаются в систему знаний учащихся. Они решают составные уравнения (№ 1068), комбинированные задачи с данными, представленными десятичными дробями: на формулу произведения, на движение, на дроби (№ 1057–1059, 1063–1067, 1069–1072). Тем самым не только отрабатывается до навыка умение выполнять все действия с десятичными дробями, но и повторяется ранее изученный материал. Отбирая подобные задания для урока, учитель должен ориентироваться на принцип минимакса.

С учащимися можно выполнить задания на наблюдение и применение зависимости результата частного от изменения делимого и делителя. Из курса начальной школы учащиеся знают, что при увеличении (уменьшении) делимого частное увеличивается (уменьшается); при увеличении (уменьшении) делителя частное уменьшается (увеличивается). Теперь эту зависимость они наблюдают на десятичных дробях (№ 1075–1078).

Задания № 1080–1083 являются пропедевтикой тем, изучаемых в 6 классе («Отношения»; «Длина окружности»; «Площадь круга»). Они могут быть выполнены в более подготовленных классах с целью опережающей подготовки, однако не должны являться заданиями, обязательными для всех.

В серии дисков со сценариями уроков в технологии деятельностного метода к учебнику математики для 5—6 классов основной школы авторов Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсон по программе «Учусь учиться» по этому пункту предлагаются сценарии 157—162.

Урок 157 Деление десятичных дробей на натуральное число.

Новое знание.

Алгоритм деления десятичных дробей на натуральное число.

Актуализация знаний.

Деление смешанных чисел на натуральное число, представление обыкновенных дробей в виде десятичных дробей.

Задание на пробное действие.

Найдите частное удобным способом: 43,2 : 8.

Фиксация затруднения:

– Я не смог найти частное десятичной дроби и натурального числа.

Фиксация причины затруднения:

– У нас нет удобного, простого способа деления десятичных дробей на натуральное число.

Цель деятельности.

Построить удобный способ деления десятичных дробей на натуральное число и научиться делить десятичные дроби на натуральное число.

Эталон

Алгоритм деления десятичной дроби на натуральное число

1. Разделить целую часть. 2. В частном поставить запятую. 3. Продолжить деление, не обращая внимания на запятую.

Урок 158 Деление десятичных дробей.

Новое знание.

Алгоритм деления десятичных дробей.

Актуализация знаний.

Деление десятичных дробей на натуральное число, дополнительные свойства делимости, умножение десятичных дробей на 10, 100, 1000 и т. д.

Задание на пробное действие.

Найдите частное: 128,16 : 3,2.

Фиксация затруднения:

– Я не смог найти частное десятичных дробей.

Фиксация причины затруднения:

– У нас нет способа нахождения частного десятичных дробей.

Цель деятельности.

Составить алгоритм деления десятичных дробей и научиться выполнять деление десятичных дробей, используя построенный алгоритм.

Эталон

Алгоритм деления десятичных дробей

1. В делимом и делителе перенести запятую на столько знаков вправо, сколько их стоит после запятой в делителе. 2. Выполнить деление полученной десятичной дроби на натуральное число.

Урок 159 Деление десятичных дробей (Р).

Цели урока: тренировать умение делить десятичные дроби, способность к рефлексии собственной деятельности; повторить и закрепить способ проверки деления с помощью умножения, действия с обыкновенными дробями, решение текстовых задач.

Урок 160 Деление десятичных дробей (Р).

Цели урока: тренировать способность рационализации деления десятичных дробей с помощью свойств деления, способность к рефлексии собственной деятельности; повторить и закрепить решение примеров на порядок действий, решение задач на движение.

Урок 161

Деление десятичных дробей (Р).

Цели урока: тренировать умение делить десятичные дроби, способность к рефлексии собственной деятельности; повторить и закрепить решение уравнений, зависимости между величинами, построение математических моделей текстовых задач.

Урок 162

Деление десятичных дробей (Р).

Цели урока: формировать способность к фиксированию затруднений в собственной деятельности по теме «Арифметика десятичных дробей», подготовиться к контрольной работе; тренировать способность к решению задач на движение, решению уравнений, действиям с именованными числами.

Уроки 163–164

Обучающий контроль.
(Контрольная работа № 9)

Методические рекомендации к выполнению заданий, решение и ответы

Номера заданий, из которых предлагается осуществлять отбор заданий для урока

Урок №	Урок 157 (156)	Урок 158 (157)	Урок 159 (158)
К	№ 1038—1044	№ 1045—1050	№ 1055, 1056, 1051—1054
П	№ 1084	№ 1085—1087	№ 1092, 1094
Д	п. 4.2.4, № 1100—1102	№ 1103, 1104, 1121	№ 1105, 1106 (1, 2), 1115
С	№ 1122	№ 1123	№ 1124

Урок №	Урок 160 (159)	Урок 161 (160)	Урок 162
К	№ 1060—1067	№ 1068—1073	№ 1075—1078, 1057, 1074
П	№ 1093, 1098	№ 1096, 1101, 1014	№ 1093, 1099
Д	№ 1108, 1109, 1110	№ 1111, 1112, 1113	№ 1114, 1116, 1120
С	№ 1097	№ 1098	№ 1099

№ 1042.

1) $8,4 : 4 = 2,1$; $6,8 : 2 = 3,4$; $10,5 : 5 = 2,1$;
2) $1,6 : 8 = 0,2$; $2,4 : 4 = 0,6$; $6,3 : 7 = 0,9$;
3) $0,81 : 9 = 0,09$; $0,64 : 8 = 0,08$; $0,3 : 6 = 0,05$;
4) $9 : 2 = 4,5$; $1 : 4 = 0,25$; $2,8 : 70 = 0,04$.

№ 1043 (г, д, е).

г) 312,156 : 39 = 8,004

$$\begin{array}{r|l} -\,312{,}156 & 39 \\ \underline{312} & \overline{8{,}004} \\ -\,156 & \\ \underline{156} & \\ 0 & \end{array}$$

д) 1852,59 : 37 = 50,07

$$\begin{array}{r|l} -\,1852{,}59 & 37 \\ \underline{185} & \overline{50{,}07} \\ -\,259 & \\ \underline{259} & \\ 0 & \end{array}$$

е) 4584,36 : 506 = 9,06

$$\begin{array}{r|l} -\,4584{,}36 & 506 \\ \underline{4554} & \overline{9{,}06} \\ -\,3036 & \\ \underline{3036} & \\ 0 & \end{array}$$

№ 1044.

1) 16,8 : 2 – 16,8 : 3 = 8,4 – 5,6 = 2,8 (км/ч);
2) 15 000 : 4 – 21 000 : 6 = 3 750 – 3 500 = 250 (р.);
3) 10,8 : 9 – 10,8 : 15 = 1,2 – 0,72 = 0,48 (кг).

№ 1045.

а) 25,2 : 0,4 = 252 : 4 = 63;
б) 49,56 : 0,007 = 49 560 : 7 = 7080;
в) 397,5 : 0,53 = 39 750 : 53 = 750;
г) 276,08 : 0,068 = 276 080 : 68 = 4060;
д) 7164,5 : 8,9 = 71 645 : 89 = 805;
е) 20,416 : 0,29 = 2041,6 : 29 = 70,4;
ж) 3,7259 : 3,7 = 37,259 : 37 = 1,007;
з) 648,432 : 0,72 = 64843,2 : 72 = 900,6;
и) 200,1 : 0,69 = 20 010 : 69 = 290;
к) 56,58 : 0,0082 = 565 800 : 82 = 6900;
л) 427,8 : 0,046 = 427 800 : 46 = 9300;
м) 295,22 : 0,0058 = 2 952 200 : 58 = 50 900;
н) 6 : 0,0064 = 60 000 : 64 = 937,5;
о) 0,08008 : 3,85 = 8,008 : 385 = 0,0208;
п) 0,02292 : 0,075 = 22,92 : 75 = 0,3056.

№ 1048.

1) 12 : 0,4 = 120 : 4 = 30 (лет);
2) 15,2 : 0,8 = 152 : 8 = 19 ($м^2$);
3) 12 + 12 : 0,6 = 12 + 120 : 6 = 12 + 20 = 32 (чел.);
4) 180 – 180 : 1,2 = 180 – 1800 : 12 = 180 – 150 = 30 (км);
5) 40 : 0,5 : 0,32 = 400 : 5 : 0,32 = 80 : 0,32 = 8000 : 32 = 25 (

№ 1055.

1) $a = 0{,}15$; $b = 0{,}06$; $c = 0{,}008$;
2) $a = 0{,}01$; $b = 0{,}09$; $c = 0{,}0009$;
3) $a = 0{,}6$; $b = 0{,}03$; $c = 0{,}02$;
4) $a = 0{,}2 : 5 = 0{,}04$;
$b = 3 : 0{,}2 = 30 : 2 = 15$;
$c = 15 : 0{,}5 = 150 : 5 = 30$.

№ 1056 (4).

4) $15{,}3 : 15 + (8{,}484 : 1{,}05 + 0{,}034 : 1{,}7) \cdot 0{,}01 = 1{,}101$

$8{,}484 : 1{,}05 = 848{,}4 : 105 = 8{,}08;$
$0{,}034 : 1{,}7 = 0{,}34 : 17 = 0{,}02;$
$8{,}08 + 0{,}02 = 8{,}1;$
$15{,}3 : 15 = 1{,}02;$
$8{,}1 \cdot 0{,}01 = 0{,}081;$
$1{,}02 + 0{,}081 = 1{,}101.$

№ 1068 (5, 7).

5) $(2{,}3x + 0{,}9) : 0{,}04 - 19{,}176 = 9{,}074$
$(2{,}3x + 0{,}9) : 0{,}04 = 9{,}074 + 19{,}176$
$(2{,}3x + 0{,}9) : 0{,}04 = 28{,}25$
$2{,}3x + 0{,}9 = 28{,}25 \cdot 0{,}04$
$2{,}3x + 0{,}9 = 1{,}13$
$2{,}3x = 1{,}13 - 0{,}9$
$2{,}3x = 0{,}23$
$x = 0{,}23 : 2{,}3$
$x = 0{,}1$

7) $10{,}72 + 0{,}324 : (5{,}5 - t : 78) = 10{,}8$
$0{,}324 : (5{,}5 - t : 78) = 10{,}8 - 10{,}72$
$0{,}324 : (5{,}5 - t : 78) = 0{,}08$
$5{,}5 - t : 78 = 0{,}324 : 0{,}08$
$5{,}5 - t : 78 = 4{,}05$
$t : 78 = 5{,}5 - 4{,}05$
$t : 78 = 1{,}45$
$t = 1{,}45 \cdot 78$
$t = 113{,}1$

№ 1071.

1)
$21{,}3 : 0{,}6 = 35{,}5$ (км/ч) – скорость сближения;
x км/ч – скорость одного велосипедиста; $1{,}5x$ км/ч – скорость второго велосипедиста.
$x + 1{,}5x = 35{,}5$
$2{,}5x = 35{,}5$
$x = 35{,}5 : 2{,}5$
$x = 14{,}2$
$35{,}5 - 14{,}2 = 21{,}3$ (км/ч)
Ответ: скорости велосипедистов 14,2 км/ч и 21,3 км/ч.

2)
1) $6{,}8 - 3{,}2 = 3{,}6$ (км) – пройденный путь;
2) $3{,}6 : 0{,}4 = 9$ (км/ч) – скорость удаления;
x км/ч – скорость одного пешехода; $x + 0{,}6$ (км/ч) – скорость второго пешехода.
$x + x + 0{,}6 = 9$
$2x + 0{,}6 = 9$
$2x = 9 - 0{,}6$
$2x = 8{,}4$
$x = 8{,}4 : 2$
$x = 4{,}2$
$4{,}2 + 0{,}6 = 4{,}8$ (км/ч)
Ответ: скорости пешеходов 4,2 км/ч и 4,8 км/ч.

№ 1076.

1) $a : 7{,}2 < a : 2{,}7$;
2) $b : 1{,}45 > b : 1{,}5$;
3) $4{,}026 : c < 4{,}206 : c$;
4) $9{,}08 : d > 8{,}999 : d$;
5) $k : 0{,}03 > k \cdot 0{,}03$;
6) $n \cdot 2{,}18 > n : 2{,}18$.

№ 1078.

1) $12,34 \cdot 567,89 - 123,4 \cdot 56,789 = 123,4 \cdot 56,789 - 123,4 \cdot 56,789 = 0$;

2) $12,34 : 567,89 - 123,4 : 5678,9 = 123,4 : 5678,9 - 123.,4 : 5678,9 = 0$;

3) $(12,34 \cdot 567,89 - 1,234 \cdot 56,789) \cdot (12,34 \cdot 567,89 - 12340 \cdot 0,56789) = 0$;

4) $(12,34 : 567,89 - 1,234 : 56,789) \cdot (12,34 : 567,89 - 12340 : 0,56789) = 0$.

Уроки 163–164 Задачи на повторение.

После четвертой главы представлены задачи на повторение, эти задания предлагаются для итогового повторения курса 5 класса. При пяти часах в неделю на итоговое повторение отводится 3 часа. Однако повторение осуществлялось и при изучении предыдущих пунктов за счет использования многофункциональных заданий.

Уроки 163–164 Итоговая контрольная работа.

В конце года проводится итоговая контрольная работа.

Уроки 163–164 Итоговый урок.

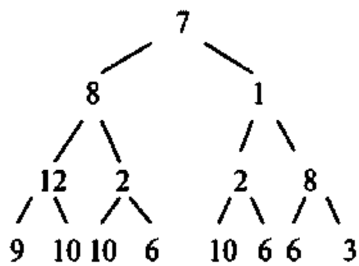
На последнем уроке с учащимися обсуждаются итоги работы за год, намечаются цели на следующий год.

Решение задач на смекалку

5 класс. Часть 1

№ 33.

1) Перейти болото можно 20 способами. Чтобы подсчитать количество способов, можно нарисовать дерево возможностей:



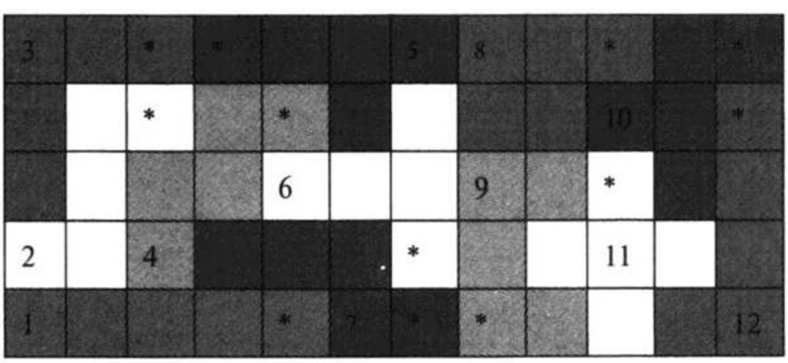
и т. д.

2) Можно решить задачу, используя графическую модель, обозначив значком количество советов первого брата, тогда количество советов, которые дал второй брат, можно показать, удвоив введенный знак (отрезок), и т. д. Рисовать количество советов, данных четвертым братом, необязательно, можно отметить на схеме, что их было $2 \cdot 3 \cdot 4$ первоначальных значков (отрезков). Из схемы ясно, что, чтобы получить 132 совета, нужно повторить количество советов первого брата $(1 + 2 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4)$ раз. Тогда, чтобы получить количество советов первого брата, нужно 132 разделить 33.

Ответ: 4 совета дал первый брат.

3) $56 : 8 = 9 - 2 = 3 + 4 = 1 \cdot 7$.

4)



№ 61.

1) 97463; 2) 24063.

№ 62.

Ответ: 4.

№ 84.

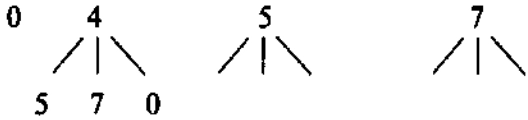
а) ...1, 0, 0, 0, 0; в) ..., 7, 1,9,17;

б) ... 10, 9,12,11; г) ..., 35, 24, 45, 30.

№ 85.

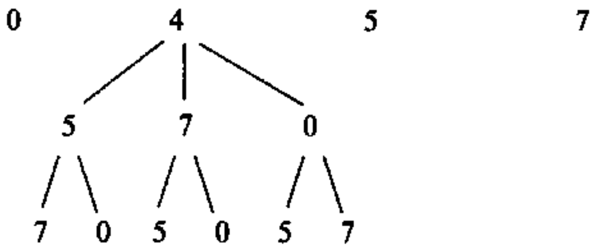
Однозначных – 4 числа.

Двузначных – 9 чисел (при составлении дерева возможностей нужно учитывать, что вариант, когда на первом месте стоит ноль, рассматривать не нужно, т. к. при этом получаются однозначные числа, а их уже учли выше):



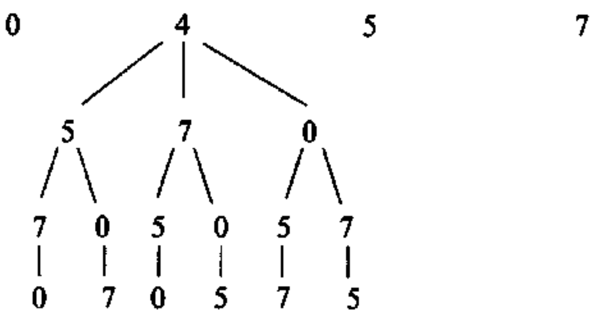
$3 \cdot 3 = 9$

Трехзначных – 18 чисел:



$6 \cdot 3 = 18$

Четырехзначных – 18 чисел:



$6 \cdot 3 = 18$

Ответ: всего можно составить 49 чисел.

№ 101.

Ответ: произведение оканчивается на цифру, равную множителю (в обоих случаях).

№ 115.

Из слов дяди Васи ясно, что трое говорят правду, а четвертый говорит правду или ложь. Анализируя слова Миши и Игоря, понимаем, что они противоречат друг другу. То есть оба они правду говорить не могут. Значит, один из мальчиков говорит ложь.

Переберем все варианты, когда один из ребят лжет (все остальные при этом должны говорить правду).

1) Миша лжет: Игорь не ошибся, значит, разбил Миша, и его плохо знает дядя Вася.

С	Ю	И	М
правда	правда	правда	ложь

(такая ситуация возможна);

2) Игорь лжет: разбил не Миша, тогда из слов Сережи ясно, что должен обманывать и Юра.

С	Ю	И	М
правда	ложь	ложь	правда

(такая ситуация невозможна, т. к. двое лгут);

3) Сережа лжет, тогда Игорь и Миша говорят правду, а это не так, т. к. они противоречат друг другу (такая ситуация невозможна, т. к. двое лгут);

4) Юра лжет, тогда Игорь и Миша говорят правду, а это не так, т. к. они противоречат друг другу (такая ситуация невозможна, т. к. двое лгут).

Ответ: окно разбил Миша, его плохо знает дядя Вася.

№ 127.

Он задал вопрос: «Вы житель этого селения?». Если он получит ответ «Да», то это селение «правдолюбов», а если «Нет», то это селение «лжецов».

№ 128.

Задание направлено на развитие внимания и оперативной памяти.

№ 141.

Рассуждать можно с конца: как получить 6 из 8? $6 = 8 - 2$.

А как получить 2 из 5? И т. д.

В итоге получаем схему переливаний:

	12 пинт	8 пинт	5 пинт
	12	0	0
1.	4	8	0
2.	4	3	5
3.	9	3	0
4.	9	0	3
5.	1	8	3
6.	1	6	5

Ответ: 6 переливаний.

№ 165.

Ответ: 929, 20, 2.

№ 166.

Ответ: 45 км.

№ 167.

Ответ:100 яблок.

№ 180.

При решении задачи нужно обратить внимание на предложение «У нас пожар» и проверить, может ли выполняться условие задачи для «У нас пожар» и «Пожар в городе В», перебрав все три случая, откуда мог быть звонок.

Если звонок из А: «У нас пожар» (И.) $\Rightarrow$ «Пожар в А» (И.) и «Пожар в городе В» (И.), а это невозможно.

Если звонок из Б: «У нас пожар» (Л.) $\Rightarrow$ «Пожар в Б» (Л.) и «Пожар в городе В» (Л.), и это возможно, если пожар в городе А.

Если звонок из В, то нужно рассмотреть два случая:

1. «У нас пожар» (Л.) $\Rightarrow$ «Пожар в В» (Л.) и «Пожар в городе В» (И.), а это невозможно.
2. «У нас пожар» (И.) $\Rightarrow$ «Пожар в В» (И.) и «Пожар в городе В» (Л.), а это невозможно.

Ответ: в город А.

№ 203.

Ответ: длина составляет 6 ладоней, а ширина – 4 ладони.

№ 231.

а) 3, 5, 10, 12, 24, 26, **52, 54, 108**...

Каждое последующее число в ряду получено чередованием увеличения на 2 и в 2 раза предыдущего.

б) 1, 2, 5, 10, 17, 26, **37, 50, 65**...

Каждое последующее число в ряду получено увеличением на 1, 3, 5, 7, 9 и т. д.

№ 250.

Можно воспользоваться графической моделью (отрезком).

Ответ: на $\frac{1}{12}$ часть своего объема.

№ 251.

В результате составления математической модели может получиться следующее уравнение:

$$x = 1 + 1 + \frac{x}{2}.$$

Ответ: масса рыбы 8 кг.

№ 279.

Последняя страница должна иметь четный номер и более 143, поэтому из цифр 1,4,3 можно получить только номер 314.

314 – 143 + 1 = 172 (стр.)

Ответ: 172 страницы выпало.

№ 297.

При решении можно воспользоваться формулой деления с остатком:

$15a + 8 = 20b + 17$

$15a = 15b + 5b + 17 - 8$

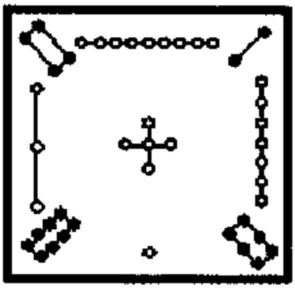
$15a - 15b = 5b + 17 - 8$

$15(a - b) = 5b + 9$

Левая часть равенства делится на 5, а правая нет, значит, Боря ошибся.

№ 298.

Закономерность, которую по силам обнаружить пятиклассникам в данном символе, можно описать следующим образом. Рисунок связывает числа 1—9 по принципу «магического квадрата», представляющего собой таблицу с тремя столбцами и тремя строками. Сумма чисел в каждом столбце, каждой строке и по диагоналям равна 15.



4	9	2
3	5	7
8	1	6

№ 342.

а) 9, 15, 27; 45, 69, **99**, **135** ...

Второй член ряда получен увеличением первого на $6 = 6 \cdot 1$, третий — увеличением предыдущего члена ряда на $12 = 6 \cdot 2$, четвертый — увеличением предыдущего члена ряда на $18 = 6 \cdot 3$. Таким образом, можно вычислить каждый член этого ряда, прибавив к его предшественнику столько шестерок, сколько членов последовательности ему предшествует.

б) 342, 313, 284, 255, **226**, **197** ...

Каждый член в этом ряду получается уменьшением предыдущего числа на 29.

в) 4, 8, 8, 11, 16, 14, 32, 17, **64**, **20** ...

Ряд состоит из двух чередующихся последовательностей. На нечетных местах ряд состоит из чисел, которые увеличиваются в 2 раза. На четных местах ряд образован путем увеличения предыдущего числа на 3.

г) 3, 7, 16, 35, 74, 153, **312**, **631** ...

Числа в этом ряду получаются умножением предыдущего на 2 и прибавлением количества членов, которые предшествуют данному числу. Так, $312 = 153 \cdot 2 + 6$.

Можно получить эти же числа, объяснив закономерность и другим способом.

№ 343.

378 м^2 = 3 780 000 см^2

1) 90 : 15 = 6 (см) — усадка ткани по ширине;
2) 90 – 6 = 84 (см) — ширина после стирки;
3) 3 780 000 : 84 = 45 000 (см) — длина после стирки;
4) 45 000 : 15 · 16 = 48 000 (см) — длина до стирки;

48 000 см = 480 м

Ответ: 480 метров.

№ 344.

Ответ: 60 тетрадей.

№ 345.

При решении можно получить следующую математическую модель:

$x = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x + \frac{1}{7}x + 3$, где x – число всех учеников Пифагора.

Домножив обе части равенства на 28, перейдем к целым числам. Корнем полученного уравнения будет число 28.

Ответ: 28 учеников.

№ 407.

Задачу можно решить методом перебора. Будем перебирать все возможные значения возраста младшего из детей и вычислять возраст всех остальных. При этом нужно учитывать, что по условию возраст каждого из детей выражается простым числом.

Если младшему 1 год, то второму $1 + 2 = 3$ года, третьему $1 + 6 = 7$, четвертому – $1 + 8 = 9$ (не является простым). Значит, младшему не 1 год.

Аналогичным образом делается вывод, что младшему не может быть ни 2, ни 3 года. Если младшему 5 лет, возраст каждого ребенка выражается простым числом (7, 11, 13, 17 и 19 лет).

Укажем найденное решение – младшему 5 лет.

№ 408.

$\frac{6}{9}$.

№ 409.

Из условия следует, что 60 овец составляет $\frac{1}{3}$ всех овец.

Ответ: 180 овец в отаре.

№ 445.

В рассуждениях следует отталкиваться от того, что произведение оканчивается на ноль, если хотя бы один множитель оканчивается на ноль или один из множителей четный, а второй оканчивается на 5.

Ответ: 2, 3, 5, 7; в результате получила 210.

№ 446.

Ответ: 11 111 229 и 77 192 329.

№ 447.

4, 7, 12, 21, 38, **71**, **136** ...

Чтобы продолжить ряд, нужно ввести два вспомогательных ряда. Все члены данного ряда увеличиваются соответственно на члены некоторого второго ряда: 3, 5, 9, 17... Этот ряд, в свою очередь, получен увеличением каждого своего члена на члены третьего ряда: 2, 4, 8, ... который получен увеличением предыдущего своего члена в 2 раза, начиная с двух.

Продолжив оба вспомогательных ряда: 2, 4, 8, 16, 32, тогда 3, 5, 9, 17, 33, 65, можно вычислить следующие числа в первоначальном ряду: $38 + 33 = 71$; $71 + 65 = 136$.

№ 481.

Ответ: Сергей – 3; Виталий – 4; Андрей – 5.

№ 482.

Нужно перебирать пары однозначных чисел, сумма которых равна 9. Начинать следует с 9 и 0, а остальные числа получаются увеличением одного и увеличением второго на 1.

Ответ: 90, 81, 72, 63, 54, 45, 36, 27, 18.

№ 519.
Ответ: 26 чисел.

№ 520.

а)
$$\begin{array}{r} \times\ 459 \\ \underline{459} \\ 4131 \\ +\ 2295 \\ \underline{1836} \\ 210681 \end{array}$$

б)
$$\begin{array}{r} 682750 \\ 682750 \\ +\ 682750 \\ 682750 \\ \underline{682750} \\ 3413750 \end{array} \quad \text{или} \quad \begin{array}{r} 628750 \\ 628750 \\ +\ 628750 \\ 628750 \\ \underline{628750} \\ 3143750 \end{array}$$

№ 521.

1) Можно решить задачу, составляя уравнение, или арифметически. Покажем арифметический способ решения:

(40 – 6) : 2 = 17 (ов.) – было у мужика, который имел меньше овец;

17 + 6 = 23 (ов.) – было у мужика, который имел больше овец.

Ответ: 17 и 23 овцы.

2) Найдем, сколько всего денег отдали три первых брата двум другим, 800 · 3 = = 2400 (р.); вычислим, сколько получил каждый из них в деньгах, 2400 : 2 = 1200 (р.).

Все пять братьев должны получить поровну, поэтому, чтобы узнать, сколько составило все наследство в рублях, нужно выполнить следующее действие: 1200 · 5 = 6000 (р.)

Сумма в 6000 рублей составляет стоимость трех домов, тогда цена дома вычисляется следующим образом: 6000 : 3 = 2000 руб.

Ответ: 2000 руб.

№ 569.
Используя метод «весов», обе части данного равенства можно разделить на Б.
Ответ: А = 3; Б = 7.

№ 570.
Из этого условия нужно выделить главное: собака бегала со скоростью 20 км/ч до тех пор, пока велосипедисты не встретились.

$t_{\text{встр.}} = 100 : (15 + 10) = 4$ (ч).

$20 \cdot 4 = 80$ (км).

Ответ: 80 км пробежала собака.

№ 571.
Пусть a – цифра сотен, b – десятков, c – единиц данного числа. Полученное шестизначное число будет равно $100\,000a + 10\,000b + 1000c + 100c + 10b + a =$ $= 100\,00a + 10\,010b + 1100c = \mathbf{11}(9091a + 910b + 100c)$.

№ 607.

В произведении всех чисел от 1 до 11 включительно есть множители 2,5 и 10, произведение которых равно 100, значит, последние две цифры – два нуля. Также среди множителей есть число 9, значит, полученное произведение делится на 6, а следовательно, и сумма цифр должна делиться на 9. Значит, стереть могли только цифру 1.

Ответ: 39 916 8**00**.

№ 644.

Второй пассажир знает математику лучше, т.к. первый доказывает общее утверждение «Все овцы черные», приводя пример. А учащимся уже известно, что примером можно доказать только истинность высказывания о существовании.

№ 645.

Разложим 6552 на однозначные множители (т.к. Мюнхгаузен находил произведение цифр), среди множителей найдется простое число 13, а это неоднозначное число и далее разложить его на множители невозможно. Значит, Мюнхгаузен сказал неправду.

№ 646.

Шестизначное число, в записи которого все цифры одинаковые, делится на 111 111.

А $111\,111 = 3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 37$, тогда сумма его различных простых делителей равна 71. Но данное шестизначное число помимо 111 111 делится и на число, равное цифре, с помощью которой оно записано. Значит, сумма его различных простых делителей больше 71 и Степа не мог получить 70. Если эта цифра – 9, то среди простых делителей этого шестизначного числа должны быть еще две тройки, но простой делитель 3 в рассмотренной нами сумме уже использовался. Значит, сумма его различных простых делителей меньше $(71 + 9)$ и Петя не мог получить 80.

№ 681.

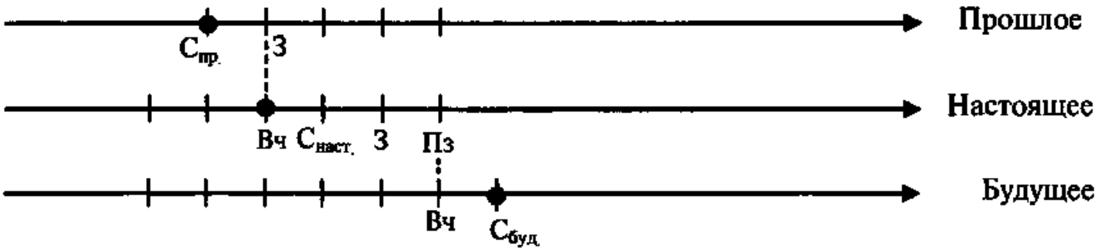
Первый квадрат заполняется по правилу: числа, начиная с 25, размещаются по порядку в клетки таблицы по спирали, образующей квадраты. Так, если 25, 26, 27, 28 – первый квадрат, 29, 30, 31, 32, 33 – второй, тогда **34**, **35**, **36**, **37**, **38**, **39**, **40** – третий квадрат.

Второй квадрат заполняется по правилу: нечетные числа, начиная с 5, размещаются слева направо по диагональным линиям квадрата. Поэтому в верхнем правом углу нужно разместить **23** и далее по диагональным линиям: **25**, **27**, **29** и **31**, **33**, **35** в нижнем правом углу.

Третий квадрат заполняется по правилу: каждое число верхней строки получено из предыдущего прибавлением к нему 3, второй строки – прибавлением 4, третьей – прибавлением 5, четвертой – 6. Числа первого столбца уже заполнены, тогда во второй строке нужно разместить **16** и **24**, в третьей – **31** и **36**, в четвертой – **9** и **21**.

№ 682.

Можно воспользоваться графической моделью, изобразив три числовых луча (будущее – когда «послезавтра» станет «вчера»; настоящее; прошлое – когда «вчера» было «завтра»). По ним легко определить, что между днями, которые будут на одинаковом «расстоянии» от воскресенья, пять дней. Ясно, что это воскресенье не может быть одним и тем же днем, так как 5 – нечетное число. Значит, эти воскресенья соседние.



По лучам можно установить, что «сегодня» из прошлого было 2 дня назад, а «сегодня» из будущего наступит через 3 дня. Далее методом перебора можно придавать сегодняшнему дню из прошлого все возможные значения и вычислить, прибавив 5 дней, каким днем недели будет сегодня из будущего. Далее нужно проверить, сколько дней от воскресенья или до него пройдет от «сегодня» прошлого до «сегодня» будущего.

Если «сегодня» из прошлого было понедельником (6 или 1 день до воскресенья), то «сегодня» из будущего будет субботой (1 или 6 дней). Этот случай удовлетворяет условию, значит, сегодня среда.

Если «сегодня» из прошлого было вторник (5 или 2 дня до воскресенья), то «сегодня» из будущего будет воскресеньем (0 или 7 дней). Нет.

Если «сегодня» из прошлого было средой (4 или 3 дня до воскресенья), то «сегодня» из будущего будет понедельником (1 или 6 дней). Нет.

Если «сегодня» из прошлого было четвергом (3 или 4 дня до воскресенья), то «сегодня» из будущего будет вторником (2 или 5 дней). Нет.

Если «сегодня» из прошлого было пятницей (2 или 5 дня до воскресенья), то «сегодня» из будущего будет средой (3 или 4 дней). Нет.

Если «сегодня» из прошлого было субботой (1 или 6 дней до воскресенья), то «сегодня» из будущего будет четвергом (3 или 4 дня). Нет.

Если «сегодня» из прошлого было воскресеньем (0 или 7 дней до воскресенья), то «сегодня» из будущего будет пятницей (2 или 5 дней). Нет.

Ответ: сегодня – среда.

№ 683.

Если бы каждой кошке и каждой собаке скормили по 5 галет, то всем собакам и кошкам всего дали бы 50 галет ($5 \cdot 10 = 50$). Но им скормили 56 галет, значит, 6 галет ($56 - 50 = 6$) получили собаки (каждая получила на одну больше, чем кошка). Значит, было 6 собак. Следовательно, было $10 - 6 = 4$ кошки.

Ответ: 6 собак и 4 кошки.

№ 764.

При $n = 41$ число будет составным, т. к. $41^2 + 41 + 41 = 41(41 + 2) = 41 \cdot 43$.

№ 765.

Пусть a – цифра десятков, b –единиц данного числа. Сумма, которая рассматривается в задаче, будет равна $10a + b + 10b + a = 11(a + b)$, что по условию равно 11^2. Тогда $a + b = 11$.

Ответ: подобное случится, когда отцу будет 47, 56, 65, 74, 83, 92.

№ 766.

$19^3 = 6859$.

№ 767.
Ответ: 72.

№ 798.
Ответ: 37, 41, 43, 47.

№ 799.
Пусть a – цифра сотен, b – десятков, c – единиц данного числа. Разность между трехзначным числом и суммой его цифр будет равна $100a + 10b + c - (a + b + c) = = 99a - 9b$.

№ 800.
Ответ: под деревом сидело 3 голубя, а на дереве – 5 голубей.

№ 820.
При решении задачи может быть получена следующая математическая модель:

$x + x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + 1 = 100$, где x – количество учеников.

Ответ: 36 учеников.

№ 821.
$16^2 = 256$.

№ 822.
Ответ: при $n = 11 + 13a$, где $a = 0, 1, 2$ ...

5 класс. Часть 2

№ 57.
1237 мышек.

№ 131.

123 456 789; 12 345 678 910; 1 234 567 891 011; 123 456 789 101 112 131 415.

№ 132.

$100 = an + 4$;	$90 = am + 18$
$an = 96$;	$am = 72$
$a = 96 : n$;	$a = 72 : m$

$96 : n = 72 : m$;
$4 : n = 3 : m$;
$n = 4$; $m = 3$
$100 = 4a + 4$
$a = 24$
Ответ: делили на 24.

№ 133.
Ответ: 1728 коробок.

№ 134.
Ответ: 1280 рыбин.

№ 183.
Ответ: больше Карабасов.

№ 184.
Ответ: 3 года.

№ 185.
Ответ: а) первая дробь меньше; б) первая дробь больше.

№ 242.
Обозначим диван – Д., чемодан – Ч., Саквояж – С., картину – Кар., корзину – Кор., картонку – Карт., маленькую собачонку – Соб$_1$, а собаку после перевозки – Соб$_2$.

При сдаче багажа:
Д. = Ч. + С. = Кар. +Кор. + Карт.
Кар. > Соб$_1$.
Корз. > Соб$_1$.
Карт. > Соб$_1$.
Д. > 3 Соб$_1$.

При проверке багажа после перевозки:
Соб$_2$ + С.> Д.
Соб$_2$ + Ч.> Д.
Значит, 2 Соб$_2$ + $\underbrace{\text{С. + Ч.}}$ > 2Д.

2 Соб$_2$ + Д. > 2Д.
Отсюда 2 Соб$_2$ > Д., т.е. Д. < 2Соб$_2$
Исходя из того, что Д. > 3 Соб$_1$ и Д. < 2Соб$_2$, можно доказать, что вес Соб$_2$ не равен весу Соб$_1$. Значит, претензии дамы справедливы.

№ 243.
а) $\frac{1}{2}+\frac{1}{5} > \frac{1}{3}+\frac{1}{4}$, т. к. $\frac{7}{10}>\frac{7}{12}$; б) $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}>\frac{1}{4}-\frac{1}{5}$, т. к. $\frac{1}{6}>\frac{1}{20}$.

№ 286.
Ответ: 36.

№ 287.
Пусть x чел. в классе, $x < 50$. x – натуральное число.

На Тверской живет $\frac{1}{7}x$ уч. На Петровке – $\frac{1}{3}x$ уч. На Малой Бронной – $\frac{1}{2}x$.

$$\frac{1}{7}x+\frac{1}{3}x+\frac{1}{2}x=\frac{41}{42}x$$

На Большой Дмитровке: $x-\frac{41}{42}x=\frac{1}{42}x$ (уч.)

В классе учится 42 человека, на Большой Дмитровке живет 1 человек.

№ 288.

1) $(30 + 250) : 600 = \frac{7}{15}$ (мин) — потребуется Волку;

2) $250 : 550 = \frac{5}{11}$ (мин) — потребуется Зайцу;

$\frac{7}{15} > \frac{5}{11}$.

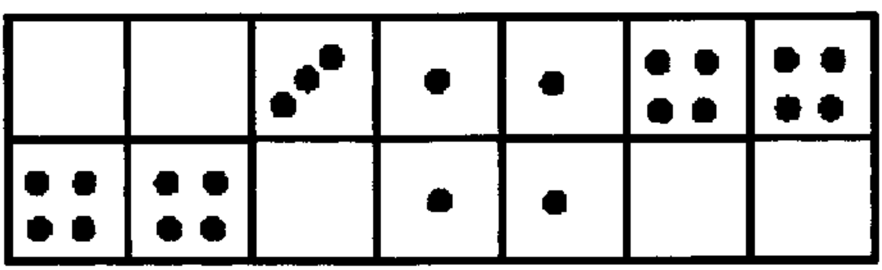
Ответ: не догонит.

№ 356.

Нельзя 77 телефонов соединить между собой проводами так, чтобы каждый был соединен ровно с пятнадцатью, т. к. для этого потребовалось бы $\frac{77 \cdot 15}{2}$ проводов, дробного числа проводов быть не может.

№ 357.

Идея проведения границ заключается в том, что в одном комплекте домино не может быть двух одинаковых костяшек.



№ 358.

1) Известно, что $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + ... + \frac{1}{8} < 2$ (1)

$$\left(\frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \frac{1}{11}\right) + \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{13} + \frac{1}{14} + \frac{1}{15} + \frac{1}{16}\right) < \frac{3}{9} + \frac{5}{12} = \frac{9}{12} < 1 \quad (2)$$

Если сложить (1) и (2) неравенство и к обеим частям получившегося неравенства прибавить по 1, то данное неравенство будет доказано.

2) Видно, что в данное неравенство как часть входит неравенство, доказанное выше. Остается доказать, что сумма дробей, начиная с $\frac{1}{17}$ и кончая $\frac{1}{64}$, меньше 2.

Заменим все слагаемые суммы дробью $\frac{1}{17}$. Ясно, что исходная сумма будет меньше, чем полученная сумма одинаковых дробей:

$$\frac{1}{17} + ... + \frac{1}{64} < \frac{1}{17} \cdot (64 - 16) = \frac{48}{17} = 2\frac{4}{5} < 3$$

Такая оценка не годится. Разобьем всю сумму на две группы слагаемых и сделаем другую замену:

$$\left(\frac{1}{17} + ... + \frac{1}{40}\right) + \left(\frac{1}{41} + ... + \frac{1}{64}\right) < \frac{1}{17} \cdot (40 - 16) + \frac{1}{41} \cdot (64 - 40) = 1{,}9 < 2.$$

№ 359.

Клетки шахматной доски часто обозначают двузначными натуральными числами от 11 для левой нижней угловой клетки до 88 для правой верхней. Сумма номеров всех 64 клеток четна (клетки, симметричные относительно центра доски, имеют номера одинаковой четности, значит, есть четное число клеток с нечетными номерами). Сумма номеров клеток, оставшихся после вырезания, остается четной. Косточка домино закрывает две соседние клетки, сумма номеров которых нечетна. Сумма номеров клеток, которые закрывают 31 косточка домино (62 : 2 = 31), нечетна, поэтому ими нельзя закрыть клетки, оставшиеся после вырезания.

№ 436.

а) $\frac{16}{17}$; $\frac{22}{23}$; б) $5\frac{1}{32}$; $6\frac{1}{64}$

№ 437.

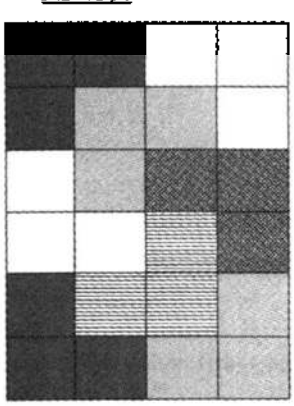
ХОД x 5 = МАТ. Все цифры в записи чисел должны быть разными, одна из них может равняться 5. Можно найти 16 решений.

127 x 5 = 635;
128 x 5 = 640;
129 x 5 = 645;
134 x 5 = 670;
137 x 5 = 685;
138 x 5 = 690;
146 x 5 = 730;
152 x 5 = 760;
164 x 5 = 820;
167 x 5 = 835;
169 x 5 = 845;
172 x 5 = 860;
173 x 5 = 865;
184 x 5 = 920;
186 x 5 = 930;
187 x 5 = 935.

№ 438.

Всего может быть семь разных остатков (включая 0) при делении на 7. Понятно, что среди 8 чисел хотя бы два имеют при делении на 7 одинаковые остатки. Разность этих чисел будет кратна 7.

№ 439.



№ 440.

Скорость мотоциклиста в 4 раза больше.

№ 441.

За 6 минут робот заканчивает один цикл: пищит, затем кивает, затем моргает, затем топает, хлопает, трещит. После чего робот заново начинает этот цикл действий. $40 = 6 \cdot \underline{6} + \underline{4}$. За 40 минут робот повторит этот цикл 6 раз и начнет седьмой: следует отсчитать четвертое действие от того, как он пищит. Через 40 минут робот хлопает.

№ 483.

	Бутылка	Стакан	Кувшин	Банка
Молоко	нет	нет	+	нет
Лимонад	+		нет	нет
Квас			нет	+
Вода	нет	+		нет

№ 484.

Каждый кусок нужно согнуть под прямым углом, создав ломаную с отрезками 8 см, 4 см и 6 см. Затем спаять каркас.

№ 552.

а) 10 001 233 330; б) 99 967 383 940.

№ 553.

Рассмотрим «худший случай», когда у всех натуральных чисел разные остатки от деления на 4, т. е. 0, 1, 2, 3. Вариантов всего четыре, а чисел по условию – пять. Значит, у двух чисел остатки от деления на 4 одинаковые, а следовательно, их разность будет делиться на четыре (остаток первого числа исчезает при вычитании второго такого же остатка).

№ 554.

Пусть весь путь x км

$$1 + \frac{1}{2}(x - 1) + \frac{1}{3}x + 1 = x$$

$x = 9$

Ответ: весь путь 9 км.

№ 555.

Ответ: картина стоит 45 000 р.

№ 556.

Ответ: $\frac{8}{15}$.

№ 607.

а) $\frac{a+1}{a} > \frac{a}{a+1}$; $\frac{a+1}{a} > \frac{a+3}{a+2}$.

№ 608.

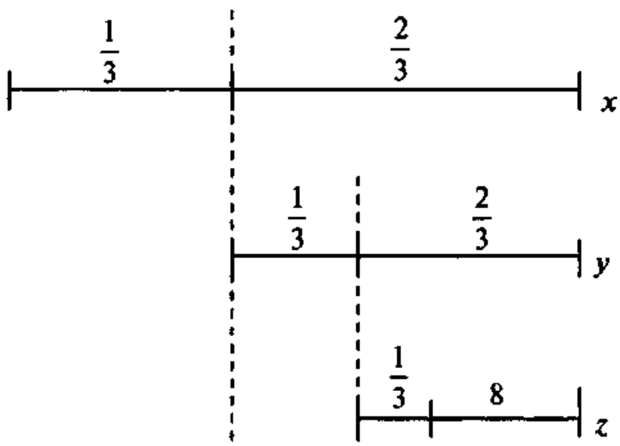
$35 = \frac{5}{7}x$

$x = 35 \cdot 7 : 5$

$x = 49$

Ответ: даме 49 лет.

№ 609.



$8 : \frac{2}{3} = 12;$

$12 : \frac{2}{3} = 18;$

$18 : \frac{2}{3} = 27.$

Ответ: 27 штук, каждый уже съел 9, 6 и 4 соответственно, второй должен съесть еще 3, третий – 5.

№ 610.

Ответ: первый заплатил 160 рублей, а второй – 100 рублей за книгу.

№ 651.

$4 \cdot 1 = 4$ (см);

$4 \cdot 2 = 8$ (см);

$7 \cdot 3 = 21$ (см);

$5 \cdot 4 = 20$ (см);

$4 + 8 + 21 + 20 = 53$ (см).

Периметр прямоугольника – четное число, сложить прямоугольник нельзя.

№ 652.

Фигуры под буквами а) и г) являются развертками прямоугольного параллелепипеда.

№ 653.

Разделили на выражение, значение которого равно 0, а делить на 0 нельзя.

№ 654.

	Слесарь	Токарь	Сварщик
Борисов	–	+	–
Иванов	+	–	–
Семенов	–	–	+

Борисов – токарь;

Иванов – слесарь;

Семенов – сварщик.

№ 724.

Для решения задачи можно воспользоваться календарем. Подобрать месяц, в котором выполняется условие: три среды попадают на четные числа. И, воспользовавшись календарем, выяснить, что второе воскресенье в данном месяце приходится на 13 число.

Другой способ, развивающий мышление детей, состоит в следующем. Методом проб и ошибок самостоятельно сконструировать месяц, в котором будет выполняться условие: три среды попадают на четные числа (это месяц, в котором среды приходятся на 2, 9, 16, 23, 30 числа). При этом нужно учитывать, что если данная среда попадает на четное число, то следующая за ней среда попадет на нечетное. В полученном таким способом месяце второе воскресенье приходится на 13 число.

№ 725.

Основная идея решения задачи состоит в том, чтобы соотнести «рыбный» пай и пай, выраженный в рублях (обратим внимание на иллюстрацию к задаче).

Рассмотрим один из вариантов решения задачи.

1) $4 + 6 = 10$ (рыб) – всего ушло на уху.

Если третий рыбак внес 200 рублей, а пай всех трех рыбаков должен быть одинаковым, значит, «рыбный» пай первых двух рыбаков должен выражаться в рублях такой же суммой денег:

2) $200 \cdot 3 = 600$ (руб.) – стоимость всей ухи;

3) $600 : 10 = 60$(руб.) – стоит одна рыба;

4) $60 \cdot 4 = 240$ (руб.) – стоимость рыбы, которую вложил первый рыбак;

5) $240 - 200 = 40$ (руб.) – нужно возместить первому рыбаку за рыбу, которой он поделился с третьим;

6) $60 \cdot 6 = 360$ (руб.) – стоимость рыбы, которую вложил второй рыбак;

7) $360 - 200 = 160$ (руб.) – нужно возместить второму рыбаку за рыбу, которой он поделился с третьим.

Ответ: первому рыбаку полагается 40 рублей, а второму – 160 рублей.

№ 743.

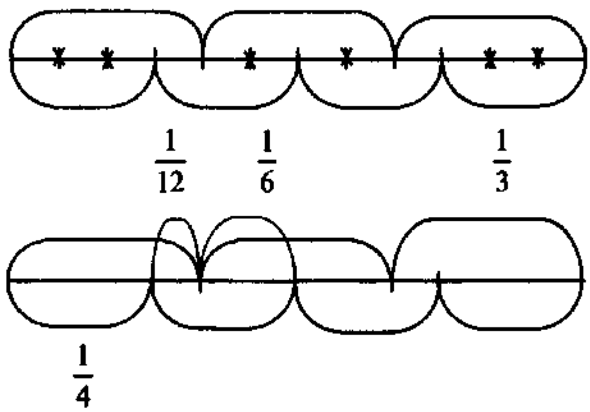
$m = 4 \cdot 11...1$; $n = 3 \cdot 11...1$

а) m не может быть делителем числа n, т. к. произведение $3 \cdot 11...1$ в любом случае не делится на 4 (множитель 11...1 две последние цифры образуют число 11, которое не делится на 4);

б) n может быть делителем числа m, например, $m = 444444$; $n = 33$, т.к. 111111 делится и на 3, и на 11.

№ 744.

Для решения задачи можно воспользоваться графической моделью – отрезком в 12 клеток.



По данной модели можно выяснить, как получить $\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{4}$ из более мелких частей. Затем можно увидеть, какие из разрезов можно не делать. После чего решение задачи оформляется следующим образом:

$$1=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{12}=\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{12}\right)+\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\right)+\left(\frac{1}{12}+\frac{1}{4}\right)=\frac{1}{4}+\left(\frac{1}{12}+\frac{1}{6}\right)+\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{12}\right)+\frac{1}{4}$$

Ответ: шесть кусков – 2 четвертых части рулета, 2 шестых части рулета и 2 двенадцатых.

№ 783.

Ответ: 4 брата и 3 сестры.

№ 784.

Можно рассуждать следующим образом. Получить единицу в результате выполнения арифметических действий можно следующими способами: вычитанием из натурального числа его предыдущего, сложением 1 и 0, умножением 1 на 1, делением двух равных чисел. Перебирая возможные варианты арифметических действий, нужно стремиться получить в результате единицу одним из вышеуказанных способов.

Ответ:

$(1+2) : 3 = 1;$

$12 : (3 \cdot 4) = 1;$

$(12 - (3 + 4)) : 5 = 1;$

$1 \cdot 2 - (3 \cdot 4 - 5 - 6) = 1;$

$(12 : 3 + 4) : (56 : 7) = 1;$

$(12 - 3 \cdot 4) + 56 : (7 \cdot 8) = 1;$

$(1 \cdot 2 + 3 + 4) : (56 : 7 - 8 + 9) = 1.$

№ 822.

Необходимо взвесить по три монеты на каждой чаше. Если весы окажутся в равновесии, то седьмая монета будет фальшивой. Иначе необходимо еще раз взвесить пару монет из той тройки, которая легче. Опять же, если весы окажутся в равновесии, то третья монета будет фальшивой.

№ 823.

Т.к. правила действий с десятичными дробями на момент решения задачи еще не известны, необходимо дробь 15,5 перевести в обыкновенную.

По условию задачи можно составить следующие равенства:
Б + 20В = 3Б;

$19Б + Н + 15\frac{1}{2}$ В = 20Б + 8В.

Преобразуем эти равенства, используя правило «весов».
10В = Б;

$Н + 7\frac{1}{2}$ В = Б.

Приравняем левые части данных равенств: $10В = Н + 7\frac{1}{2}$ В.

Опять применим правило «весов»: $2\frac{1}{2}$ В = Н.

Отсюда, применяя правило «весов», можно получить: В = $\frac{2}{5}$ Н. Подставим найденное значение В в равенство 10В = Б, имеем Б = 4Н.

Ответ: историки могут определить, что в бочке содержится 4 насадки.

№ 907.

0,01 + 0,02 + 0,03 + ... + 0,98 + 0,99 = (0,01 + 0,99) + (0,02 + 0,98) + ...+ (0, 49 + + 0,51) + 0,5 = 49,5.

№ 908.

а) Разница между соседними числами увеличивается на 0,1 по сравнению с предыдущей парой. Следующим числом в ряду будет 1,2 **+ 0,5** = 1,7. За ним – 1,7 **+ 0,6** = 2,3.

б) Данная последовательность состоит из двух чередующихся. В первой последовательности – 3,7; 4,1; 4,5; 4,9... – числа увеличиваются на 0,4; во второй – 3,5; 3,1; 2,7...– числа уменьшаются на 0,4. Продолжают этот ряд числа 2,3; 5,3...

№ 909.

Данным условиям удовлетворяет только число 72. Для решения необходимо воспользоваться понятием разложения на простые множители и понятием степени.

№ 910.

Заполняя таблицу по условию задачи, получим, что машинка лежит в желтой коробке, бегемот – в синей, кукла – в зеленой, сумка – в красной.

№ 911.

Даже с учетом високосного года существует всего 366 различных дат для дней рождения. В саду 367 детей, что на 1 меньше 366. Следовательно, хотя бы у одного из детей день рождения совпадет с днем рождения другого ребенка.

№ 912.

Все ребята допустили не больше 10 ошибок в работе. Существует всего 11 вариантов допуска ошибок (не допустил ошибок, допустил одну, допустил две ошибки и т. д.). Если каждый из вариантов допущенных ошибок имеют по три ученика, то их уже 33. А 34- й ученик по числу ошибок попадает в какую-нибудь тройку.

№ 952.

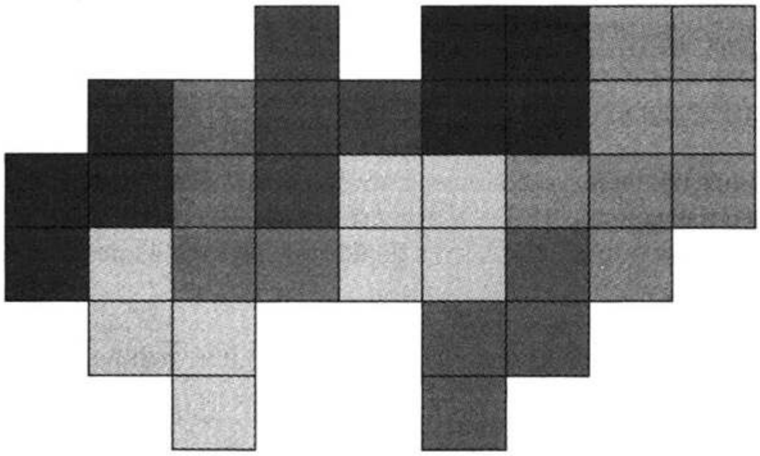
а) Переставив одну спичку из знаменателя дроби в числитель, получим $\frac{2}{6}$ римской записью; сократив полученную дробь, получим искомую.

б) 37 = 333 : (3 · 3).

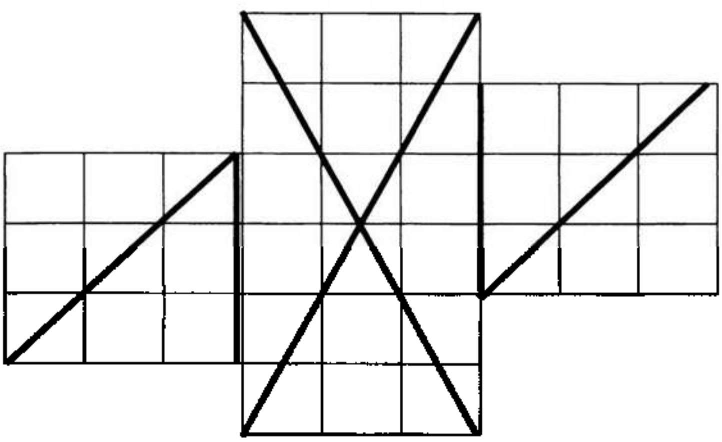
№ 953.
$7926{,}5 + 7926{,}5 = 15853$;
$9456{,}5 + 9456{,}5 = 18913$.

№ 954.

A



B



№ 1033.

Составим по условию задачи три равенства: О + В = 11; В + П = 15; О + П= 14. Можно сложить эти равенства, тогда имеем 2 (О + В + П) = 40. Отсюда О + В + + П = 20. Подставляя в данное равенство значение суммы из первоначальных трех равенств, получим П = 9, О = 5, В = 6.

№ 1034.

1) Оканчивается на ноль.
2) Оканчивается на 3; можно записать как 3^{33}.
3) Запятую, чтобы получить десятичную дробь 4,5.

№ 1035.

Когда Петя возвращается домой за ручкой, он тратит дополнительно 10 минут (3 + 7). Двигается он с той же скоростью. Вся дорога у него занимает 20 минут (по условию). Значит, за эти 10 минут он проходит половину всего пути, но эта дополнительная половина складывается из двух равных частей (вернулся к дому и пошел обратно). Значит, он дважды прошел четверть пути.

Ответ: вспомнил о ручке, пройдя четверть пути.

№ 1036.

Основная идея решения состоит в том, чтобы понять, как изменится число после приписывания к нему цифры 2. После чего составить уравнение $(x + 200\,000) \cdot 3 = 10x + 2$ и решить его методом «весов» не составит труда.

Ответ: 85 714.

№ 1037.

Рассмотрим случай, когда Коля не проигрывал. Тогда его партнеры поочередно менялись – Петя, Ваня, Петя, Ваня и т. д. Каждый из партнеров Коли сыграл либо 12 (25 : 2 = 12,5), либо 13 партий. В условии сказано, что Ваня сыграл 12 партий, тогда Петя сыграл 13 партий. Это возможно, если начинали Коля с Петей.

1) К – П
2) К – В
...
23) К – П
24) К – В
25) К – П

Если Коля проиграет хотя бы одну из игр, то состоится еще одна игра с участием Вани (партия Петя – Ваня). Партий будет 26. А это невозможно, т. к. в этом случае Ваня сыграет более 12 партий.

Ответ: Коля не отдыхал.

№ 1122 – 1125.

Эти задачи можно решать известным пятиклассникам методом математического моделирования. В качестве модели можно получить одно уравнение или два уравнения с двумя переменными.

№ 1122.

При решении нужно помнить, что у кролика 4 ноги, а у фазана только 2.

Ответ: 12 кроликов, 23 фазана.

№ 1123.

120 гривен = 120 · 10 коп. = 1200 : 3 алт. = 400 алт.

Ответ: 80 женска и 40 мужеска полу было.

№ 1124.

x – первоначальные скорости Вани и Пети. За первые 5 минут расстояние между ними стало $10x$. Пусть Вася увеличил свою скорость в k раз. Тогда за 5 минут со скоростью сближения $kx - x$ было преодолено расстояние в $10x$ (он догнал Петю).

$10x = 5\,(kx - x)$

$2 = k - 1$

$k = 3$

Ответ: в 3 раза.

№ 1125.

Ответ: 63 аршина синего сукна и 75 аршин черного.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Технология деятельностного метода

Технология деятельностного метода (ТДМ) описывает последовательность деятельностных шагов, которые должны быть реализованы в процессе обучения для включения учащегося в учебную деятельность. Принципиальным отличием технологии деятельностного метода от традиционного демонстрационно-наглядного метода обучения является, во-первых, то, что предложенная структура описывает деятельность не учителя, а учащихся, а во-вторых, она переводит ученика в позицию субъекта учебной деятельности, в ходе которой на любом предметном содержании учебных дисциплин ученик получает возможность на каждом уроке выполнять весь спектр личностных, регулятивных, познавательных и коммуникативных учебных действий, предусмотренных Федеральным государственным образовательным стандартом.

ТДМ может использоваться учителем в образовательном процессе на разных уровнях в зависимости от предметного содержания урока, поставленных дидактических задач и уровня освоения учителем метода рефлексивной самоорганизации: базовом, технологическом и системно-технологическом уровнях.

Базовый уровень ТДМ при введении нового знания включает в себя следующие шаги:

1) Организационный момент.
2) Актуализация знаний.
3) Проблемное объяснение нового знания.
4) Первичное закрепление во внешней речи.
5) Самостоятельная работа с самопроверкой.
6) Включение нового знания в систему знаний и повторение.
7) Итог урока.

На этапе *организационного момента* определяются цели и содержательные рамки урока, организуется осознанное вхождение учащихся в пространство учебной деятельности на уроке с помощью мотивирующих приемов.

Цель этапа *актуализации знаний* – подготовка мышления детей к изучению нового материала, воспроизведение учебного содержания, необходимого и достаточного для восприятия нового, и указание ситуации, демонстрирующей недостаточность имеющихся знаний.

На этапе *проблемного объяснения* нового знания внимание детей обращается на отличительное свойство задания, вызвавшего затруднение, формулируются цель и тема урока, организуется подводящий диалог, направленный на построение и осмысление нового знания, которое фиксируется вербально, знаково и с помощью схем.

На этапе *первичного закрепления во внешней речи* изученное содержание закрепляется и проводится через внешнюю речь.

На этапе *самостоятельной работы с самопроверкой* организуется самоконтроль усвоения нового учебного содержания, при этом одновременно новый способ действия переводится во внутренний план.

Цель этапа *включения нового знания в систему знаний и повторения* – определение границ применимости нового знания, тренировка навыков его использования совместно с ранее изученным материалом и повторение содержания, которое потребуется на следующих уроках.

На этапе *подведения итогов урока* фиксируется изученное на уроке новое знание, уточняется его значимость, организуется самооценка учебной деятельности и намечаются дальнейшие цели деятельности.

Структура урока базового уровня выделяет из общей структуры рефлексивной самоорганизации ту ее часть, которая представляет собой целостный элемент, обеспечивающий усвоение учащимися накопленного в культуре опыта. Таким образом, не вступая в противоречие с целостной структурой деятельностного метода обучения, она систематизирует инновационный опыт российской школы об активизации деятельности детей в процессе трансляции системы знаний. Поэтому базовый уровень ТДМ используется также как ступень перехода учителя от традиционного объяснительно-иллюстративного метода или метода проблемного объяснения знаний к деятельностному методу.

На **технологическом уровне** при введении нового знания учитель начинает переходить к использованию следующей структуры урока:

1. *Мотивация (самоопределение) к учебной деятельности.*

Данный этап процесса обучения предполагает осознанный переход обучающегося из жизнедеятельности в пространство учебной деятельности.

С этой целью на данном этапе организуется мотивирование ученика к учебной деятельности на уроке, а именно:

1) создаются условия для возникновения у него внутренней потребности включения в учебную деятельность («хочу»);

2) актуализируются требования к нему со стороны учебной деятельности («надо»);

3) устанавливаются тематические рамки («могу»).

В развитом варианте здесь происходят процессы адекватного самоопределения в учебной деятельности, предполагающие сопоставление учеником своего реального «Я» с образом «Я – идеальный ученик», осознанное подчинение себя системе нормативных требований учебной деятельности и выработку внутренней готовности к их реализации (субъектный и личностный уровни).

2. *Актуализация и фиксирование индивидуального затруднения в пробном действии.*

На данном этапе организуется подготовка и мотивация учащихся к надлежащему самостоятельному выполнению пробного учебного действия, его осуществление и фиксация индивидуального затруднения.

Соответственно, данный этап предполагает:

1) актуализацию изученных способов действий, достаточных для построения нового знания, и их обобщение и знаковую фиксацию;

2) актуализацию соответствующих мыслительных операций и познавательных процессов;

3) мотивирование учащихся к пробному учебному действию («надо» – «могу» – «хочу») и его самостоятельное осуществление;

4) фиксацию учащимися индивидуальных затруднений в выполнении ими пробного учебного действия или его обосновании.

Завершение этапа связано с организацией выхода учащихся в рефлексию пробного действия.

3. *Выявление места и причины затруднения.*

На данном этапе учащиеся выявляют место и причину затруднения. С этой целью надо:

1) восстановить выполненные операции и зафиксировать (вербально и знаково) *место* – шаг, операцию, где возникло затруднение;

2) соотнести свои действия с используемым способом действий (алгоритмом, понятием и т. д.) и на этой основе выявить и зафиксировать во внешней речи *причину* затруднения – те конкретные знания, умения или способности, которых недостает для решения исходной задачи и задач такого класса или типа вообще.

4. *Построение проекта выхода из затруднения (цель и тема, способ, план, средство).*

На данном этапе учащиеся в коммуникативной форме обдумывают *проект* будущих учебных действий: ставят *цель* (целью всегда является устранение возникшего затруднения), согласовывают *тему* урока, выбирают *способ* (дополнение или уточнение), строят *план* достижения цели и определяют *средства* – алгоритмы, модели, учебник и т. д. Этим процессом руководит учитель: на первых порах с помощью подводящего диалога, затем – побуждающего, а затем и с помощью исследовательских методов.

5. *Реализация построенного проекта.*

На данном этапе осуществляется реализация построенного проекта: обсуждаются различные варианты, предложенные учащимися, и выбирается оптимальный вариант, который фиксируется в языке вербально и знаково. Построенный способ действий используется для решения исходной задачи, вызвавшей затруднение. В завершение уточняется общий характер нового знания и фиксируется преодоление возникшего ранее затруднения.

6. *Первичное закрепление с проговариванием во внешней речи.*

На данном этапе учащиеся в форме коммуникативного взаимодействия (фронтально, в группах, в парах) решают типовые задания на новый способ действий с проговариванием алгоритма решения вслух.

7. *Самостоятельная работа с самопроверкой по эталону.*

При проведении данного этапа используется индивидуальная форма работы: учащиеся самостоятельно выполняют задания нового типа и осуществляют их самопроверку, пошагово сравнивая с эталоном. В завершение организуется исполнительская рефлексия хода реализации построенного проекта учебных действий и контрольных процедур.

Эмоциональная направленность этапа состоит в организации для каждого (по возможности) ученика ситуации успеха, мотивирующей его к включению в дальнейшую познавательную деятельность.

8. *Включение в систему знаний и повторение.*

На данном этапе выявляются границы применимости нового знания и выполняются задания, в которых новый способ действий предусматривается как промежуточный шаг.

Организуя этот этап, учитель подбирает задания, в которых тренируется использование изученного ранее материала, имеющего методическую ценность для введения в последующем новых способов действий. Таким образом, происходит, с одной стороны, автоматизация умственных действий по изученным нормам, а с другой – подготовка к введению в будущем новых норм.

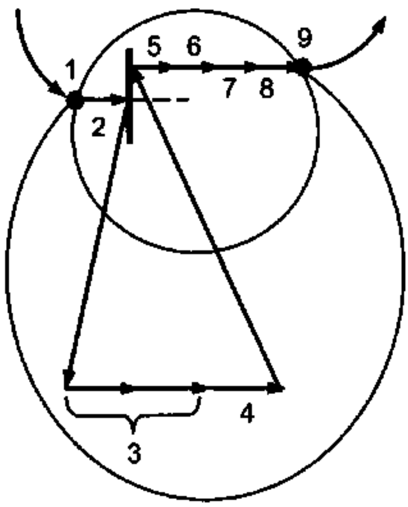
9. *Рефлексия учебной деятельности на уроке (итог урока).*

На данном этапе фиксируется новое содержание, изученное на уроке, и организуется рефлексия и самооценка учениками собственной учебной деятельности. В завершение соотносятся ее цель и результаты, фиксируется степень их соответствия и намечаются дальнейшие цели деятельности.

Данная структура урока графически может быть изображена с помощью схемы (рис. 1), помогающей учителю соотнести между собой этапы учебной деятельности. Эта схема представляет собой опорный сигнал, который в адаптированном виде представляет методологическую схему, описывающую структуру учебной деятельности[8].

---

[8] Л. Г. Петерсон, Ю. В. Агапов, М. А. Кубышева, В. А. Петерсон. Система и структура учебной деятельности в контексте современной методологии. – М.: УМЦ «Школа 2000...», 2006.



1) Мотивация (самоопределение) к учебной деятельности.
2) Актуализация и фиксирование индивидуального затруднения в пробном действии.
3) Выявление места и причины затруднения.
4) Построение проекта выхода из затруднения.
5) Реализация построенного проекта.
6) Первичное закрепление с проговариванием во внешней речи.
7) Самостоятельная работа с самопроверкой по эталону.
8) Включение в систему знаний и повторение.
9) Рефлексия учебной деятельности.

Рис. 1

Приведенная структура урока, сохраняя общие закономерности включения в учебную деятельность, может видоизменяться в зависимости от возрастного этапа обучения и типа урока.

Технологический уровень реализации ТДМ предполагает включение в практику работы эталонов и создает условия для целенаправленного формирования универсальных учебных действий, в том числе и умения учиться. Однако поскольку освоение деятельностного метода — это достаточно длительный процесс, то на первых порах учитель работает в поисковом режиме. Поэтому технологический уровень является переходным этапом к **системно-технологическому уровню**, когда деятельностный метод реализуется учителем системно в его полноте.

Как уже отмечалось, принципиальным отличием технологии деятельностного метода от традиционного демонстрационно-наглядного метода обучения является то, что технология обеспечивает включение учащегося в учебную деятельность, в ходе которой он имеет возможность системно выполнять весь комплекс универсальных учебных действий, определенных ФГОС ОО, как на уроке, так и во внеурочной деятельности. Их примеры по этапам ТДМ приведены в следующей таблице[9].

[9] Условные обозначения:
Л – личностные УУД; *Р* – регулятивные УУД; *П* – познавательные УУД; *К* – коммуникативные УУД.

	Этапы урока в ТДМ	Тренируемые УУД
1	Мотивация (самоопределение) к учебной деятельности	– познавательная мотивация / самоопределение (*Л*); – смыслообразование (*Л*); – целеполагание (*Р*); – планирование учебного сотрудничества с учителем и сверстниками (*К*)
2	Актуализация и фиксирование индивидуального затруднения в пробном действии	– анализ, синтез, сравнение, обобщение, аналогия, классификация (*П*); – извлечение необходимой информации из текстов (*П*); – использование знаково-символических средств (*П*); – осознанное построение речевого высказывания (*П*); – подведение под понятие (*П*); – выполнение пробного учебного действия (*Р*); – фиксирование затруднения в пробном действии (*Р*); – волевая саморегуляция в ситуации затруднения (*Р*); – выражение своих мыслей с достаточной полнотой и точностью (*К*); – аргументация своего мнения и позиции в коммуникации (*К*); – учет разных мнений (*К*); – использование критериев для обоснования своего суждения (*К*)
3	Выявление места и причины затруднения	– анализ, синтез, сравнение, обобщение, аналогия, классификация (*П*); – подведение под понятие (*П*); – определение основной и второстепенной информации (*П*); – осознанное построение речевого высказывания (*П*); – структурирование знаний (*П*); – постановка и формулирование проблемы (*Р*); – волевая саморегуляция в ситуации затруднения (*Р*); – выражение своих мыслей с достаточной полнотой и точностью (*К*); – аргументация своего мнения и позиции в коммуникации (*К*); – учет разных мнений, координирование в сотрудничестве разных позиций (*К*); – разрешение конфликтов (*К*)
4	Построение проекта выхода из затруднения	– самоопределение (*Л*); – смыслообразование (*Л*); – анализ, синтез, сравнение, обобщение, аналогия (*П*); – самостоятельное выделение и формулирование познавательной цели (*Р*); – поиск и выделение необходимой информации (*П*); – выбор наиболее эффективных способов решения задач (*П*);

		– планирование, прогнозирование (*Р*); – структурирование знаний (*П*); – осознанное построение речевого высказывания (*П*); – волевая саморегуляция в ситуации затруднения (*Р*); – выражение своих мыслей с достаточной полнотой и точностью (*К*); – аргументация своего мнения и позиции в коммуникации (*К*); – учет разных мнений (*К*); – использование критериев для обоснования своего суждения (*К*). – планирование учебного сотрудничества с учителем и сверстниками (*К*); – разрешение конфликтов (*К*)
5	Реализация построенного проекта	– смыслообразование (*Л*); – анализ, синтез, сравнение, обобщение, аналогия, классификация (*П*); – волевая саморегуляция (*Р*); – познавательная инициатива (*Р*); – выдвижение гипотез и их обоснование (*Р*); – самостоятельное создание способов решения проблем творческого и поискового характера на основе метода рефлексивной самоорганизации (*Р*); – поиск необходимой информации (*П*); – использование знаково-символических средств (*П*); – моделирование и преобразование моделей разных типов (предметы, схемы, знаки и т.д.) (*П*); – установление причинно-следственных связей (*П*); – осознанное построение речевого высказывания (*П*); – построение логической цепи рассуждений (*П*); – доказательство (*П*); – нравственно-этическое оценивание усваиваемого содержания (*Л*); – осознание ответственности за общее дело (*Л*); – следование в поведении моральным нормам и этическим требованиям (*Л*); – выражение своих мыслей с достаточной полнотой и точностью (*К*); – адекватное использование речевых средств для решения коммуникационных задач (*К*); – формулирование и аргументация своего мнения и позиции в коммуникации (*К*); – учет разных мнений, координирование в сотрудничестве разных позиций (*К*); – использование критериев для обоснования своего суждения (*К*); – достижение договоренностей и согласование общего решения (*К*); – разрешение конфликтов (*К*)

6	Первичное закрепление с проговариванием во внешней речи	– анализ, синтез, сравнение, обобщение, аналогия, классификация (*П*); – извлечение из математических текстов необходимой информации (*П*); – моделирование и преобразование моделей разных типов (*П*); – использование знаково-символических средств (*П*); – подведение под понятие (*П*); – установление причинно-следственных связей (*П*); – выполнение действий по алгоритму (*П*); – осознанное построение речевого высказывания (*П*); – построение логической цепи рассуждений (*П*); – доказательство (*П*); – выражение своих мыслей с достаточной полнотой и точностью (*К*); – адекватное использование речевых средств для решения коммуникационных задач (*К*); – формулирование и аргументация своего мнения в коммуникации (*К*); – учет разных мнений, координирование в сотрудничестве разных позиций (*К*); – использование критериев для обоснования своего суждения (*К*); – достижение договоренностей и согласование общего решения (*К*); – осознание ответственности за общее дело (*Л*); – следование в поведении моральным нормам и этическим требованиям (*Л*)
7	Самостоятельная работа с самопроверкой по эталону	– анализ, синтез, сравнение, обобщение, аналогия, классификация (*П*); – извлечение из математических текстов необходимой информации (*П*); – использование знаково-символических средств (*П*); – подведение под понятие (*П*); – выполнение действий по алгоритму (*П*); – осознанное построение речевого высказывания (*П*); – доказательство (*П*); – контроль (*Р*); – коррекция (*Р*); – оценка (*Р*); – волевая саморегуляция в ситуации затруднения (*Р*); – осознанное построение речевого высказывания (*П*); – выражение своих мыслей с достаточной полнотой и точностью (*К*); – использование критериев для обоснования своего суждения (*К*)

8	Включение в систему знаний и повторение	– нравственно-этическое оценивание усваиваемого содержания (*Л*); – анализ, синтез, сравнение, обобщение, аналогия, классификация (*П*); – понимание текстов, извлечение необходимой информации (*П*); – подведение под понятие (*П*); – моделирование, преобразование модели (*П*); – использование знаково-символических средств (*П*); – установление причинно-следственных связей(*П*); – выведение следствий (*П*); – самостоятельное создание алгоритмов деятельности (*П*); – выполнение действий по алгоритму (*П*); – построение логической цепи рассуждений (*П*); – доказательство (*П*); – осознанное построенне речевого высказывания (*П*); – контроль, коррекция, оценка (*Р*); – выражение своих мыслей с достаточной полнотой и точностью (*К*); – формулирование и аргументация своего мнения в коммуникации (*К*); – учет разных мнений, координирование в сотрудничестве разных позиций (*К*); – использование критериев для обоснования своего суждения (*К*); – достижение договоренностей и согласование общего решения (*К*); – постановка вопросов (*К*); – адекватное использование речевых средств для решения коммуникационных задач (*К*); – управление поведением партнера (*К*); – осознание ответственности за общее дело (*Л*); – следование в поведении моральным и этическим нормам (*Л*)
9	Рефлексия учебной деятельности	– рефлексия способов и условий действия (*Р*); – контроль и оценка процесса и результатов деятельности (*Р*); – самооценка на основе критерия успешности (*Л*); – адекватное понимание причин успеха / неуспеха в учебной деятельности (*Л*); – выражение своих мыслей с достаточной полнотой и точностью (*К*); – формулирование и аргументация своего мнения, учет разных мнений (*К*); – использование критериев для обоснования своего суждения (*К*); – планирование учебного сотрудничества (*К*); – следование в поведении моральным нормам и этическим требованиям (*Л*)

Методические и содержательные аспекты курса математики «Учусь учиться» разрабатывались исходя из требований, которые накладывает на организацию единого учебно-воспитательного и здоровьесберегающего процесса деятельностный метод обучения с позиций организации достижения средствами учебного предмета математики личностных, метапредметных и предметных результатов образования, определенных ФГОС.

Итак, технология организации образовательного процесса и методический аппарат учебников создают условия для системного выполнения учащимися всего комплекса универсальных учебных действий (личностных, регулятивных, познавательных, коммуникативных), определенных Федеральным государственным образовательным стандартом основного общего образования на всех уроках по курсу математики «Учусь учиться» для 5–6 классов.

Отметим, что предложенная технология носит интегративный характер: в ней синтезированы не конфликтующие между собой идеи из концепций развивающего образования ведущих российских педагогов и психологов с позиций преемственности с традиционной школой. Действительно, при реализации шагов 1, 2, 5–9 выполняются требования традиционной школы к организации передачи учащимся знаний, умений и навыков; шаги 2–8 обеспечивают системное прохождение детьми всех этапов, выделенных П. Я. Гальпериным как необходимые для глубокого и прочного усвоения знаний; завершение 2-го шага связано с созданием затруднения в деятельности («коллизии»), являющегося, по мнению Л. В. Занкова, необходимым условием реализации задач развивающего обучения. На этапах 2–5, 7, 9 обеспечиваются требования к организации учебной деятельности учащихся, разработанные В. В. Давыдовым. Таким образом, методологическая версия теории деятельности позволила построить последовательность деятельностных шагов, которая может использоваться в современной сфере образования в качестве синтезирующего предиката.

Система дидактических принципов

Важным ресурсом достижения учащимися личностных, метапредметных и предметных результатов образования в курсе математики «Учусь учиться» для 5–6 классов является **создание информационно-образовательной среды,** адекватной деятельностному методу организации образовательного процесса.

Исходя из условий воспроизводимости базового процесса в системе деятельности «учитель – ученик» реализация технологии деятельностного метода обучения в практическом преподавании обеспечивается следующей системой **дидактических принципов**:

1) *Принцип деятельности* – заключается в том, что ученик, получая знания не в готовом виде, а добывая их сам, осознает при этом содержание и формы своей учебной деятельности, понимает и принимает систему ее норм, активно участвует в их совершенствовании, что способствует активному успешному формированию его общекультурных и деятельностных способностей, общеучебных умений.

2) *Принцип непрерывности* – означает преемственность между всеми ступенями и этапами обучения на уровне технологии, содержания и методик с учетом возрастных психологических особенностей развития детей.

3) *Принцип целостности* – предполагает формирование у учащихся обобщенного системного представления о мире (природе, обществе, самом себе, социокультурном мире и мире деятельности, о роли и месте каждой науки в системе наук, а также роли ИКТ).

4) *Принцип минимакса* – заключается в следующем: школа должна предложить ученику возможность освоения содержания образования на максимальном для него уровне (определяемом зоной ближайшего развития возрастной группы) и обеспечить при этом его усвоение на уровне социально безопасного минимума (Федерального государственного образовательного стандарта).

5) *Принцип психологической комфортности* – предполагает снятие всех стрессообразующих факторов учебного процесса, создание в школе и на уроках доброжелательной атмосферы, ориентированной на реализацию идей педагогики сотрудничества, развитие диалоговых форм общения.

6) *Принцип вариативности* – предполагает формирование у учащихся способностей к систематическому перебору вариантов и адекватному принятию решений в ситуациях выбора.

7) *Принцип творчества* – означает максимальную ориентацию на творческое начало в образовательном процессе, создание условий для приобретения учащимся собственного опыта творческой деятельности.

Данная система дидактических принципов обеспечивает здоровьесберегающий учебный процесс и сохраняет свое значение также в системе воспитательной работы. Она **синтезирует** не конфликтующие между собой идеи из современных концепций образования (П. Я. Гальперина, Л. В. Занкова, В. В. Давыдова и др.) с позиций преемственности с традиционной школой.

При реализации базового уровня ТДМ принцип деятельности заменяется принципом активности. Принцип активности предполагает активизацию деятельности учащихся в процессе объяснения нового знания (проблемное объяснение).

Фактором риска работы по программе является неверное понимание дидактических принципов образовательной системы «Школа 2000...». Так, в соответствии с принципом минимакса, учащимся предлагается содержание образования на «максимальном» уровне, определяемом зоной ближайшего развития возрастной группы. Поэтому система заданий учебника – это возможность для каждого ученика раскрыть и реализовать свой потенциал, но не обязательное требование. Созданная в классе доброжелательная атмосфера, в которой организуется поиск решения заданий достаточно высокого, творческого уровня (принцип творчества), уважительное отношение и вера в силы каждого ребенка, ожидание и поддержка учителем и классом любого его успеха относительно себя (принцип психологической комфортности) формируют мотивацию к достижению своего индивидуального максимума, обеспечивая при этом усвоение содержания образования на уровне социально безопасного минимума (Федерального государственного образовательного стандарта).

Типология уроков

Для того чтобы обеспечить прохождение учеником всех этапов построения системы знаний, умений и способностей, в дидактической системе «Школа 2000...» выделены следующие **типы уроков**:

• уроки *открытия нового знания*, где учащиеся изучают новые знания и знакомятся с новыми способами действий, а также получают первичные представления об их применении;

• уроки *рефлексии*, где учащиеся закрепляют свое умение применять новые способы действий в нестандартных условиях, учатся самостоятельно выявлять и исправлять свои ошибки, корректировать свою учебную деятельность;

• уроки *обучающего контроля*, на которых учащиеся учатся контролировать результаты своей учебной деятельности;

• уроки *систематизации знаний*, предполагающие структурирование и систематизацию знаний по курсу математики.

Все уроки строятся на основе метода рефлексивной самоорганизации, поэтому в ходе их учащиеся также имеют возможность выполнять весь комплекс универсальных учебных действий, но на каждом из этих уроков делаются разные акценты. Так, если на уроках открытия нового знания основное внимание уделяется проектированию новых способов действий в проблемных ситуациях, то на уроках рефлексии – формированию умения применять изученные способы действий, корректировать свои действия и самостоятельно создавать алгоритмы деятельности в задачных ситуациях. На уроках обучающего контроля отрабатываются действия контроля, коррекции и оценки, а на уроках систематизации знаний формируется способность к структурированию знаний.

Достижение личностных, метапредметных и предметных результатов освоения основной образовательной программы ФГОС ООО

Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования устанавливает требования к личностным, метапредметным и предметным результатам образования.

Достижение личностных результатов ООП основного общего образования

1. Воспитание российской гражданской идентичности: патриотизма, усвоение основ культурного наследия народов России и человечества, гуманистических и демократических ценностных ориентаций, воспитание чувства ответственности.

С этой целью тексты заданий в учебниках погружают ученика в мир российской действительности (имена персонажей текстовых задач, описанные в них ситуации и т.д.), несут в себе гуманистический потенциал созидания, добра, справедливости.

В разнообразных заданиях вычислительного и исследовательского характера учащиеся одновременно с освоением знаний по математике знакомятся с происхождением математического знания, со старинными задачами, с великими российскими и зарубежными деятелями науки и культуры. Эти задания могут стать поводом для разворачивания внеурочной проектной работы учащихся, направленной на их более глубокое знакомство с основами культурного наследия народов России и человечества.

Для реализации данных проектов можно организовать самостоятельную работу учащихся с информацией: они могут пользоваться справочной и художественной литературой, энциклопедиями, электронными образовательными ресурсами. Таким образом, у учащихся развивается интерес к истории познания, достижениям российской математической школы, воспитывается чувство гордости за свою страну.

Использование технологии и системы дидактических принципов деятельностного метода обучения в ходе образовательного процесса по курсу математики «Учусь учиться» для 5–6 классов формирует у учащихся демократические ценностные ориентации и адекватные им личностные качества: понимание возможности разных точек зрения, способность к их согласованию на основе выработанных критериев, умение точно выражать свои мысли, аргументировать свою позицию, следовать согласованным правилам и др.

2. Формирование ответственного отношения к учению, готовности и способности обучающихся к саморазвитию и самообразованию на основе мотивации к обучению и познанию, а также на основе формирования уважительного отношения к труду, развития опыта участия в социально значимом труде.

Для развития у учащихся ответственного отношения к учению, готовности и способности к саморазвитию и самообразованию на основе мотивации к обучению и познанию в курсе математики «Учусь учиться» для 5–6 классов используется методологически обоснованный механизм «надо» — «хочу» — «могу».

Прежде всего, применение технологии деятельностного метода обучения последовательно и поэтапно формирует у ученика понимание нормы учения (то есть того, «что *мне надо* делать» как ученику). С этой целью в курсе математики «Учусь учиться» используется норма учебной деятельности, построенная в общей теории деятельности (Г. П. Щедровицкий, О. С. Анисимов и др.) и адаптированная к образовательному процессу для учащихся 5–6 классов.

Одновременно для формирования у учащихся внутренней потребности включения в учебную деятельность («я это *хочу*») в классе создается психологически комфортная образовательная среда, где ученик не боится высказать свое мнение, где его трудолюбие, старание, ответственное отношение к делу встречают доброжелательную поддержку, где он приобретает позитивный опыт переживания ситуации успеха, а с другой стороны — обеспечивается возможность его развития в собственном темпе на уровне своего возможного максимума («я это *могу*»).

Технологически это обеспечивается реализацией в учебном процессе по математике деятельностного метода обучения и соответствующей системы дидактических принципов (принципов психологической комфортности, минимакса, вариативности, деятельности, непрерывности).

Кроме того, созданию психологически комфортной образовательной среды способствует содержание заданий, которое подобрано так, чтобы поддерживать у учащихся интерес к занятиям математикой и желание включаться в учебный процесс по математике в зоне своего ближайшего развития.

С этой целью используются следующие педагогические приемы:

1) Включение в учебное содержание заданий, выполнение которых вызывает у учащихся интерес и дает положительный эмоциональный заряд.

В 5–6 классах это задания на поиск закономерностей, разгадывание ребусов, расшифровку слов; соревнования, решение занимательных задач и т.д.

2) Разнообразие видов деятельности, выполняемых учеником на каждом уроке.

3) Учет гендерных особенностей психологического развития детей.

4) Многофункциональная целевая направленность заданий, позволяющая в одном задании тренировать достаточно большую группу способностей, что снижает нагрузку на детей и существенно экономит учебное время.

5) Включение в курс разноуровневых заданий, позволяющих создавать ситуацию успеха для учащихся разного уровня подготовки.

Использование перечисленных приемов способствует развитию у учащихся мотивов учебной деятельности и формированию личностного смысла учения. По мере освоения нормы учебной деятельности, понимания и принятия на личностно значимом уровне социальной роли «ученика» внешние мотивы сменяются внутренними и тем самым создаются условия для формирования у них устойчивой учебно-познавательной мотивации и готовности к саморазвитию.

3. Формирование целостного мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, учитывающего социальное, культурное, языковое, духовное многообразие современного мира.

Механизмом формирования целостного представления о мире (природе — обществе — самом себе) в курсе математики «Учусь учиться» является дидактический принцип целостности, в соответствии с которым в данном курсе раскрывается происхождение математических понятий, их связь с реальными проблемами окружающего мира, место и роль математики в системе знаний.

Этому способствует, прежде всего, включение учащихся на всех уроках в самостоятельную учебную деятельность по конструированию новых понятий и способов действия, что позволяет каждому ученику в собственном опыте пройти путь рождения математических знаний, осознать их необходимость и значимость, связь с жизнью, практикой, другими областями познания.

Для реализации этой цели, с одной стороны, учебное содержание по всем темам курса адаптировано для системной реализации деятельностного метода обучения, а с другой – в учебное содержание регулярно включаются задачи прикладной направленности как к житейским ситуациям, так и к решению задач, возникающих в других областях знания, – например, в биологии, географии, физике, лингвистике.

Подобные задания могут стать началом организации внеурочной проектной работы учащихся (как индивидуальной, так и групповой) с использованием справочной литературы и электронных образовательных ресурсов, расширяющей круг их представлений о культурных достижениях народов разных стран мира.

4. Формирование осознанного, уважительного и доброжелательного отношения к иному мнению, готовности и способности вести диалог с другими людьми и достигать в нем взаимопонимания.

Формирование у учащихся осознанного уважительного и доброжелательного отношения к иному мнению в курсе математики «Учусь учиться» для 5–6 классов технологически обеспечивается системным использованием деятельностного метода обучения. Так, при изучении любой темы курса на этапе пробного учебного действия (этап 2 уроков в ТДМ) учащиеся высказывают свои версии ответов, на этапе проектирования нового способа действия и реализации проекта (этап 4–5 уроков в ТДМ) предлагают свои способы решения возникшей проблемы, выдвигают свои гипотезы. При этом они не знают заранее, кто из них прав, поэтому у них вырабатывается навык осознанного уважительного и доброжелательного отношения к каждой версии как возможному верному варианту.

Опыт получения согласованного варианта на каждом уроке воспитывает у учащихся готовность и способность вести диалог с другими людьми и достигать в нем взаимопонимания.

5. Освоение социальных норм, правил поведения, ролей и форм социальной жизни в группах и сообществах.

В курсе математики «Учусь учиться» для 5–6 классов формируется система норм выполнения учебных действий по математике, которые зафиксированы в форме *эталонов* к каждому уроку в пособии «Построй свою математику».

Эталоны строят сами учащиеся в ходе собственной учебной деятельности, что развивает у них опыт участия в социально значимом труде и вырабатывает уважительное отношение к труду.

С другой стороны, эталоны представляют собой общую согласованную позицию учащихся о правилах, нормах выполнения математических преобразований, поэтому их можно рассматривать как систему построенных самими учащимися критериев, своеобразный «свод математических законов», которыми они пользуются для обоснования правильности своей позиции, выявления причин отклонения своих действий от установленных ими же самими норм, а также для коррекции, контроля и оценки выполненных учебных действий по математике.

Структурированность математического знания помогает сформировать у учащихся при системном использовании деятельностного метода обучения опыт правового, ответственного поведения, подчинения своих действий общепринятым нормам.

Поскольку изучение математических структур ведет к образованию адекватных им умственных структур, составляющих основу и механизмы мышления и поведения человека вообще (Ж. Пиаже), то овладение инструментарием критериальной оценки выполняемых учебных действий по математике позволяет учащемуся на каждом уроке при самоконтроле и рефлексии собственных учебных действий на основе эталонов вырабатывать ответственное отношение к выполнению и самооценке не только математических действий, но и любых действий на основе нравственных и социальных норм, правил поведения, ролей и форм социальной жизни в группах и сообществах как в жизненной практике, так и в любой трудовой деятельности.

6. Развитие морального сознания и компетентности в решении моральных проблем на основе личностного выбора, формирование нравственных чувств и нравственного поведения, осознанного и ответственного отношения к собственным поступкам.

Особенностью решения данных задач в курсе математики «Учусь учиться» для 5–6 классов является то, что систематическое включение учащихся в учебную деятельность на основе деятельностного метода обучения придает этому процессу более глубокий и личностный характер.

Проблемные ситуации нравственно-этического характера, которые неизбежно возникают у учащихся в совместной учебной деятельности по созданию системы математических знаний, являются своеобразными моделями реальных жизненных проблем, связанных с нормами поведения и нравственности, отношений друг с другом. Таким образом, учитель получает возможность в связи с поставленными в их совместной деятельности, а потому актуальными и личностно значимыми для них ситуациями организовать на уроке или во внеурочной деятельности во второй половине дня осознание и принятие как личной ценности категорий порядочности и правдивости, терпимости и великодушия, вежливости и уважения, помочь им выработать доброжелательность и отзывчивость, культурные способы общения и нравственного поведения.

7. Формирование коммуникативной компетентности в общении и сотрудничестве со сверстниками и взрослыми в процессе образовательной, учебно-исследовательской, творческой и других видов деятельности.

С этой целью в данном курсе предусмотрена работа в парах, группах, совместная исследовательская и проектная работа (в том числе и во внеурочной деятельности), которая строится на основе норм коммуникативного взаимодействия и предполагает, в частности, освоение каждым учеником коммуникативных позиций «автора», «понимающего», «критика», «арбитра».

Реализация деятельностного метода обучения позволяет сформировать у учащихся не только первичный опыт выхода из спорных ситуаций, но и знание общего способа действий в ситуации конфликта, а также опыт успешного и осознанного применения этого способа, в результате которого требуемые умения вырабатываются системно и надежно.

Так, на уроках открытия нового знания учащиеся в ходе построения нового способа действий по математике всегда сталкиваются с ситуацией разных мнений. При этом они усваивают, что самый короткий путь согласования позиций заключается в том, чтобы понять причину разногласия, а затем найти и реализовать способ устранения этой причины на основе согласованных способов действий.

Этот путь они проходят сначала под руководством учителя, не осознавая его, затем обобщают свой опыт и после этого сознательно применяют правила, выработанные в своей учебной деятельности. В процессе работы в парах и группах они тренируются в самостоятельном применении усвоенных правил разрешения конфликтных ситуаций.

Учебное содержание по математике, сформулированное в виде четких и однозначных правил и алгоритмов, облегчает освоение способов грамотного обоснования своей позиции, разрешения проблемных ситуаций и тем самым помогает учащимся переносить изученные способы действий в жизненную практику.

8. Формирование ценности здорового образа жизни, усвоение правил индивидуального и коллективного безопасного поведения в чрезвычайных ситуациях.

На уроках математики по курсу математики «Учусь учиться» для 5–6 классов учащиеся приобретают системный опыт преодоления затруднений на основе метода рефлексивной самоорганизации, осваивают и многократно успешно применяют алгоритмы эффективного разрешения проблемных ситуаций (на примере математических проблем). Благодаря этому у них формируется умение воспринимать ситуации затруднения не как повод для тревоги и огорчения, а как сигнал для активного поиска способов и средств их преодоления, а также развитие волевой саморегуляции, способности осуществлять верный выбор стратегии поведения и преодоления возникших трудностей.

Содержание и методики курса математики «Учусь учиться» предполагают системное освоение учащимися всего комплекса организационно-рефлексивных действий. Таким образом, данный курс становится площадкой, на которой у учащихся в процессе изучения математики формируются адаптационные механизмы сохранения и поддержки своего здоровья, продуктивного поведения и действия в любых проблемных ситуациях, требующих изменения себя и окружающей действительности.

9. Развитие опыта экологически ориентированной рефлексивно-оценочной и практической деятельности в жизненных ситуациях.

Развитие опыта рефлексивно-оценочной деятельности в курсе математики «Учусь учиться» для 5–6 классов осуществляется на уроках рефлексии и обучающего контроля знаний, а также на этапах самоконтроля и рефлексии учебной деятельности уроков всех типов. Опыт самопроверки и критериальной самооценки своей работы и учебной деятельности в целом, выявление и коррекции своих ошибок вырабатывают у учащихся ответственное отношение к собственным действиям и поступкам, что и составляет основу современного экологического мышления и рефлексивно-оценочной и практической деятельности в жизненных ситуациях.

10. Осознание значения семьи в жизни человека и общества.

В содержании заданий курса математики «Учусь учиться» для 5–6 классов заложены представления о семье, которые опосредованно способствуют выработке у учащихся уважительного отношения к семейным ценностям.

11. Развитие эстетического сознания, освоение творческой деятельности эстетического характера.

Формирование у учащихся эстетического сознания средствами предмета математики в курсе математики «Учусь учиться» для 5–6 классов основано на результатах исследований эстетической привлекательности математических объектов, из которых следует, что эстетические чувства у ученика при изучении математики возникают через восприятие гармонии, как чувственной (например, через идею симметрии), так и интеллектуальной (например, стройности и убедительности математических рассуждений), и такие характеристики математического знания, как неожиданно простое и наглядное решение сложной задачи, универсальность математического языка, выражение с его помощью взаимосвязи внешне различных явлений, упорядоченность и структурированность математических объектов, их внутреннее единство.

Так, идея упорядоченности, структурированности математических объектов, их внутренней взаимосвязи и гармонии раскрывается через:

- систему заданий на поиск закономерностей;
- идею общих законов арифметических действий при расширении числовых множеств;
- структурирование текстовых задач, выявление взаимосвязей и аналогий;
- упрощение вычислений с помощью использования свойств арифметических действий;
- формирование представлений о различных видах симметрии и др.

Дидактической основой формирования мотивации к творческому труду в данном курсе является принцип творчества, который обеспечивается, прежде всего, возможностью для каждого ученика на уроках открытия нового знания включаться в процесс создания новых способов действий. Помимо этого, учащимся систематически предлагаются задания творческого характера, где им требуется проявить активность, создать что-то новое.

В курсе практикуются также творческие домашние задания, где учащимся предлагается найти и представить некоторую информацию, придумать свои примеры, задачи или уравнения, конкретизирующие изученный в классе новый способ действий, либо создать собственный проект.

Организации внеурочной творческой работы детей помогает специально разработанное учебное пособие для 5–6 классов «Построй свою математику».

Таким образом, в курсе математики «Учусь учиться» у учащихся развивается эстетическое сознание и формируется опыт творческой деятельности с учетом специфики предмета математики.

Достижение метапредметных результатов ООП основного общего образования

Возможность достижения метапредметных результатов образования, определенных ФГОС, обеспечивается в курсе математики «Учусь учиться» для 5–6 классов в процессе формирования познавательных, регулятивных и коммуникативных УУД на основе технологии и системы дидактических принципов детельностного метода обучения и соответствующих им содержания, методик и методического обеспечения данного курса.

Вначале на уроках математики в ТДМ учащиеся приобретают первичный опыт выполнения осваиваемого УУД. Затем организуется их мотивация к его самостоятельному выполнению и знакомство с соответствующей нормой (правилом, алгоритмом) выполнения данного УУД (или структуры учебной деятельности в целом). После этого учащиеся уже осознанно включают изученное УУД в практику обучения на уроках и во внеурочной деятельности при организации процессов самовоспитания и саморазвития. В завершение учащимся предлагается самоконтроль изучаемых УУД и обучающий контроль.

Таким образом, формирование каждого УУД, входящего в структуру учебной деятельности, проходит через все необходимые, методологически обоснованные этапы:

1) опыт действия и мотивация;
2) знание способа действия;
3) тренинг, самоконтроль и коррекция;
4) контроль.

Изученные УУД включаются в практику каждого урока, и у учащихся постепенно и поэтапно вырабатывается весь комплекс метапредметных умений в соответствии с требованиями ФГОС.

В непрерывном курсе математики «Учусь учиться» при формировании каждого УУД часть этого пути учащиеся проходят в 1–4 классах начальной школы, затем последовательно – в курсе математики 5–6 классов и завершают в курсе алгебры 7–9 классов.

1. Умение самостоятельно определять цели своего обучения, ставить и формулировать для себя новые задачи в учебе и познавательной деятельности, развивать мотивы и интересы своей познавательной деятельности.

На начальных этапах обучения по курсу математики «Учусь учиться» для 5–6 классов учитель на этапах 3 («Выявление места и причины затруднения») и 4 («Построение проекта выхода из затруднения») уроков в ТДМ с помощью подводящего диалога помогает учащимся осознать недостаточность имеющихся у них знаний по математике, а затем предлагает им самим поставить цель своей учебной деятельности, корректируя и уточняя их версии пока без обращения к общему способу целеполагания.

Затем организуется мотивация учащихся к освоению умения самостоятельно ставить перед собой учебную цель. Обобщая имеющийся у них опыт, учащиеся под руководством учителя фиксируют содержание понятия цели и алгоритм постановки цели учебной деятельности, а затем на следующих этапах обучения делают это самостоятельно, сопоставляя свои действия с эталоном и, при необходимости, корректируя их. В завершение учащимся предлагается самоконтроль и обучающий контроль умения выполнять данное УУД.

Отметим, что если в начальной школе учащиеся познакомились с общим способом целеполагания, то в 5 – 6 классах учащиеся повторяют его и тренируют умение ставить цель. В ходе проведения 3-го и 4-го этапов урока в ТДМ учащимся систематически предлагается выполнять самоконтроль, в завершение учитель организует обучающий контроль умения выполнять данное УУД.

Таким образом, формирование готовности к целеполаганию проходит через все указанные выще необходимые этапы формирования УУД. В результате учащиеся овладевают способностью самостоятельно определять цели своего обучения, ставить и формулировать для себя новые задачи в учебе, развивать мотивы и интересы своей познавательной деятельности.

2. Умение самостоятельно планировать пути достижения целей, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач.

Технологические требования к этапу 4 урока в ТДМ («Построение проекта выхода из затруднения») состоят в том, что учащиеся в коммуникативной форме обдумывают проект своих будущих учебных действий:

- ставят цель;
- согласовывают тему урока;
- *выбирают способ*;
- *строят план достижения цели*;
- определяют средства, ресурсы и сроки.

Благодаря этому появляется возможность организовать надежное формирование у учащихся указанных УУД посредством проведения их описанным выше путем: *опыт – знание способа – применение, самоконтроль и коррекция – контроль*. Важно и то, что при этом учащиеся овладевают коммуникативными умениям и способностью оценивать время, средства и ресурсы для своих планов, а на следующем этапе урока – доводить свои планы до исполнения.

3. Умение соотносить свои действия с планируемыми результатами, осуществлять контроль своей деятельности в процессе достижения результата, определять способы действий в рамках предложенных условий и требований, корректировать свои действия в соответствии с изменяющейся ситуацией.

В соответствии с общим подходом, принятым в данном курсе, формирование умения соотносить свои действия с планируемыми результатами и контролировать свою деятельность в процессе достижения результата осуществляется на этапе 7 уроков в ТДМ («Самостоятельная работа с самопроверкой по эталону»). При проведении данного этапа учащиеся самостоятельно выполняют задания нового типа, осуществляют их самопроверку, пошагово сравнивая с эталоном, выявляют и корректируют возможные ошибки, определяют способы действий, которые вызывают у них затруднения, строят планы их доработки. Этому же посвящены и уроки рефлексии, но на этих уроках учащиеся не просто выявляют свои проблемы, а уже непосредственно выполняют коррекцию своих действий и вырабатывают соответствующие умения.

Как и при формировании всех универсальных учебных действий в данном курсе, учащиеся вначале приобретают первичный опыт выполнения изучаемых УУД, затем знакомятся с нормами их выполнения, сформулированными в виде правил и алгоритмов, и после этого осознанно выполняют эти универсальные действия на каждом уроке по математике курса «Учусь учиться».

Адаптационные механизмы поведения, способность к быстрому реагированию на изменяющиеся условия жизни и деятельности вырабатываются у учащихся посредством реализации в образовательном процессе дидактических принципов вариативности и творчества, освоения ими способов решения проблем творческого и поискового характера.

Творческие способности проявляются в стремлении открыть общую закономерность, лежащую в основе каждого отдельного решения (Д.Б. Богоявленская). Следовательно, системное приобретение опыта построения общего способа математических действий, освоение метода рефлексивной самоорганизации, знакомство с общенаучными методами решения исследовательских проблем (метод перебора, метод проб и ошибок и др.) дает учащимся инструмент эффективного поведения в нестандартной ситуации.

4. Умение оценивать правильность выполнения учебной задачи, собственные возможности ее решения.

На этапе 9 уроков в ТДМ («Рефлексия учебной деятельности на уроке») подобным же образом формируется умение вырабатывать самооценку своей учебной деятельности. На данном этапе фиксируется новое содержание, изученное на уроке, организуется процесс соотнесения целей и результатов, собственной учебной деятельности и изученного алгоритма ее выполнения и делается вывод о ее эффективности /неэффективности.

Оценивать свои возможности решения учебных задач школьники учатся в процессе выбора собственного уровня работы. В учебниках выделены обязательные и необязательные задания, принцип вариативности реализуется, в частности, посредством составления самими учащимися некоторой части классной и домашней работы посредством самостоятельного выбора «подходяших» для них по каким-то признакам заданий. Таким образом, они систематически приобретают опыт оценки своих возможностей решения учебных задач.

5. Владение основами самоконтроля, самооценки, принятия решений и осуществления осознанного выбора в учебной и познавательной деятельности.

Формирование основ самоконтроля и самооценки, самостоятельного принятия решений и осознанного выбора своей образовательной траектории формируется в курсе математики «Учусь учиться» в соответствии с принятым общим подходом на этапе 7 уроков в ТДМ («Самостоятельная работа с самопроверкой по эталону») и на уроках рефлексии.

По мере освоения метода рефлексивной самоорганизации общие алгоритмы УУД, в том числе и действий самоконтроля и самооценки, совершенствуются и уточняются. Так, в начальной школе для самоконтроля и коррекции своих ошибок учащиеся применяют простейший трехшаговый алгоритм (рис. 2):

1. Определяю, какое правило я знаю
2. Повторяю правило
3. Применяю правило

Рис. 2

К 4 классу, после изучения тем «Алгоритм», «Программа действий», они строят вариант алгоритма, который более подробно описывает последовательность действий при самоконтроле (рис. 3).

В 5 классе данный вариант алгоритма еще раз уточняется, и учащиеся овладевают общим способом самоконтроля и коррекции своих действий, который они используют в дальнейшем в основной и старшей школе.

Кроме того, в методическом аппарате учебников 1–9 классов имеется система самостоятельных и контрольных работ, которые позволяют учащимся после изучения каждой темы и каждого раздела курса сделать вывод о достижении / недостижении поставленных целей и задач. Систематическое использование эталонов, то есть согласованных в классе норм математической деятельности, которые учащиеся сами строят в ходе уроков, помогает им правильно определять, что именно они усвоили или не усвоили (то есть причины своего успеха / неуспеха), и на этой основе осуществить осознанный выбор траектории своего саморазвития в учебной и познавательной деятельности.

Выработка отношения к ошибке как рабочей ситуации, требующей коррекционных действий, наряду с освоением учащимися эффективных инструментов коррекции собственных ошибок (метод рефлексивной самоорганизации, алгоритм исправления ошибок) формирует у учащихся способность конструктивно действовать даже в ситуации неуспеха.

Аналогичным образом формируются основы самооценки собственной деятельности на основе этапа 9 уроков в ТДМ («Рефлексия учебной деятельности на уроке»).

6. Умение определять понятия, создавать обобщения, устанавливать аналогии, классифицировать, самостоятельно выбирать основания и критерии для классификации, устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, умозаключение (индуктивное, дедуктивное и по аналогии) и делать выводы.

Логические действия являются основными видами учебных действий при выполнении практически всех заданий курса математики «Учусь учиться». Решая задачи и примеры, уравнения и неравенства, устанавливая и продолжая закономерности, моделируя объекты и процессы, строя диаграммы и графики, преобразовывая фигуры, учащиеся выполняют действия анализа и синтеза, сравнения и обобщения, классификации и аналогии, устанавливают причинно-следственные связи, подводят под понятия, строят логические рассуждения, обосновывают выполняемые ими операции.

Задания учебников, начиная с самого 1 класса, подобраны так, чтобы систематически предоставлять учащимся возможность тренировать весь комплекс логических операций и необходимость устанавливать взаимосвязи, логически обосновывать свои действия. В формулировках заданий часто используются обороты «Проанализируй...», «Сравни...», «Что общего?», «Выполни задание по образцу», «Сделай вывод», «Обоснуй свой ответ», «Разбей на части...» и т.д. Но даже если этих оборотов нет, то все равно решение практически любого задания курса математики требует от учащихся построения цепочек логических рассуждений.

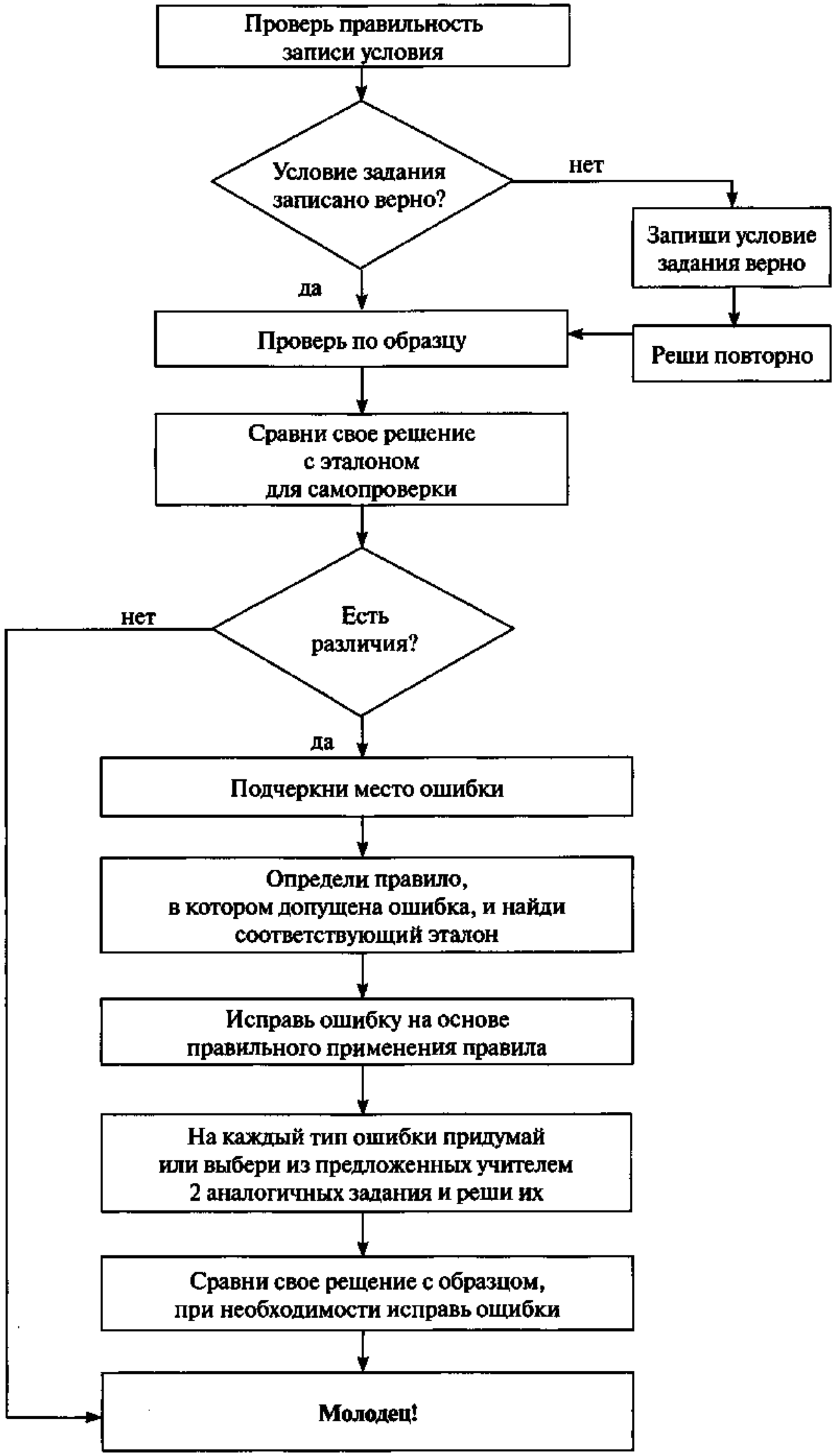

Проверь правильность записи условия
Условие задания записано верно?
нет
Запиши условие задания верно
да
Проверь по образцу
Реши повторно
Сравни свое решение с эталоном для самопроверки
нет
Есть различия?
да
Подчеркни место ошибки
Определи правило, в котором допущена ошибка, и найди соответствующий эталон
Исправь ошибку на основе правильного применения правила
На каждый тип ошибки придумай или выбери из предложенных учителем 2 аналогичных задания и реши их
Сравни свое решение с образцом, при необходимости исправь ошибки
Молодец!

Рис.3

Уже в начальной школе появляются темы уроков типа «Учусь анализировать», «Учусь сравнивать», «Учусь обобщать», «Классификация. Основание классификации». В 5–6 классах в рамках логической линии учащиеся изучают темы «Высказывания», «Виды высказываний», «Определение», «Логическое следование», «Обратное утверждение», «Отрицание высказываний» и др. В последующем эта работа продолжается и в 7–9 классах. На этих уроках учащиеся не просто приобретают опыт выполнения логических действий, а фиксируют эти действия в форме эталонов. Затем изученные логические понятия используются при изучении всех тем курса. Таким образом, создаются условия не только для надежного усвоения самих этих понятий и формирования умения их грамотного использования, но и для их применения в жизни и практической деятельности, а также для более глубокого и осознанного усвоения собственно математического содержания курса.

7. Умение создавать, применять и преобразовывать знаки и символы, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач.

Математический язык представляет собой знаки и символы, описывающие количественные отношения и пространственные формы окружающего мира. Поэтому знаково-символические средства математического языка – цифры и буквы, знаки сравнения и арифметических действий, математические выражения, геометрические фигуры, числовой луч, диаграммы и графики и др. – систематически используются на уроках математики для представления информации, моделирования изучаемых объектов и процессов окружающего мира, решения учебных и практических задач.

Кроме того, в курсе математики «Учусь учиться» широко представлены предметные и графические модели самих математических объектов и операций – натуральных, дробных, положительных и отрицательных чисел, арифметических действий, функциональных зависимостей между величинами, уравнений и неравенств и др. Учащиеся сами строят модели этих объектов, постепенно осознавая суть математического метода исследования реального мира – «умение называть разные вещи одним именем» (А. Пуанкаре).

Начиная с самых первых уроков знакомства с текстовыми задачами учащиеся систематически работают с их материализованными моделями (схематическими рисунками, схемами, таблицами), наглядно представляющими существенные характеристики исследуемых объектов – количественные и пространственные отношения между ними, взаимосвязи между объектом и его частями и др. Дети учатся читать и строить эти модели, используют их для анализа и поиска решения текстовых задач, интерпретации полученных результатов, выявления общих способов действия во внешне различных ситуациях. Благодаря этому они не только глубже усваивают учебное содержание по математике, но и овладевают умением использовать знаково-символические средства представления информации для создания моделей изучаемых объектов и процессов.

При этом на доступном для учащихся уровне перед ними раскрываются все три основных этапа математического моделирования:

1) этап *математизации действительности*, то есть построения математической модели некоторого фрагмента действительности;

2) этап *изучения математической модели*, то есть построения математической теории, описывающей свойства построенной модели;

3) этап *приложения полученных результатов* к реальному миру.

Так, при решении текстовой задачи ученик читает и анализирует ее, переводит текст на знаково-символический язык – строит схемы и схематические рисунки, отражающие числовые и пространственные отношения между объектами, процессами, целым объектом и его частями, затем работает с моделью, получает результат и соотносит его с данными в исходном тексте задачи.

Этот путь учащиеся проходят и при построении математических понятий и способов действий. На всех этапах обучения с 1 по 9 класс предметные и графические модели помогают раскрыть перед учащимися недостаточность их знаний и необходимость построения некоторого нового понятия или алгоритма. С другой стороны, модели позволяют организовать процесс его практического построения самими детьми, то есть пройти первый этап математического моделирования.

На втором этапе – этапе изучения построенной математической модели – учащиеся выявляют свойства изучаемых математических объектов и на этапе приложения полученных результатов с их помощью решают актуальные практические задачи (например, строят приемы рациональных вычислений, применяют свои знания для решения текстовых задач и т. д.).

Таким образом, они не просто осваивают знаково-символические средства представления информации для создания моделей изучаемых объектов и процессов, но и приобретают начальные представления об общенаучном методе исследования реального мира – математическом моделировании.

8. Смысловое чтение.

В курсе математики «Учусь учиться» формирование у учащихся навыков смыслового чтения текстов осуществляется при работе с текстовыми задачами, текстами учебника, справочной литературой и интернет-источниками. В качестве научного инструмента при этом используется метод работы с текстами (МРТ), разработанный в методологической версии теории деятельности (О. С. Анисимов).

На первом этапе учащиеся овладевают навыками понимания текстов задач с опорой на наглядные материальные и материализованные модели (схематические рисунки, схемы, таблицы, числовые и буквенные выражения). При этом используются задачи-ловушки (с неполными данными, лишними данными, нереальными условиями), задачи в косвенной форме, задачи, требующие от детей сопоставления текстов, обобщения, самостоятельной формулировки вопросов, выбора возможных вариантов решения, задачи, имеющие внешне различные сюжеты, но одинаковые математические структуры, построение моделей текстовых задач, составление задач по схемам и выражениям и т. д.

Начиная с 1 класса проводится системная работа по обучению детей анализу задачи на основе заданного общего алгоритма. Эта работа продолжается в основной школе и к 5–6 классу позволяет сформировать у большинства детей способность провести самостоятельный анализ любой текстовой задачи.

Непосредственная работа с текстами, описывающими изучаемый материал по математике, также начинается уже в 1 классе. На первых порах учащимся предлагаются лаконичные пояснения теоретического материала, которые обычно сопровождаются графическими иллюстрациями. Схематическое представление текста отражает существенное в нем, и поэтому, с одной стороны, уточняет понимание его учащимися, а с другой – позволяет им глубже осознать суть вводимых математических правил и свойств.

Понимание текста, как следует из теории МРТ, является характеристическим признаком адекватного понимания текстов. Поэтому овладение в 1–9 классах курса «Учусь учиться» навыками графического моделирования текстовых задач оказывает непосредственное влияние на формирование навыков смыслового чтения.

В 4 классе учащиеся переходят к следующему этапу овладения смысловым чтением текстов – конспектированию. Вводятся символы для обозначения различных частей учебного текста по математике (вводная часть, главная мысль, важное замечание, пример, иллюстрирующий главную мысль или важное замечание). Начиная с этого времени учащимся систематически предлагается конспектировать тексты изучаемых разделов в специальной тетради: в начальной школе – «Копилке», а в основной школе – в «Тетради для теории». К концу 6 класса они в достаточной степени овладевают умением понимать текст учебника, выделять его главные мысли и конспективно фиксировать в знаково-символической форме.

Формирование умений смыслового чтения текстов осуществляется также в ходе проектной работы во второй половине дня, в ходе которой учащимся приходится отыскать в разных источниках дополнительную информацию по заданной теме (например, «Лабиринты», «Танграм», «Односторонние поверхности» и т.д.), выделить существенное и представить в виде письменного рассказа, презентации, текста.

9. Умение организовывать учебное сотрудничество и совместную деятельность с учителем и сверстниками, работать индивидуально и в группе: находить общее решение и разрешать конфликты на основе согласования позиций и учета интересов, формулировать, аргументировать и отстаивать свое мнение.

Структура уроков в технологии деятельностного метода (ТДМ) включает в себя этапы, предполагающие получение разных версий ответов как естественный ход событий. Так, на этапе выполнения пробного учебного действия (этап 2) каждый учащийся получает свою версию ответа, и поскольку новый способ действий еще не изучался, то каждый из них сталкивается с затруднением, но у всех оно разное: кто-то вообще не знает, с чего начать, и не получил никакого ответа; у других ответы есть, но они оказались неверными; а кто-то получил верный ответ, но не знает, как его обосновать (ведь способ действий еще не изучался).

Поэтому всегда возникают разные версии, мнения, которые учащиеся приучаются внимательно и уважительно выслушивать и обсуждать. Аналогичным образом гипотезы, которые выдвигают учащиеся на этапе проектирования (этап 4), тоже разные, но при этом каждая из них может помочь найти верный результат.

Таким образом, образовательная среда, которая создается при работе в ТДМ на рассмотренных и других этапах урока, формирует у учащихся готовность воспринимать различные точки зрения, вести диалог, согласовывать позиции с учетом всех высказанных мнений, находить общее решение, формулировать, аргументировать и отстаивать свое мнение.

Необходимость на уроках открытия нового знания совместно решать общую задачу предполагает системное использование в обучении диалоговых форм общения под руководством учителя, парной и групповой форм работы, в ходе которых у учащихся формируется умение организовывать учебное сотрудничество и совместную деятельность с учителем и сверстниками. Данные метапредметные умения формируются на 1–6 и 8–9 этапах уроков в ТДМ, кроме этапа 7 («Самостоятельная работа с самопроверкой по эталону»), где отрабатываются индивидуальные формы работы.

В ходе совместной деятельности учащихся со сверстниками в группах и парах используется распределение ролей на основе общих правил коммуникативного взаимодействия. При этом основным мотивом для согласованных действий и конструктивного разрешения конфликтных ситуаций посредством учета интересов каждого является необходимость получения и представления общего результата: те, кто не сумел договориться и правильно организовать свою работу, — проигрывают.

10. Умение осознанно использовать речевые средства в соответствии с задачей коммуникации для выражения своих мыслей, планирования и регуляции своей деятельности, владение устной и письменной речью, монологической контекстной речью.

Технологической основой эффективного достижения указанного результата в курсе математики «Учусь учиться» является использование правил коммуникативного взаимодействия общей теории деятельности (О.С. Анисимов) и поэтапной теории формирования умственных действий (П.Я. Гальперин).

Учащиеся имеют возможность поэтапно овладевать речевыми средствами для решения коммуникативных и познавательных задач на разных уровнях:

1) выражение в речи своих учебных действий и их результатов по заданному алгоритму;

2) выражение в речи своих учебных действий и их результатов по известному алгоритму в типовых ситуациях;

3) выражение в речи своих учебных действий и их результатов в поисковых ситуациях по заданному общему плану действий;

4) выражение в речи своих учебных действий и их результатов в ситуациях творческого поиска.

Первый вид речевого высказывания осуществляется на 6-м этапе урока в ТДМ («Первичное закрепление с проговариванием во внешней речи»), где каждый учащийся выполняет комментирование (фронтально, при работе в парах, в группах) типовых заданий на способ действий, построенный на данном уроке самими учащимися под руководством учителя.

Второй и третий виды речевого высказывания осуществляются на 8-м этапе урока открытия нового знания в ТДМ («Включение в систему знаний и повторение») и на уроках рефлексии. Учащиеся систематически используют алгоритмы, построенные на предыдущих уроках, для комментирования решения примеров, уравнений, простых и составных задач в типовых и поисковых ситуациях (когда алгоритмы известны, но не заданы непосредственно).

Четвертый вид речевого высказывания осуществляется на 3–5-м этапах урока открытия нового знания в ТДМ («Выявление места и причины затруднения», «Построение и реализация проекта»), а также на уроках рефлексии и внеклассной работе при решении творческих задач и в коллективной и индивидуальной проектной работе, где предполагается также активное использование средств ИКТ. Здесь же предусмотрена подготовка и проведение учащимися презентаций своих творческих работ, что способствует развитию не только речевых средств, но и познавательных и коммуникативных УУД.

11. Формирование и развитие ИКТ-компетенций.

При работе по курсу математики «Учусь учиться» на всех возрастных этапах с 1 по 9 класс учащиеся овладевают широким спектром первичных навыков работы с информацией: они учатся анализировать, сравнивать и обобщать информацию, осуществлять ее синтез и классификацию, вести запись, осуществлять поиск необходимой информации, выделять и фиксировать информацию, систематизировать ее, интерпретировать, преобразовывать, передавать и хранить, представлять информацию и создавать новую в соответствии с поставленной учебной целью.

Формирование умений осуществлять поиск необходимой информации и работать с ней реализуется в учебниках данного курса по нескольким направлениям:

- целенаправленный поиск конкретной информации (знаний, способов действий) для решения учебных задач, презентаций своих творческих работ и т. д.;
- отсылки по текстам учебников, например, к предыдущим текстам и заданиям, справочным материалам, энциклопедиям и т. д.;
- поиск информации в различных источниках (в книгах, журналах, справочниках и энциклопедиях, в сети Интернет, в беседах со взрослыми и др.) для выполнения проектных работ и последующая работа с ней: анализ и система-

тизация собранной информации, представление полученной информации в нужном виде (в виде текстов для школьной газеты или буклета, набранных с помощью клавиатуры компьютера, в виде рисунков, таблиц, презентаций, диаграмм и т. д.).

Еще в начальной школе учащиеся работали с таблицами, схемами, множествами, строили диаграммы Эйлера–Венна, находили подмножества, объединение и пересечение множеств, выполняли их классификацию по заданным свойствам, строили круговые и столбчатые диаграммы, графики движения. Эта работа системно продолжается в основной школе с использованием координат на плоскости, формул и графиков функциональных зависимостей величин, что дает новые возможности для представления и интерпретации полученных данных.

На всех уроках математики школьники овладевают навыком фиксирования информации средствами математического языка – выражений и формул, графиков и схем. Они самостоятельно строят алгоритмы новых способов действий (линейные, разветвленные, циклические) и фиксируют их с помощью блок-схем. Работая с текстовыми задачами, они учатся выделять существенную информацию и представлять ее в форме схематических рисунков, графических схем, таблиц. Затем они анализируют полученную таким образом информацию и на этой основе решают поставленные познавательные задачи.

Разработанная в данном курсе система эталонов «Построй свою математику» позволяет организовать системное формирование у детей навыка целенаправленного поиска нормативно заданной информации в известном источнике, нужной для решения задач и обоснования правильности своих действий. Этому же служат приведенные в учебнике правила, формулы, образцы решения задач и примеров.

При подготовке проектов во внеурочной индивидуальной и групповой работе учащиеся осуществляют поиск информации в ситуации, когда источник информации не известен. При этом они используют справочную литературу и интернет-ресурсы, подготовку презентаций с использованием современных технологических средств (фотографирование, сканирование, презентации в Power Point и т.д.).

12. Формирование и развитие экологического мышления, умение применять его в познавательной, коммуникативной, социальной практике.

В процессе изучения курса математики «Учусь учиться», в соответствии с принципом целостного представления о мире, входящего в дидактическую систему деятельностного метода обучения, у учащихся формируется современная научная картина мира. Изучаемые математические понятия рассматриваются в их собственном закономерном развитии, в многообразии отношений с другими объектами, понятиями, явлениями и процессами, что формирует представления о математике как общей понятийной базе различных областей знания.

Таким образом, математическое знание позволяет раскрыть глубинную связь между явлениями, внешне никак не связанными друг с другом. С другой стороны, деятельностный метод обучения помогает сформировать у учащихся личностное отношение к изучаемым знаниям, неравнодушное, ответственное отношение к результатам своей деятельности. Благодаря этому средствами математического образования удается внести существенный вклад в формирование базового компонента экологического мышления и экологического воспитания – осознания глубинной взаимосвязи природы, общества, человека, их влияния и зависимости друг от друга, а также в воспитание у учащихся чувства ответственности за свои поступки.

Достижение предметных результатов ООП основного общего образования

Достижение предметных результатов образования в курсе математики «Учусь учиться» для 5–6 классов осуществляется исходя из требований к организации непрерывного образовательного процесса деятельностного типа, обеспечивающего преемственные связи между всеми ступенями обучения на уровне содержания, метода и методик обучения. Исходя из этих позиций данный курс поддерживается, с одной стороны, курсом математики для дошкольников и начальной школы, а с другой – курсом алгебры для 7–9 классов, что позволяет обеспечить непрерывность в формировании системы математических представлений, знаний и умений на этапе дошкольной подготовки и всех этапах обучения в школе с 1 по 9 класс.

Учитывая современный уровень развития математической теории, учебное содержание представлено в виде семи основных содержательно-методических линий, изучение которых подготавливается на дошкольной ступени и затем непрерывно проходит через все ступени обучения с 1 по 9 класс, вплоть до выпускных классов старшей школы: линий *моделирования, логической, числовой, алгебраической, геометрической, функциональной* и *анализа данных.* Целостность курса достигается постоянным сопоставлением и взаимопроникновением результатов, полученных в различных содержательно-методических линиях.

Выбор последовательности учебного содержания по всем содержательно-методическим линиям курса математики «Учусь учиться» для 5–6 классов определяется логикой и этапами формирования математического знания в процессе познания в соответствии с первым этапом процесса теоретического познания, который задает язык науки. Таким образом, функциональным предназначением этого этапа является построение языковых основ математического знания. При этом виды математической деятельности, в которые включаются учащиеся, соответствуют деятельности человечества по формированию понятийного аппарата изучаемых в школе разделов математики.

Учебное содержание по всем выделенным содержательно-методическим линиям полностью обеспечивает выполнение требований к предметным результатам ФГОС основного общего образования разделов «Математика. Алгебра» предметной области «Математика и информатика».

1, 9. Формирование представлений о математике как о методе познания действительности, позволяющем описывать и изучать реальные процессы и явления. Развитие умений применять изученные понятия, результаты, методы для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин с использованием при необходимости справочных материалов, компьютера, пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах.

Достижение этих результатов ФГОС обеспечивается изучением содержания линия *моделирования* курса математики «Учусь учиться».

2. Развитие умений работать с учебным математическим текстом (анализировать, извлекать необходимую информацию), точно и грамотно выражать свои мысли с применением математической терминологии и символики, проводить классификации, логические обоснования, доказательства математических утверждений.

Достижение этих результатов образования осуществляется в рамках *логической* линии курса математики «Учусь учиться».

3. Развитие представлений о числе и числовых системах от натуральных до действительных чисел; овладение навыками устных, письменных, инструментальных вычислений.

Достижение этих результатов образования осуществляется в рамках *числовой* линии курса математики «Учусь учиться».

4. Овладение символьным языком алгебры, приемами выполнения тождественных преобразований выражений, решения уравнений, систем уравнений, неравенств и систем неравенств; умением моделировать реальные ситуации на языке алгебры, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат.

Достижение этих результатов образования осуществляется в рамках *алгебраической* линии курса математики «Учусь учиться», а также линии моделирования.

5. Овладение системой функциональных понятий, развитие умения использовать функционально-графические представления для решения различных математических задач, для описания и анализа реальных зависимостей.

Достижение этих результатов ФГОС обеспечивается изучением содержания *функциональной* линии курса математики «Учусь учиться».

6. Овладение геометрическим языком; развитие умения использовать его для описания предметов окружающего мира; развитие пространственных представлений, изобразительных умений, навыков геометрических построений.

Достижение этих результатов ФГОС обеспечивается изучением содержания *геометрической* линии курса математики «Учусь учиться».

8. Овладение основами логического и алгоритмического мышления, пространственного воображения и математической речи, измерения, пересчета, прикидки и оценки, наглядного представления данных и процессов, записи и выполнения алгоритмов.

Эти результаты обеспечиваются изучением содержания линии *анализа данных*, а также *логической* и *геометрической* линий курса математики «Учусь учиться».

Итак, методический аппарат учебников курса математики «Учусь учиться» для 5–6 классов основной школы, реализующего деятельностный метод обучения, в достаточной полноте использует потенциал и возможности математического содержания образования для достижения учащимися средствами учебного предмета математики всего комплекса ЛИЧНОСТНЫХ, МЕТАПРЕДМЕТНЫХ и ПРЕДМЕТНЫХ результатов образования раздела «Математика» предметной области «Математика и информатика», определенных Федеральным государственным образовательным стандартом основного общего образования.

ПРИМЕРЫ СЦЕНАРИЕВ УРОКОВ[10]

Тип урока: ОНЗ[11]

Тема: «Сравнение дробей»

Основные цели:

1) сформировать умение сравнивать десятичные дроби;

2) повторить и закрепить сравнение натуральных чисел и обыкновенных дробей.

Оборудование.

Демонстрационный материал:

1) алгоритм сравнения обыкновенных дробей (из урока № 84, Д-7);

2) алгоритм десятичной записи (из урока № 131, Д-4);

3) правило приписывания и отбрасывания нулей (из урока № 132, Д-5);

4) условие перевода десятичной дроби в обыкновенную (из урока № 133, Д-9);

5) условие перевода обыкновенной дроби в десятичную дробь (из урока № 133, Д-11);

6) задания для актуализации знаний:

3*1*1 и 2*1*1; **111 и *1111; 2***3 и 2****5.	$\frac{5}{9}$ и $\frac{5}{8}$; $2\frac{8}{17}$ и $3\frac{2}{15}$; $5\frac{4}{11}$ и $5\frac{7}{11}$; $\frac{96}{97}$ и $\frac{97}{96}$.	3,7 и 3,03700 3,70 и 3,0370 3,700 и 3,037

7) пробное задание:

7,48 и 9,1;   12,39 и 12,356.

8) правило сравнения десятичных дробей:

1. Если целые части десятичных дробей различны, то больше та дробь, у которой больше целая часть.

2. Если целые части десятичных дробей одинаковы, то больше та дробь, у которой больше первый из несовпадающих разрядов после запятой.

[10] Уроки посвящены изучению главы 4 учебника 5 класса.

[11] Урок открытия нового знания.

9) задание для этапа первичного закрепления:

1) 0,52 и 0,7;

2) 2,99 и 13,1;

3) 4,0986 и 4,1.

10) образец выполнения задания в парах:

2) $\underline{2}$,99 < $\underline{13}$,1;
3) 4,$\underline{0}$986 < 4,$\underline{1}$.

11) эталон для самопроверки самостоятельной работы:

а) 0,$\underline{3}$ < 0,$\underline{8}$;	Целые части десятичных дробей одинаковы, первая дробь меньше, т.к. у нее разряд десятых меньше.
б) 0,90 = 0,9 0,90 = 0,90	Целые части десятичных дробей одинаковы, дроби равны, т. к. у первой дроби можно убрать справа 0.
з) $\underline{1}$,09 < $\underline{10}$,2	Целые части десятичных дробей различны, вторая дробь меньше, т. к. у нее меньше целая часть.
к) 3,4$\underline{2}$08 > 3,4$\underline{0}$28	Целые части десятичных дробей одинаковы, первая дробь больше, т. к. у нее разряд сотых больше.
л) 4,$\underline{0}$986 < 4,$\underline{1}$	Целые части десятичных дробей одинаковы, первая дробь меньше, т. к. у нее разряд десятых меньше.

Раздаточный материал:
1) карточка для этапа рефлексии:

1) Я могу сравнить десятичные дроби с одинаковыми целыми частями________
2) Я могу сравнить десятичные дроби с разными целыми частями____________
3) Самостоятельную работу я выполнил без ошибок______________________
4) В самостоятельной работе были затруднения...______________________

ХОД УРОКА

1. Мотивация к учебной деятельности

Цель:
1) включить учащихся в учебную деятельность;
2) организовать деятельность учащихся по установке тематических рамок: десятичные дроби.
3) создать условия для возникновения у каждого ученика внутренней потребности включения в учебную деятельность.

<u>Организация учебного процесса на этапе 1:</u>
– Здравствуйте, ребята. Вспомните, с какими множествами чисел вы учились работать? (Множество натуральных чисел и множество дробных чисел.)

– А что это такое – множество десятичных дробей? (Это другая запись обыкновенных дробей и смешанных чисел.)

– Что вы уже научились выполнять с десятичными дробями? (Записывать десятичные дроби, читать их и округлять.)

– Сегодня вы продолжите работать с десятичными дробями и откроете новые знания. Как вы это будете делать?

– Я уверена, что на этом уроке вы будете работать так же дружно и успешно, как и на предыдущих уроках.

2. Актуализация знаний и фиксация затруднения в пробном учебном действии

Цель:

1) организовать актуализацию изученных способов действий, достаточных для построения нового знания: сравнение натуральных чисел и обыкновенных дробей, перевод обыкновенных дробей в десятичные и обратно;

2) зафиксировать актуализированные способы действий в речи;

3) зафиксировать актуализированные способы действий в знаках (эталоны);

4) организовать обобшение актуализированных способов действий;

5) организовать актуализацию мыслительных операций, достаточных для построения нового знания: анализ, сравнение, обобщение;

6) мотивировать к выполнению пробного действия;

7) организовать самостоятельное выполнение пробного учебного действия;

8) организовать фиксацию индивидуальных затруднений в выполнении учащимися пробного учебного действия или в его обосновании.

Организация учебного процесса на этапе 2:

На доске карточка с заданиями для актуализации знаний (Д-6).

Учащиеся работают на планшетках, комментируют устно.

– Можно ли сравнить числа, в которых вместо некоторых цифр поставлены звездочки?

– Сравните числа.

3*1*1 и 2*1*1 (Можно сравнить, первое число больше, т.к. в нем разряд десятков тысяч больше.)

**111 и *1111 (Нельзя, т.к. у чисел одинаковое количество разрядов, но мы не знаем цифры старших разрядов.)

2***3 и 2****5 (Можно, т.к. второе число шестизначное, а первое — пятизначное).

– Какое правило использовали при сравнении? (Правило сравнения натуральных чисел.)

– Сравните:

$\frac{5}{9}$ и $\frac{5}{8}$ (Первая дробь меньше, т. к. у нее знаменатель больше, а числители одинаковые.)

$2\frac{8}{17}$ и $3\frac{2}{15}$ (Первое число меньше, т. к. у него целая часть меньше.)

$5\frac{4}{11}$ и $5\frac{7}{11}$ (Первое число меньше, т. к. у его дробной части числитель меньше, а знаменатели равны.)

$\frac{96}{97}$ и $\frac{97}{96}$ (Первое число меньше, т.к. это правильная дробь, а вторая – неправильная дробь.)

— Какими правилами пользовались для сравнения чисел? (Правилом сравнения дробей с одинаковыми знаменателями, с одинаковыми числителями, правилом сравнения смешанных чисел, правилом сравнения правильных и неправильных дробей.)

На доску вывешивается эталон (Д-1).

— Какие из дробей можно перевести в конечную десятичную дробь? (Дробь $\frac{5}{8}$.)

— Запишите эту дробь в виде десятичной и назовите эталоны, которые вы использовали. ($\frac{5}{8}=0{,}625$.)

Эталоны Д-2, Д-5 вывешиваются на доску.

– Верно ли утверждение, что дроби, записанные в каждом столбике, равны? Ответ свой обоснуйте.

3,7 и 3,03700

3,70 и 3,0370

3, 700 и 3,037

(Верно, т.к. приписывание нулей к знакам, стоящим после запятой, или отбрасывание, соответственно, нулей не изменяет десятичной дроби).

— Можно ли дроби каждого столбика записать в виде обыкновенных дробей или смешанных чисел? Ответ обоснуйте. (Да, можно, т. к. любую десятичную дробь можно представить в виде обыкновенной дроби или смешанного числа.)

На доску вывешивается эталон (Д-4).

— Что вы повторили?

На доску вывешивается карточка с пробным заданием (Д-7).

— Сравните числа: 7,48 и 9,1; 12,39 и 12,356.

— Что нового в задании? (Надо сравнить десятичные дроби.)

— Сформулируйте цель работы. (Научиться сравнивать десятичные дроби.)

— Сформулируйте тему урока. (Сравнение десятичных дробей.)

Тема фиксируется на доске.

— Выполните задание, обосновав свой результат.

— У кого нет ответа ни для одной пары?

— Сформулируйте свое затруднение. (Мы не смогли сравнить десятичные дроби.)

— У кого есть ответ для первой пары?

Если среди ответов будут неправильные, указать на это и попросить учащихся, кто получил неправильные ответы, сформулировать затруднение.

Следующий вопрос задать учащимся, которые получили правильный ответ.

— Почему вы решили, что первая дробь меньше второй? (Десятичные дроби – это другая запись дробей или смешанных чисел, и любую десятичную дробь можно записать в виде смешанного числа, а у первого смешанного числа целая часть меньше.)

— Вы правильно обосновали свой результат. Сформулируйте правило сравнения десятичных дробей, у которых целые части не равны.

Учащиеся предлагают варианты. Согласованный вариант вывешивается на доску (первая часть эталона Д-8).

— У кого нет ответа для второй пары чисел?

— Сформулируйте свое затруднение. (Мы не смогли сравнить десятичные дроби с одинаковыми целыми частями.)

— Кто сравнил вторую пару чисел, что вы получили?

На доску выставляются форматки с результатами.

— Какой эталон вы можете использовать для обоснования своего результата?

— В чем у вас затруднение? (Мы не можем предъявить эталон, которым воспользовались при сравнении десятичных дробей с одинаковыми целыми частями.)

3. Выявление места и причины затруднения

Цель:

1) организовать восстановление выполненных операций;

2) организовать фиксацию места (шага, операции), где возникло затруднение;

3) организовать соотнесение своих действий с используемыми эталонами (алгоритмом, понятием и т. д.);

4) на этой основе организовать выявление и фиксацию во внешней речи причины затруднения – тех конкретных знаний, умений или способностей, которых недостает для решения исходной задачи и задач такого класса или типа вообще.

Организация учебного процесса на этапе 3:

– Какое задание вы должны были выполнить? (Мы должны были сравнить десятичные дроби с разными и одинаковыми целыми частями.)

— Чем вы пользовались при выполнении задания? (...)

– Где возникло затруднение? (При сравнении десятичных дробей, при обосновании своих результатов.)

— Почему у вас возникло затруднение? (У нас нет правила сравнения десятичных дробей.)

4. Построение проекта выхода из затруднения

Цель:

организовать построение проекта выхода из затруднения:

— учащиеся ставят цель проекта (целью всегда является устранение причины возникшего затруднения);

— учащиеся уточняют и согласовывают тему урока;

— учащиеся определяют средства (алгоритмы, модели, справочники и т.д.);

— учащиеся формулируют шаги, которые необходимо сделать для реализации поставленной цели.

Организация учебного процесса на этапе 4:

– Сформулируйте цель вашей деятельности. (Построить правило сравнения десятичных дробей и научиться этим правилом пользоваться.)

— Чем вы можете воспользоваться при достижении цели? (Правилом представления десятичных дробей в виде обыкновенных дробей и смешанных чисел, алгоритмом сравнения дробей, смешанных чисел.)

— Составьте план действий. (Представить десятичные дроби в виде смешанных чисел, сравнить их, сделать вывод, сформулировать правило сравнения десятичных дробей.)

— Какой следующий шаг вы сделаете?

5. Реализация построенного проекта

Цель:

1) организовать реализацию построенного проекта в соответствии с планом;

2) организовать фиксацию нового способа действия в речи;

3) организовать фиксацию нового способа действия в знаках (с помощью эталона);

4) организовать фиксацию преодоления затруднения;

5) организовать уточнение общего характера нового знания (возможность применения нового способа действий для решения всех заданий данного типа).

Организация учебного процесса на этапе 5:

Дальше работу можно организовать в группах. Каждая группа реализует план для двух случаев. Группы вывешивают результаты на доску, одна группа комментирует свою работу, остальные дополняют и уточняют.

$7{,}48 = 7\frac{48}{100} \qquad 9{,}1 = 9\frac{1}{10}$

$7\frac{48}{100} < 9\frac{1}{10}$, т.к. $7 < 9$, значит, $7{,}48 < 9{,}1$

$4{,}05 = 4\frac{5}{100} \qquad 4{,}5 = 4\frac{5}{10}$

$4\frac{5}{100} \qquad 4\frac{5}{10} = 4\frac{50}{100}$

$4\frac{5}{100} < 4\frac{50}{100}$

$4{,}05 < 4{,}50$

$4{,}\underline{0}5 < 4{,}\underline{5} \qquad 0 < 5$

Согласованный вариант правила вывешивается на доску (Д-8).

6. Первичное закрепление во внешней речи

Цель:

организовать усвоение детьми нового способа действий при решении данного класса задач с их проговариванием во внешней речи: фронтально.

Организация учебного процесса на этапе 6:

– Проговорите правило друг другу.

На доску вывешивается карточка с заданием (Д-9).

– Сравните дроби:

1) 0,52 и 0,7;

2) 2,99 и 13,1;

3) 4,0986 и 4,1.

Первая пара сравнивается у доски с комментированием.

1) 0,52 < 0,7, целые части равны, цифра десятых в первой дроби меньше цифры десятых во второй дроби.

Вторая и третья пары десятичных дробей сравниваются в парах; проверка проводится по образцу (Д-10).

7. Самостоятельная работа с самопроверкой по эталону

Цель:

1) организовать самостоятельное выполнение учащимися типовых заданий на новый способ действия;

2) организовать соотнесение работы с эталоном для самопроверки (в случае, когда учащиеся начинают осваивать процедуру грамотного самоконтроля, возможно соотнесение работы с подробным образцом);

3) организовать вербальное сопоставление работы с эталоном для самопроверки* (в случае, когда способ действия состоит из нескольких шагов, – организация пошаговой проверки);

4) по результатам выполнения самостоятельной работы организовать рефлексию деятельности по применению нового способа действия.

---

* В случае, когда учащиеся начинают осваивать процедуру грамотного самоконтроля, возможно вербальное сопоставление работы с подробным образцом.

Организация учебного процесса на этапе 7:

— Что дальше вы должны сделать?

Для самостоятельной работы предлагается выполнить №785 (а, б, з, к, л), время выполнения 3 минуты. После выполнения учащиеся проверяют свою работу по эталону для самопроверки, который вывешивается на доску (Д-11).

— У кого возникли затруднения при сравнении первой пары чисел?
— В каком месте?
— Почему у вас возникло затруднение?
— У кого возникли затруднения при сравнении второй пары чисел?
— В каком месте?
— Почему у вас возникло затруднение?
— У кого возникли затруднения при сравнении третий пары чисел?
— В каком месте?
— Почему у вас возникло затруднение?
— У кого возникли затруднения при сравнении четвертой пары чисел?
— В каком месте?
— Почему у вас возникло затруднение?
— У кого возникли затруднения при сравнении пятой пары чисел?
— В каком месте?
— Почему у вас возникло затруднение?
— Кто правильно выполнил задание?

8. Включение в систему знаний и повторение

Цель:

1) тренировать навыки использования нового содержания совместно с ранее изученным: сравнение десятичных дробей;

2) повторить учебное содержание, которое потребуется на следующих уроках: решение уравнений, содержащих обыкновенные дроби.

Организация учебного процесса на этапе 8:

№ 786 (1, 3)

1) 0,1; 0,02; 0,003; 0,0004; 0,00005; **0,000006** – в порядке убывания;

3) 0,1; 0,11; 0,111; 0,1111; 0,11111; **0,111111** – в порядке возрастания.

№ 787 (1, 3).

1) 0,12345 > 0,0102030405; 3) 7,777777 < 50,50505050505.

Задание можно предложить выполнять в группах с предоставлением своих вариантов ответов на отдельном листе; проверяется выполнение всем классом и обсуждаются ошибки, их исправление с помощью правил.

№ 805 (а, в)

Задание выполняется у доски.

а) $7\frac{1}{6}x + x - 2\frac{11}{12}x + 1\frac{2}{3}x = 5\frac{3}{5}$

$7\frac{15}{60}x + x - 2\frac{55}{60}x + 1\frac{40}{60}x = 5\frac{36}{60}$

$435x + 60x - 175x + 100x = 336$

$420x = 336$

$x = 336 : 420$

$x = \frac{4}{5}$

Ответ: $\frac{4}{5}$.

в) $\left(2\frac{3}{8} - x\right) : 3\frac{1}{4} + 2\frac{13}{15} = 3\frac{1}{6}$

$\left(2\frac{3}{8} - x\right) : 3\frac{1}{4} = 3\frac{1}{6} - 2\frac{13}{15}$

$\left(2\frac{3}{8} - x\right) : 3\frac{1}{4} = 3\frac{5}{30} - 2\frac{26}{30}$

$\left(2\frac{3}{8} - x\right) : 3\frac{1}{4} = 2\frac{35}{30} - 2\frac{26}{30}$

$\left(2\frac{3}{8} - x\right) : 3\frac{1}{4} = \frac{3}{10}$

$\left(2\frac{3}{8} - x\right) = \frac{3}{10} \cdot 3\frac{1}{4}$

$2\frac{3}{8} - x = \frac{39}{40}$

$x = 2\frac{15}{40} - \frac{39}{40}$

$x = 1\frac{55}{40} - \frac{39}{40}$

$x = 1\frac{2}{5}$

Ответ: $1\frac{2}{5}$.

9. Рефлексия деятельности на уроке

Цель:

1) организовать фиксацию нового содержания, изученного на уроке;

2) организовать рефлексивный анализ учебной деятельности с точки зрения выполнения требований, известных учащимся;

3) организовать оценивание учащимися собственной деятельности на уроке;

4) организовать фиксацию неразрешенных затруднений на уроке как направлений будущей учебной деятельности;

5) организовать обсуждение и запись домашнего задания.

Организация учебного процесса на этапе 9:

– Чему же новому вы научились на уроке? (Сравнивать десятичные дроби.)

– Что же легче сравнивать: десятичные или обыкновенные дроби? (Десятичные.)

– Почему? (Приходится делать меньше операций, т. к. надо только сравнить их по разрядам.)

– Какие знания помогли вам в работе?
– Какие трудности встретили?
– Вы справились с ними?

Домашнее задание:

п. 4.1.4.; № 793, 813 (а – е), 815, 822*.

Тип урока: Р[12]

Тема: «Сравнение десятичных дробей»

Основные цели:

1) тренировать умение использовать правило сравнения десятичных дробей, способность к рефлексии собственной деятельности;

2) повторить и закрепить решение уравнений, задачи на дроби.

Оборудование.

Демонстрационный материал:

1) план работы на уроке-помощнике:

1. Подготовка к самостоятельной работе.

2. Самостоятельная работа № 1.

3. Самопроверка самостоятельной работы по образцу.

4. Самопроверка самостоятельной работы по эталону для самопроверки.

5. Фиксация места и причины ошибки или фиксация отсутствия затруднений.

6. Постановка цели деятельности.

7. Работа над ошибками или работа с дополнительными заданиями.

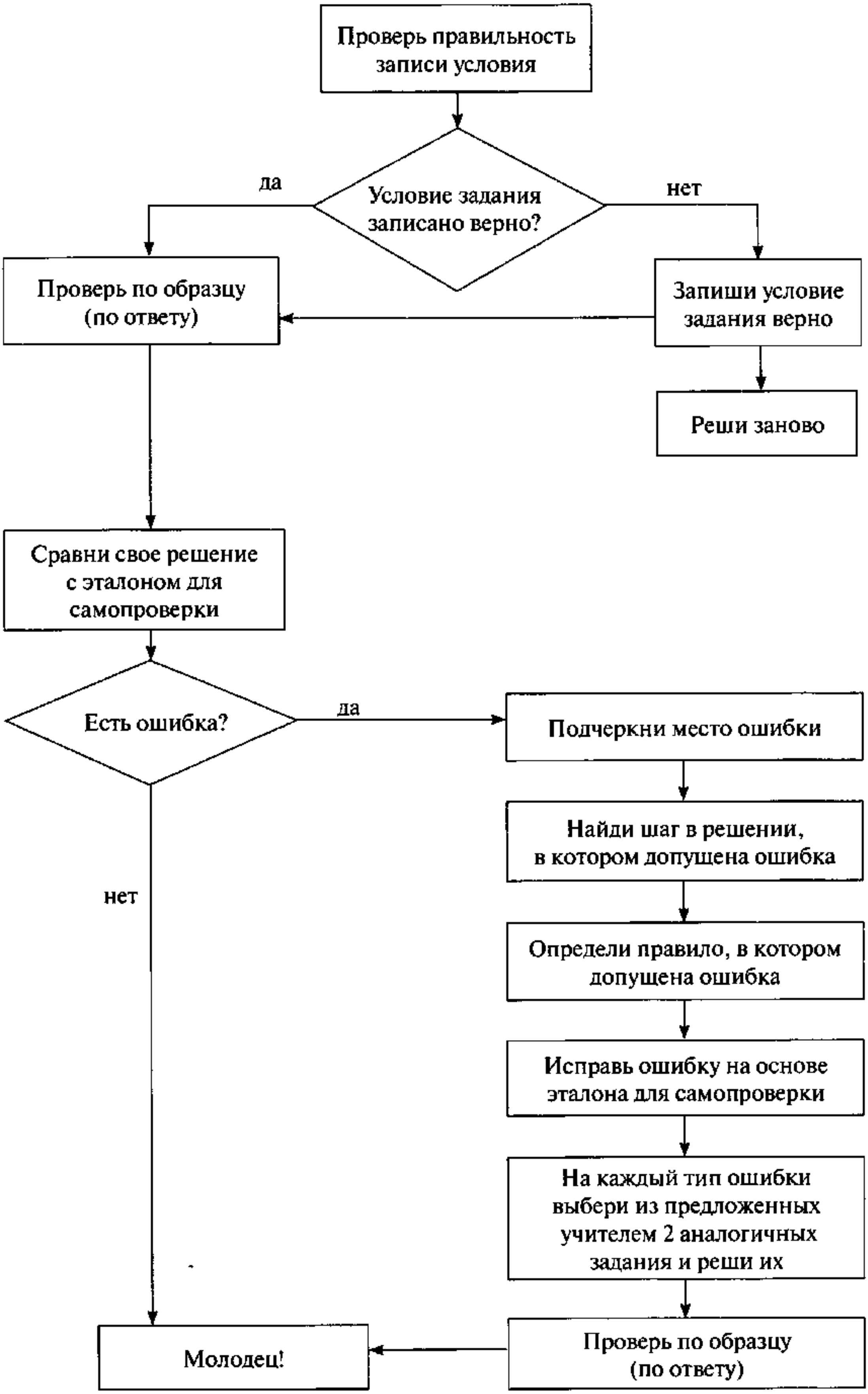
8. Самостоятельная работа № 2 и самопроверка.

9. Повторение.

10. Подведение итогов.

[12] Урок рефлексии

2) алгоритм самопроверки и работы над ошибками:



3) правило сравнения десятичных дробей (из урока № 138, Д-8);

4) задание для актуализации знаний:

17,200; 17,02; 17,2; 17,0200; 17,002.

73,025; 72,05; 7,034; 73,102.

а) 34,31* < 34,311; б) 5,2*1 > 5,281; в) 7,* < 7,2.

5) образец выполнения самостоятельной работы № 1:

а) 0,19 > 0,021; б) 3,5 = 3,500; в) 0,71 > 0,200; г) 4,567 < 4,9.

Раздаточный материал:

1) алгоритм работы над ошибками;
2) таблица фиксации результатов:

№ задания	Результат выполнения самостоятельной работы № 1 («+» или «?»)	№ алгоритма, понятия, вызвавшего затруднение	Исправлено при работе с заданиями по выбору	Исправлено по результату выполнения самостоятельной работы № 2
а) б) в) г)				
Дополнительное задание	Результат выполнения («+» или «?»)			
№ 794				

3) карточка для рефлексии:

1) Я могу сравнить десятичные дроби с одинаковыми целыми частями_________
2) Я могу сравнить десятичные дроби с разными целыми частями_____________
3) У меня остались затруднения при сравнении десятичных дробей____________

4) самостоятельная работа № 2:

Сравните дроби: а) 0,19 и 0,021; б) 3,5 и 3,500; в) 0,71 и 0,200; г) 4,567 и 4,9.

5) эталон для самопроверки самостоятельной работы № 1:

а) 0,19 и 0,021 **0,19 > 0,021**	Целые части равны; если целые части десятичных дробей одинаковые, то больше та дробь, у которой больше первый из не совпавших разрядов после запятой: 1 > 0.
б) 3,5 и 3,500 3,500 = 3,5; 3,5 = 3,500	У десятичных дробей справа можно приписывать нули и отбрасывать нули.

в) 0,71 и 0,200 **0,71 > 0,200**	Если целые части десятичных дробей одинаковые, то больше та дробь, у которой больше первый из не совпавших разрядов после запятой: 7 > 2.
г) 4,567 и 4,9 **4,567 < 4,9**	Если целые части десятичных дробей одинаковые, то больше та дробь, у которой больше первый из не совпавших разрядов после запятой: 5 < 9.

6) подробный образец выполнения дополнительного задания:

а) У десятичных дробей целая часть равна 1, после запятой – любые цифры; б) У дробей 0 целых, 1 десятая, начиная с цифры сотых – любая цифра; в) 0,01, начиная с цифры тысячных – любая цифра; г) 0,001, начиная с цифры десятитысячных – любая цифра.

7) самостоятельная работа № 2:

Сравни: а) 5,17 и 5,15; б) 34,21 и 34,1209; в) 2,73 и 2,7300; г) 7,39 и 7,8.

8) эталон для самопроверки самостоятельной работы № 2:

а) 5,17 и 5,15 **5,17 > 5,15**	Если целые части десятичных дробей одинаковые, то больше та дробь, у которой больше первый из не совпавших разрядов после запятой: 7 >5.
б) 34,21 и 34,1209 **34,21 > 34,1209**	Если целые части десятичных дробей одинаковые, то больше та дробь, у которой больше первый из не совпавших разрядов после запятой: 2 > 1.
в) 2,73 и 2,7300 2,7300 = 2,73; 2,73 = 2,73000	У десятичных дробей справа можно приписывать нули и отбрасывать нули.
г) 7,39 и 7,8 **7,39 < 7,8**	Если целые части десятичных дробей одинаковые, то больше та дробь, у которой больше первый из не совпавших разрядов после запятой: 3 < 8.

9) задания для выбора:

Сравни: а) 1,81 и 1,9; в) 1,5 и 1,27; д) 51,112 и 51, 12; б) 1,14 и 1,3; г) 3,86 и 4,65; е) 20,9 и 19,911. Ответ: а) 1,81 < 1,9; б) 1,14 > 1,3; в) 1,5 > 1,27; г) 3,86 < 4,65; д) 51,112 < 51, 12; е) 20,9 > 19,911.

ХОД УРОКА

1. Мотивация к коррекционной деятельности

Цель:

1) организовать деятельность учащихся по установке тематических рамок: сравнение десятичных дробей;

2) сформулировать основную образовательную цель урока: тренировать умение сравнивать десятичные дроби;

3) создать условия для возникновения у ученика внутренней потребности включения в коррекционную деятельность.

Организация учебного процесса на этапе 1:

На доске пронумерованные эталоны Д-1 – Д-3, на столах карточки Р-1 – Р-3.

– Здравствуйте, ребята! Какую тему вы изучали на прошлых уроках? (Сравнение десятичных дробей.)

– Что необходимо сделать, чтобы идти дальше? (Потренироваться в применении правила сравнения дробей и проверить, хорошо ли тема усвоена.)

– Какую цель вы поставите перед собою? (Проверить усвоение правила сравнения дробей.)

– Каждый сегодня сможет выяснить, насколько хорошо усвоил тему «Сравнение дробей».

2. Актуализация знаний и фиксация затруднения в индивидуальной деятельности

Цель:

1) организовать повторение способов действий, запланированных для рефлексивного анализа учащимися (определений, алгоритмов, свойств и т. д.): актуализировать знания правила сравнения десятичных дробей;

2) актуализировать соответствующие мыслительные операции, внимание, память и т. д.: сравнение, анализ, аналогия, обобщение;

3) организовать фиксацию актуализированных способов действий в речи;

4) организовать фиксацию актуализированных способов действий в знаках (эталоны)[14];

5) обозначить основные используемые в самостоятельной работе эталоны (A_1, A_2, $П_1$, *В*, *О* и т. д.);

6) организовать обобщение актуализированных понятий, правил, способов действий и т. д.;

7) организовать уточнение алгоритма исправления ошибок, который будет использоваться на уроке;

8) мотивировать учащихся к написанию самостоятельной работы № 1 на применение способов действий, запланированных для рефлексивного анализа;

9) организовать выполнение самостоятельной работы № 1 с фиксацией учащимися в каждом задании используемого эталона (A_1, A_2, $П_1$ и т. д.);

10) организовать самопроверку учащимися своих работ по образцу и фиксацию полученных результатов (без исправления ошибок);

11) организовать мотивацию учашихся к сопоставлению работ по эталону для самопроверки с целью:

а) выявления места и причины затруднения;

б) самопроверки хода решения и правильности фиксации используемого эталона.

Организация учебного процесса на этапе 2:

На доску вывешиваются карточки с заданиями.

– С чего вы начнете работу?

– Назовите среди данных чисел пары равных дробей. Обоснуйте свой ответ.

---

[14] Все эталоны для 1—6 классов представлены в методическом пособии Л. Г. Петерсон, Л. А. Грушевской, М. А. Кубышевой «Построй свою математику». – М.: УМЦ «Школа 2000...», 2007.

17,200; 17,02; 17,2; 17,0200; 17,002. (17,200 = 17,2; 17,02 = 17,0200.)

– Назовите номер эталона, которым вы воспользовались при выполнении задания.

– Какая из данных дробей наименьшая? Почему? (17,002, т.к. в разряде десятых и сотых этой дроби цифры меньше, чем у остальных дробей.)

– Назовите цифры, которые можно поставить вместо звездочек, чтобы получились верные неравенства:

а) 34,31* < 34,311; б) 5,2*1 > 5,281; в) 7,* < 7,2.

– Каким правилом вы пользовались при выполнении заданий? (Правилом сравнения десятичных дробей.)

– Пользуясь цифрами 1, 0, 2, 5, придумайте три десятичные дроби, которые меньше, чем 1,5.

– Пользуясь алгоритмом сравнения десятичных дробей, назовите дроби в порядке возрастания: 73,025; 72,05; 7,034; 73,102. (7,034; 72,05; 73,025; 73,102.)

– Что вы повторили?

– Что вы дальше будете делать?

– С какой целью вы сейчас будете выполнять самостоятельную работу? (...)

Учащимся раздаются карточки (Р-4) с текстом самостоятельной работы.

– Работать вы будете 5 минут.

После выполнения работы:

– Что вы сейчас должны сделать?

– С какой целью вы будете проверять работы по образцу?

– Как вы будете фиксировать результаты проверки?

На доску вывешивается образец для проверки работы (Д-5).

Учащиеся проверяют выполнение задания по образцу, фиксируя результаты в таблице фиксации результатов (Р-2).

– Что вы можете сказать о результатах?

– У кого возникли затруднения при выполнении заданий?

– Что дальше вы будете делать? (Мы должны сопоставить свои работы с эталоном для самопроверки.)

– С какой целью вы будете сверять работы с эталоном для самопроверки?

3. Локализация индивидуальных затруднений

Цель:

организовать пошаговое сопоставление работ по эталону для самопроверки (фронтально, с проговариванием во внешней речи):

а) организовать выявление учащимися места затруднения;

б) организовать выявление учащимися причины затруднения;

в) организовать фиксацию отсутствия затруднений в ходе решения и его обосновании.

<u>Организация учебного процесса на этапе 3:</u>

Учащимся раздаются эталоны для самопроверки самостоятельной работы № 1 (Р-5).

– Какие правила вы использовали при выполнении заданий?

– У кого возникли затруднения при выполнении задания?

– В каком месте?

– Почему возникли затруднения?

– Поднимите руки, у кого работа совпала с эталоном для самопроверки?

– Что вы можете сказать? (У нас нет затруднений.)

4. *Постановка цели коррекционной деятельности*

Цель:

Организовать постановку учащимися индивидуальных целей своей дальнейшей деятельности.

Организация учебного процесса на этапе 4:

– Если у вас нет затруднений, что вы будете делать? (Мы будем выполнять дополнительные задания.)

– Сформулируйте цель своей деятельности.

– Какую цель ставят для себя те учащиеся, у которых возникли затруднения? (Исправить ошибки, потренироваться в решении аналогичных заданий.)

5. *Коррекция выявленных затруднений*

Цель:

1) на основе алгоритма исправления ошибок организовать согласование плана достижения этой цели;

2) организовать реализацию согласованного плана действий;

для учащихся, допустивших ошибок:

а) организовать исправление ошибок с помощью предложенного эталона для самопроверки;

б) организовать выполнение учащимися заданий на те способы действий, в которых допущены ошибки (часть заданий может войти в домашнюю работу);

в) организовать самопроверку заданий;

для учащихся, не допустивших ошибки:

организовать выполнение учащимися заданий более высокого уровня сложности по данной теме, заданий пропедевтического характера или заданий, требующих построения новых методов решения.

Организация учебного процесса на этапе 5:

– Учащимся, у которых не было затруднений, я предлагаю выполнить № 795.

Учащиеся продолжают работать в тетрадях.

Учащиеся, допустившие ошибки в самостоятельной работе, работают сами, используя известную им схему выхода из затруднения, эталоны для самопроверки, находят и исправляют свои ошибки.

Для тренинга учащимся предлагается карточка с заданиями для выбора (Р-9) с ответами. По результатам работы с заданиями для выбора заполняется четвертый столбик таблицы результатов.

6. *Обобщение затруднений во внешней речи*

Цель:

1) организовать обсуждение типовых затруднений;

2) организовать проговаривание формулировок способов действий, которые вызвали затруднение.

Организация учебного процесса на этапе 6:

– Какие ошибки были допущены при выполнении работы?

– Сформулируйте правила, на которые были допущены ошибки.

– Что надо сделать, чтобы в дальнейшем не возникало затруднений?

7. Самостоятельная работа с самопроверкой по эталону

Цель:

для учащихся, допустивших ошибки:

1) организовать выполнение самостоятельной работы № 2, аналогичной самостоятельной работе № 1 (учащиеся выбирают задания только на те способы действий, в которых были допущены ошибки);

2) организовать самопроверку учащимися своих работ по эталону для самопроверки и знаковую фиксацию результатов;

3) организовать фиксацию преодоления возникшего ранее затруднения;

для учащихся, не допустивших ошибок:

организовать самопроверку учащимися заданий, требующих построения новых методов решения, или заданий пропедевтического характера по подробному образцу.

Организация учебного процесса на этапе 7:

– Что вы дальше должны сделать?

– С какой целью вы будете выполнять вторую самостоятельную работу?

– Как вы будете работать?

Для выполнения второй самостоятельной работы учащимся раздаются карточки (Р-7).

Самостоятельная работа проверяется учащимися по эталону для самопроверки (Р-8). В результате проверки заполняется последний столбик в таблице результатов. Заполненную таблицу учащиеся в конце урока сдают учителю.

Учащиеся, выполнявшие дополнительное задание, сопоставляют свои работы с образцом (Р-6).

– Кому удалось справиться с затруднениями?

– У кого остались затруднения?

– Кто работал с дополнительными заданиями, что вам удалось сделать?

8. Включение в систему знаний и повторение

Цель:

тренировать навыки решения уравнений и задач на части и проценты.

Организация учебного процесса на этапе 8:

№ 805 (б, г)

Реши уравнения:

б) $1\frac{2}{7} + 2\frac{1}{3}x + \frac{3}{14} + x = 9$

$3\frac{1}{3}x = 9 - 1\frac{1}{2}$

$3\frac{1}{3}x = 7\frac{1}{2}$

г) $4\frac{1}{2} - 5\frac{1}{3} : \left(20x - 14\frac{2}{3}\right) = 1\frac{5}{6}$

$5\frac{1}{3} : \left(20x - 14\frac{2}{3}\right) = 4\frac{1}{2} - 1\frac{5}{6}$

$4\frac{3}{6} - 1\frac{5}{6} = 3\frac{9}{6} - 1\frac{5}{6} = 2\frac{4}{6} = 2\frac{2}{3}$

$x = \frac{15}{2} : \frac{10}{3}$; $\frac{15}{2} : \frac{10}{3} = \frac{15 \cdot 3}{2 \cdot 10} = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$

$x = 2\frac{1}{4}$

Ответ : $2\frac{1}{4}$.

$5\frac{1}{3} : \left(20x - 14\frac{2}{3}\right) = 2\frac{2}{3}$

$\left(20x - 14\frac{2}{3}\right) = 5\frac{1}{3} : 2\frac{2}{3}$

$\frac{16}{3} : \frac{8}{3} = \frac{16}{3} \cdot \frac{3}{8} = 2$

$\left(20x - 14\frac{2}{3}\right) = 2$

$20x = 2 + 14\frac{2}{3}$

$20x = 16\frac{2}{3}$

$x = 16\frac{2}{3} : 20$

$x = 1\frac{1}{4}$

Ответ: $1\frac{1}{4}$.

Рекомендуется задать учащимся дополнительные вопросы о возможности перевода полученных результатов в десятичные дроби. Затем можно предложить учащимся представить ответы в виде десятичных дробей.

Ответ: 2,25 Ответ: 1,25.

№ 807

Задача решается у доски.

1) $15 : \frac{3}{4} = 20$ (м) – длина поля;

2) $15 \cdot 20 = 300$ (м^2) – площадь поля;

3) $300 \cdot \frac{2}{5} = 120$ (м^2) – засеяно капустой;

4) $300 - 120 = 180$ (м^2) – засеяно морковью;

5) $180 \cdot 10 = 1800$ (кг) – моркови;

6) $120 \cdot 12 = 1440$ (кг) – капусты;

7) $1800 + 1440 = 3240$ (кг) – всего овощей;

8) $3240 : 40 = 81$ (м.) – всего мешков;

9) $81 \cdot \frac{1}{3} = 27$ (м.) – увез трактор в первый раз;

10) $81 - 27 = 54$ (м.) осталось;

11) $54 \cdot \frac{5}{9} = 30$ (м.) увез во второй раз;

12) $54 - 30 = 24$ (м.).

Ответ: 24 мешка увез «Митя» в третий раз.

9. Рефлексия деятельности на уроке

Цель:

1) организовать фиксацию степени соответствия поставленной цели и результатов деятельности;

2) организовать вербальную фиксацию причин (алгоритмов, правил, понятий и т.д.) возникших на уроке затруднений;

3) организовать вербальную фиксацию способа исправления возникших ошибок (алгоритм исправления ошибок);

4) организовать фиксацию неразрешенных на уроке затруднений как направление будущей деятельности;

5) организовать оценивание учащимися собственной работы на уроке;

6) организовать обсуждение и запись домашнего задания.

Организация учебного процесса на этапе 9:

– Над чем вы сегодня работали?

– Какие цели ставили перед собой?

– Кто достиг поставленных целей?

– Какие правила использовали?

– С какими трудностями столкнулись?

– Что нужно сделать, чтобы не допустить ошибки в дальнейшем?

– Проанализируйте свою работу.

Учащиеся работают с карточками для рефлексии (Р-3).

Домашнее задание:

Карточка с заданиями для выбора, № 814; 815 (1); 817.

Тип урока: ОК[15]

Тема: «Понятие десятичной дроби» (контрольная работа)

Основные цели:

1) формировать способность учащихся к осуществлению процедуры контроля;

2) тренировать способность к рефлексии деятельности, фиксированию собственных затруднений по теме «Понятие десятичной дроби», выявлению их причин и построению выхода из затруднений;

3) контроль ЗУН по теме «Понятие десятичной дроби».

Оборудование.

Демонстрационный материал:

1) алгоритм самопроверки работ и работы над ошибками;

2) алгоритм десятичной записи (из урока № 131[16], Д-4);

3) правило перевода обыкновенной дроби в десятичную дробь (из урока № 136, Д-6);

4) правило сравнения десятичных дробей (из урока № 138, Д-8);

5) правило приписывания и отбрасывания нулей (из урока № 132, Д-5);

6) условие перевода десятичной дроби в обыкновенную (из урока № 133, Д-9);

7) условие перевода обыкновенной дроби в десятичную дробь (из урока № 133, Д-11);

---

[15] Урок обучающего (развивающего) контроля.

[16] См. пособие на диске CD «Сценарии уроков к учебнику "Математика" для 5 класса по программе "Учусь учиться"».

8) перевод обыкновенной дроби в десятичную дробь (из урока № 133, Д-12);

9) критерий выставления оценок за работу:

№ задания	№ 1	№ 2	№ 3	№ 4	№ 5	№ 6
«чистый»	2	2	2	5	2	2
«грязный»	1	1	1	2	1	1

«5» – 14–15 баллов
«4» – 13–10 баллов
«3» – 8–9 балла

7*) 5 баллов 8*) 5 баллов

Задания 7* и 8* оцениваются отдельной отметкой
«5» – 10 баллов
«4» – 5 баллов

10) образец выполнения контрольной работы:

Вариант 1	**Вариант 2**
1. а) 2,036; б) 0,017; в) 0,7; г) 0,55; д) 0,875.	1. а) 0,021; б) 1,0008; в) 0,68; г) 0,25; д) 0,036.
2. а) 3,99 < 30,1; б) 9,6 > 9,587; в) 7,210478 < 7,2105.	2. а) 17,8 > 1,87; б) 15,3 > 15,295; в) 3,5413 > 3,541236.
3. 25 дм = 2,5 м; 3 см = 0,03 м; 164 мм = 0,164 м.	3. 128 дм = 12,8 м; 27 см = 0,27 м; 68 мм = 0,068 м.
4. Ответ: ребята привезли 42 кг яблок.	4. Ответ: за третий день поезд проехал 192 км
5. а) 745 030; 745 000; 745 000; 750 000; б) 50; 48; 48,3; 48,30; 48,295.	5. а) 370 520; 370 500; 371 000; 370 000; б) 80; 84; 84,0; 83,95; 83,955.
6. 147	6. 190

7*. $36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$ $0{,}194... \approx 0{,}19$	7*. 17 – простое число $0{,}529... \approx 0{,}53$
8*. 6,1; 7,12	8*. 9,22; 11,2

Раздаточный материал:

1) контрольная работа:

Вариант 1.

1. Запиши в виде десятичной дроби:

а) $2\frac{36}{1000}$; б) $\frac{17}{10000}$; в) $\frac{35}{50}$; г) $\frac{11}{20}$; д) $\frac{7}{8}$.

2. Сравни дроби:
а) 3,99 и 30,1; б) 9,6 и 9,587; в) 7,210478 и 7,2105.
3. Вырази в метрах: 25 дм; 3 см; 164 мм.
4. Ребята из летнего лагеря собрали яблоки. Первый отряд собрал 105 кг яблок, что составило $\frac{5}{7}$ количества яблок, собранных вторым отрядом. После сбора урожая ребятам разрешили взять $\frac{1}{6}$ всех собранных ими яблок. Сколько яблок привезли ребята из этих отрядов в свой лагерь?
5. а) Округли число 745 029 до десятков, сотен, тысяч, десятков тысяч.
б) Округли число 48,2951 до десятков, единиц, десятых, сотых, тысячных.
6. Найди значение выражения: $5x + 2x - 98$, если $x = 35$.

7*. Докажи, что дробь $\frac{7}{36}$ нельзя представить в виде конечной десятичной дроби, и замени ее десятичной дробью с точностью до сотых.
8*. Продолжи ряд: 2,02; 3,04; 4,06; 5,08; ...

Вариант 2.

1. Запиши в виде десятичной дроби:

а) $\frac{21}{1000}$; б) $1\frac{8}{10000}$; в) $\frac{17}{25}$; г) $\frac{1}{4}$; д) $\frac{9}{250}$.

2. Сравни дроби:
а) 17,8 и 1,87; б) 15,3 и 15,295; в) 3,5413 и 3,541236.
3. Вырази в метрах: 128 дм; 27 см; 68 мм.
4. В первый день поезд прошел 126 км, что составило $\frac{7}{9}$ пути, пройденного им во второй день, а в третий день он прошел $\frac{2}{3}$ расстояния, пройденного за два дня. Сколько километров проехал поезд за третий день?
5. а) Округли число 370 518 до десятков, сотен, тысяч, десятков тысяч.
б) Округли число 83,9547 до десятков, единиц, десятых, сотых, тысячных.

6. Найди значение выражения: $9x - 5x + 78$, если $x = 28$.

7*. Докажи, что дробь $\frac{9}{17}$ нельзя представить в виде конечной десятичной дроби, и замени ее десятичной дробью с точностью до сотых.

8*. Продолжи ряд: 1,3; 3,28; 5,26; 7,24; ...

2) эталон для самопроверки выполнения работы:

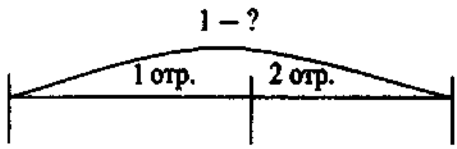
Вариант 1	
1. а) $2\frac{36}{1000} = 2\frac{036}{1000} = 2{,}036$	1) Уравнять число цифр в числителе с числом нулей в знаменателе. 2) Записать целую часть. 3) Поставить запятую. 4) Записать числитель дробной части.
б) $\frac{17}{10000} = \frac{0017}{10000} = 0{,}0017$ в) $\frac{35}{50} = \frac{7}{10} = 0{,}7$	Дробь сократима, сократить дробь. Знаменатель разложить на простые множители. Уравнять количество 5 и 2. Записать результат.
г) $\frac{11}{20}$ $20 = 2 \cdot 2 \cdot 5$ $\frac{11 \cdot 5}{2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{55}{100} = 0{,}55$	Дробь несократима. Знаменатель разложить на простые множители. Уравнять количество 5 и 2. Записать результат.
д) $\frac{7}{8}$ $8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$ $\frac{7 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{875}{1000} = 0{,}875$	Дробь несократима. Знаменатель разложить на простые множители. Уравнять количество 5 и 2. Записать результат.
2. а) $\underline{3},99 < \underline{30},1$	Меньше та дробь, у которой целая часть меньше.
б) $9{,}\underline{6} > 9{,}\underline{5}87$	Больше та дробь, у которой больше первый из не совпавших разрядов после запятой.
в) $7{,}210\underline{4}78 < 7{,}210\underline{5}$	Меньше та дробь, у которой меньше первый из не совпавших разрядов после запятой.

<table>
<tr>
<td>
3.

$25 \text{ дм} = \frac{25}{10} \text{ м} = 2\frac{5}{10} \text{ м} = 2{,}5 \text{ м}$

$3 \text{ см} = \frac{3}{100} \text{ м} = 0{,}03 \text{ м}$

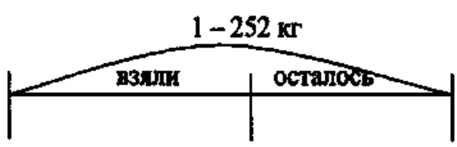
$164 \text{ мм} = \frac{164}{1000} \text{ м} = 0{,}164 \text{ м}$
</td>
<td>
1 м = 10 дм

1 м = 100 см
1 м = 1000 мм
</td>
</tr>
<tr>
<td>
4.


$105 \text{ кг} - \frac{5}{7}$ 2 отр. ?

1) $105 : \frac{5}{7} = \frac{105 \cdot 7}{5} = 147$ (кг) —
собрал второй отряд

2) 105 + 147 = 252 (кг) – собрали оба отряда



– ?

3) $252 \cdot \frac{1}{6} = 42$ (кг)

Ответ: 42 кг яблок взяли.
</td>
<td>
Задача по нахождению целого по части (целое количество, которое собрал 2-й отряд)
$b = a \cdot \frac{m}{n}$
$a = b : \frac{m}{n}$

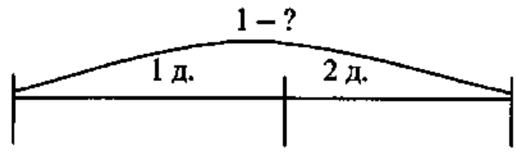
Задача на нахождение дроби от числа (общее количество собранных яблок)

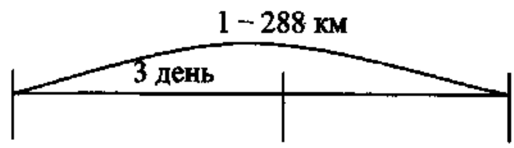
$b = a \cdot \frac{m}{n}$
</td>
</tr>
<tr>
<td>
5.
а)
$7450\underline{2}9 \approx 745030$
$745\underline{0}29 \approx 745000$
$74\underline{5}029 \approx 745000$
$7\underline{4}5029 \approx 750000$
</td>
<td>
Если первая из отбрасываемых цифр больше или равна 5, то последняя сохраняемая цифра увеличивается на 1.
Отбрасываемые цифры заменяются нулями.
Если первая из отбрасываемых цифр меньше 5, то последняя сохраняемая цифра не меняется.
Отбрасываемые цифры заменяются нулями.
Если первая из отбрасываемых цифр меньше 5, то последняя сохраняемая цифра не меняется. Отбрасываемые цифры заменяются нулями и у десятичных дробей отбрасываются.
</td>
</tr>
</table>

б) $\underline{4}8{,}2951 \approx 50$ $4\underline{8}{,}2951 \approx 48$ $48{,}\underline{2}951 \approx 48{,}3$ $48{,}2\underline{9}51 \approx 48{,}30$ $48{,}29\underline{5}1 \approx 48{,}295$	Если первая из отбрасываемых цифр больше или равна 5, то последняя сохраняемая цифра увеличивается на 1. Отбрасываемые цифры заменяются нулями и у десятичных дробей отбрасываются.
6. $5x + 2x - 98 = 7x - 98$ Если $x = 35$, то $7 \cdot 35 - 98 = 245 - 98 = 147$.	Упростить буквенное выражение, применяя распределительное свойство. Найти значение буквенного выражения при данном значении буквы.

Вариант 2	
1. а) $\dfrac{21}{1000} = \dfrac{021}{1000} = 0{,}021$ б) $1\dfrac{8}{10000} = 1\dfrac{0008}{10000} = 1{,}0008$ в) $\dfrac{17}{25}$ $25 = 5 \cdot 5$ $\dfrac{17 \cdot 2 \cdot 2}{5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2} = \dfrac{68}{100} = 0{,}68$ г) $\dfrac{1}{4}$ $4 = 2 \cdot 2$ $\dfrac{1 \cdot 5 \cdot 5}{2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5} = \dfrac{25}{100} = 0{,}25$ д) $\dfrac{9}{250}$ $250 = 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$ $\dfrac{9 \cdot 2 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5} = \dfrac{36}{1000} = 0{,}036$	1) Уравнять число цифр в числителе с числом нулей в знаменателе. 2) Записать целую часть. 3) Поставить запятую. 4) Записать числитель дробной части. Дробь несократима. Знаменатель разложить на простые множители. Уравнять количество 5 и 2. Записать результат. Дробь несократима. Знаменатель разложить на простые множители. Уравнять количество 5 и 2. Записать результат. Дробь несократима. Знаменатель разложить на простые множители. Уравнять количество 5 и 2. Записать результат.
2. а) $\underline{17}{,}8 > \underline{1}{,}87$ б) $15{,}\underline{3} > 15{,}\underline{2}95$ в) $3{,}541\underline{3} > 3{,}541\underline{2}36$	Больше та дробь, у которой целая часть больше. Больше та дробь, у которой больше первый из не совпавших разрядов после запятой. Больше та дробь, у которой больше первый из не совпавших разрядов после запятой.

<table>
<tr><td>3.
$128\text{ дм} = \frac{128}{10}\text{ м} = 12\frac{8}{10}\text{ м} = 12{,}8\text{ м}$
$27\text{ см} = \frac{27}{100}\text{ м} = 0{,}27\text{ м}$
$68\text{ мм} = \frac{68}{1000}\text{ м} = 0{,}068\text{ м}$</td><td>1 м = 10 дм
1 м = 100 см
1 м = 1000 мм</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>4.


$126\text{ км} - \frac{7}{9}$ 2 д. ?
1) $126 : \frac{7}{9} = \frac{126 \cdot 9}{7} = 18 \cdot 9 = 162$ (км) –
прошел во второй день
2) 126 + 162 = 288 (км) – прошел за два дня


$\frac{2}{3}$ – ?
3) $288 \cdot \frac{2}{3} = 96 \cdot 2 = 192$ (км)
Ответ: 192 км прошел за третий день.</td><td>Задача на нахождение целого по части (целое – расстояние, пройденное во второй день)
$b = a \cdot \frac{m}{n}$
$a = b : \frac{m}{n}$

Задача на нахождение дроби от числа (расстояние, пройденное в третий день)
$b = a \cdot \frac{m}{n}$</td></tr>
<tr><td>5.
а)
370518 ≈ 370520
370518 ≈ 370500
370518 ≈ 371000
370518 ≈ 370000</td><td>Если первая из отбрасываемых цифр больше или равна 5, то последняя сохраняемая цифра увеличивается на 1.
Отбрасываемые цифры заменяются нулями.
Если первая из отбрасываемых цифр меньше 5, то последняя сохраняемая цифра не меняется.
Отбрасываемые цифры заменяются нулями.</td></tr>
</table>

б) $\underline{8}3{,}9547 \approx 80$ $8\underline{3}{,}9547 \approx 84$ $83{,}\underline{9}547 \approx 84{,}0$ $83{,}9\underline{5}47 \approx 83{,}95$ $83{,}95\underline{4}7 \approx 83{,}955$	Если первая из отбрасываемых цифр меньше 5, то последняя сохраняемая цифра не меняется. Отбрасываемые цифры заменяются нулями и у десятичных дробей отбрасываются. Если первая из отбрасываемых цифр больше или равна 5, то последняя сохраняемая цифра увеличивается на 1. Отбрасываемые цифры заменяются нулями и у десятичных дробей отбрасываются.
6. $9x - 5x + 78 = 4x + 78$ Если $x = 28$, то $4 \cdot 28 + 78 = 112 + 78 = 190$.	Упростили буквенное выражение, применяя распределительное свойство Найти значение буквенного выражения при данном значении буквы.

3) подробный образец выполнения дополнительного задания:

Вариант 1

7*) $36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$

$$\begin{array}{r|l} -\,7{,}00000 & 36 \\ \cline{2-2} \underline{36} & 0{,}194\ldots \\ -\,340 & \\ \underline{324} & \\ 160 & \end{array}$$

$0{,}194\ldots \approx 0{,}19$

8*) Целая часть на 1 больше, дробная часть на две сотых больше: 6,1

Вариант 2

7*) 17 – простое число

$$\begin{array}{r|l} -\,9{,}00000 & 17 \\ \cline{2-2} \underline{85} & 0{,}529\ldots \\ -\,50 & \\ \underline{34} & \\ 160 & \end{array}$$

$0{,}529\ldots \approx 0{,}53$

8*) Дробная часть увеличивается на 98 сотых, а целая часть – на 1 целую: 9,22

№ 811.

$-5 + 4 - 2 - 1 + 3 = -1$; $-5 + 3 - 1 + 4 - 2 = -1$; $-5 + 4 + 3 - 1 - 2 = -1$;
$-5 - 2 + 4 - 1 + 3 = -1$; $-5 - 1 + 4 - 2 + 3 = -1$; $-5 - 2 + 4 + 3 - 1 = -1$.

4) задание для выбора:

1. Запиши обыкновенные дроби в виде десятичных дробей:

$\frac{5}{10}$; $\frac{21}{100}$; $\frac{19}{10}$; $\frac{6}{100}$; $\frac{3456}{100}$; $\frac{897653}{10000}$; $4\frac{3}{10}$; $15\frac{12}{100}$; $43\frac{125}{1000}$; $100\frac{1234}{10000}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{50}$; $\frac{17}{25}$; $\frac{103}{250}$

2. Запиши десятичные дроби в виде обыкновенных дробей:
0,3; 0,39; 0,007; 6,81; 905,023.

3. Вырази длину отрезка в метрах и запиши ее в виде десятичной дроби:
3 см; 128 см; 18 см; 7 дм; 2 дм 4 см.

4. Округли числа:

а) 0,0324 до тысячных; в) 2,087 до десятых;
б) 4,3 до единиц; г) 5327 до сотен.

5. Сравни дроби:

а) 0,3 и 0,31; в) 0,46 и 0,5;
б) 2,078 и 2,088; г) 0,0067 и 0,067.

6. В туристическом походе участвовало 90 учеников пятых классов. Это составило $\frac{3}{4}$ всех учащихся пятых классов. Сколько в школе учащихся пятых классов? Составь и реши обратную задачу.

Ответ:

1. 0,2; 0,21; 1,9; 34,56; 89,7653; 4,3; 15,12; 43,125; 100,1234; 0,5; 0,06; 0,68; 0,103

2. $\frac{3}{10}$; $\frac{39}{100}$; $\frac{7}{1000}$; $6\frac{81}{100}$; $905\frac{23}{100}$.

3. 0,03 м; 1,28 м; 0,18 м; 0,7 м; 0,24 м.

4. а) 0,032; б) 4; в) 2,1; г) 5300.

5. а) $>$; б) $<$; в) $<$; г) $<$.

6. Ответ: в пятых классах 120 учеников.

5) таблица для фиксации результатов:

№ задания	Выполнено «+» или «?»	№ правила	Исправлено в процессе работы	Исправлено в самостоятельной работе № 2.
1. а) б) в) г) д)				
2. а) б) в)				

3). 1 величина 2 величина 3 величина				
4.				
5. а) б)				
6.				
Дополнительные задания	Выполнение			
7* 8* № 811				

б) карточка для этапа рефлексии:

№ задания	Содержание	Оценка	Упражнения
1.	Запись в виде десятичной дроби		
2.	Сравнение десятичных дробей		
3.	Перевод величин		
4.	Округление а) натуральные числа б) десятичные дроби		
5.	Нахождение значений выражений		
6.	Решение задачи на дроби		

ХОД УРОКА

Урок 1

1. Мотивация к контролирующей деятельности

Цель:

1) организовать деятельность учащихся по установке тематических рамок: понятие десятичной дроби;

2) сформулировать основную образовательную цель урока: проверить знания по теме «Понятие десятичной дроби»;

3) создать условия для возникновения у ученика внутренней потребности включения в контролирующую деятельность.

Организация учебного процесса на этапе 1:

– Какой урок вы проводили накануне? (Мы готовились к контрольной работе, проводили анализ знаний по теме «Понятие десятичной дроби».)

– Сегодня вы продолжите учиться оценивать свою работу, анализировать свои знания по теме «Понятие десятичной дроби» и применять их при выполнении контрольной работы. На прошлых уроках вы хорошо работали, и я уверена, что с данной работой вы справитесь.

– После того как вы выполните контрольную работу, вы ее будете проверять по образцу и оценивать выполнение работы. Вам предлагается критерий оценивания данной работы (Д-9).

2. Актуализация знаний и фиксация затруднения в индивидуальной деятельности

Цель:

1) актуализировать знания алгоритмов перевода обыкновенных дробей в десятичные дроби, алгоритов перевода десятичных дробей в обыкновенные дроби, округления чисел, сравнения десятичных дробей, алгоритма перевода более мелких единиц длины в более крупные; решение задач на дроби, нахождение буквенных выражений;

2) организовать фиксацию актуализированных способов действий в речи (название способов действий);

3) организовать фиксацию актуализированных способов действий в знаках (эталоны) [17];

4) мотивировать учащихся к написанию контрольной работы;

5) организовать выполнение контрольной работы;

6) организовать самопроверку учащимися своих работ по образцу и фиксацию полученных результатов (без исправления ошибок);

7) оценить свою работу.

Организация учебного процесса на этапе 2:

На доске эталоны Д-2 – Д-8.

– Какие алгоритмы вы изучили в теме «Понятие десятичной дроби»? (Алгоритмы перевода обыкновенной дроби в десятичную дробь, округления чисел, сравнения десятичных дробей.)

– Где еще надо быть очень внимательными? (При вычислениях.)

– Молодцы. Теперь приступайте к выполнению контрольной работы. Запишите в тетрадях число, тему. (Тема работы записана на доске.)

Все эталоны закрываются.

Учащимся раздаются карточки с текстом контрольной работы (Р-1).

После выполнения контрольной работы учащиеся проверяют свои работы по образцу (Д-10) и оценивают их с помощью критериев (Д–9), после чего работы сдаются учителю.

Урок 2

– Сегодня вы продолжите учиться анализировать правильность выполненной работы с помощью самопроверки, выявлять причины допущенных ошибок, исправлять свои ошибки.

Учащиеся получают работы, проверенные учителем, анализируют правильность самопроверки, согласовывают с учителем, если надо, отметки.

3. Локализация индивидуальных затруднений

Цель:

1) поставить цель деятельности;

2) мотивировать учащихся к сопоставлению своих работ по эталону для самопроверки;

3) организовать сопоставление работ по эталону для самопроверки с целью:

а) организовать выявление учащимися места затруднения;

б) организовать выявление учащимися причины затруднения;

в) организовать фиксацию отсутствия затруднений в ходе решения и его обоснования.

---

[17] Все эталоны для 1—6 классов представлены в методическом пособии Л. Г. Петерсон, Л. А. Грушевской, М. А. Кубышевой «Построй свою математику». – М.: УМЦ «Школа 2000...», 2007.

Организация учебного процесса на этапе 3:

На доске все необходимые пронумерованные эталоны, эталон для самопроверки работ и алгоритм работы над ошибками.

– Что вам сегодня будет помогать в работе? (Эталоны, эталон для самопроверки, алгоритм работы над ошибками.)

Алгоритмы лежат на столах у учащихся.

– Сформулируйте цель урока. (Проанализировать правильность самопроверки работ, правильность самооценки, сможем поработать над своими ошибками.)

– Вы уже проверили свои работы по образцу и знаете, с какими заданиями вы не справились. Что дальше надо сделать? (Надо сопоставить свои работы с эталоном для самопроверки.)

– С какой целью вы будете сопоставлять работы с эталоном для самопроверки?

– При сопоставлении работ с эталонами вы будете заполнять таблицу с результатами (Р-5).

Учащиеся получают эталоны для самопроверки (Р-2), анализируют правильность самопроверки работы по образцу и правильность выполнения всех заданий.

– Поставьте номера эталонов, которые вы использовали при выполнении первого задания.

– У кого возникли затруднения при выполнении первого задания?

– В каком месте?

– Почему возникли затруднения?

– Поставьте номера эталонов, которые вы использовали при выполнении второго задания.

– У кого возникли затруднения при выполнении второго задания?

– В каком месте?

– Почему возникли затруднения?

– Поставьте номера эталонов, которые вы использовали при выполнении третьего задания.

– У кого возникли затруднения при выполнении третьего задания?

– В каком месте?

– Почему возникли затруднения?

– У кого возникли затруднения при выполнении четвертого задания?

– В каком месте?

– Почему возникли затруднения?

– У кого возникли затруднения при выполнении пятого задания?

– В каком месте?

– Почему возникли затруднения?

– У кого возникли затруднения при выполнении шестого задания?

– В каком месте?

– Почему возникли затруднения?

– У кого все задания выполнены правильно, что вы можете сказать?

4. *Постановка цели коррекционной деятельности*

Цель:

организовать постановку учащимися индивидуальных целей своей деятельности.

Организация учебного процесса на этапе 4:

– Если у вас нет затруднений, что вы будете делать? (Мы будем выполнять дополнительные задания.)

– Сформулируйте цель своей деятельности.

– Какую цель ставят для себя те учащиеся, у которых были ошибки в контрольной работе? (Исправить ошибки, потренироваться в решении аналогичных заданий.)

5. Коррекция выявленных затруднений

Цель:

1) на основе алгоритма исправления ошибок организовать согласование плана достижения этой цели;

2) организовать реализацию согласованного плана действий;

для учащихся, допустивших ошибки:

а) организовать исправление ошибок с помощью предложенного эталона для самопроверки;

б) организовать выполнение учащимися заданий на те способы действий, в которых допущены ошибки (часть заданий может войти в домашнюю работу);

в) организовать самопроверку заданий;

для учащихся, не допустивших ошибок:

организовать выполнение учащимися заданий более высокого уровня сложности по данной теме, заданий пропедевтического характера или заданий, требующих построения новых методов решения.

Организация учебного процесса на этапе 5:

– Тем, кто поставил себе цель выполнять дополнительные задания, предлагаю выполнить задания № 7*, 8* из контрольной работы, № 811. Приступайте к работе.

Номер записывается на доске.

Далее учитель обращается к учащимся, допустившим ошибки в контрольной работе:

– Что поможет при работе над ошибками? (Алгоритм работы над ошибками, эталоны.)

Учащиеся самостоятельно выполняют работу над ошибками. Для тренинга предлагается карточка (Р-4) с образцами.

6. Обобщение затруднений во внешней речи

Цель:

1) организовать обсуждение типовых затруднений;

2) организовать проговаривание формулировок способов действий, которые вызвали затруднение.

Организация учебного процесса на этапе 6:

На данном этапе работает весь класс.

– Какие ошибки были допущены в работе?

Проговариваются алгоритмы, понятия, в которых были допущены ошибки.

7. Самостоятельная работа с самопроверкой по эталону

Цель:

для учащихся, допустивших ошибки:

1) организовать выполнение самостоятельной работы (другой вариант контрольной работы; учащиеся выбирают задания только на те способы действий, в которых были допущены ошибки);

2) организовать самопроверку учащимися своих работ по эталону для самопроверки и знаковую фиксацию результатов;

3) организовать фиксацию преодоления возникшего ранее затруднения;

для учащихся, не допустивших ошибок:

организовать самопроверку учащимися заданий, требующих построения новых методов решения, или заданий пропедевтического характера по подробному образцу.

Организация учебного процесса на этапе 7:

– Что сейчас вы должны сделать? (Решить аналогичные задания из другого варианта.)

Учащимся предлагается аналогичная работа (может быть другой вариант), из которой они должны выполнить только те задания, которые вызвали затруднения лично у них, и проверить свою работу по эталону для самопроверки, фиксируя знаково результаты. Учащиеся, которые работали с дополнительными заданиями, проводят самопроверку по подробному образцу (Р-3).

– Кому удалось справиться с затруднениями?

– Кому удалось правильно выполнить дополнительные задания?

8. Включение в систему знаний и повторение

Цель:

тренировать навык перевода десятичных дробей в обыкновенные дроби, повторить алгоритмы выполнения действий с обыкновенными дробями.

Организация учебного процесса на этапе 8:

№ 821

Задание выполняется на доске.

а) $1{,}2 + 0{,}36 = 1\frac{1}{5} + \frac{9}{25} = 1\frac{5}{25} + \frac{9}{25} = 1\frac{14}{25} = 1{,}56;$

б) $0{,}45 - 0{,}1 = \frac{9}{20} - \frac{1}{10} = \frac{9}{20} - \frac{2}{20} = \frac{7}{20} = 0{,}35;$

в) $0{,}3 \cdot 0{,}2 = \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{10} = \frac{6}{100} = 0{,}06;$

г) $3{,}2 : 0{,}08 = \frac{32}{10} : \frac{8}{100} = \frac{32 \cdot 100}{10 \cdot 8} = \frac{4 \cdot 10}{1 \cdot 1} = 40.$

9. Рефлексия деятельности на уроке

Цель:

1) организовать фиксацию степени соответствия поставленной цели и результатов деятельности;

2) организовать вербальную фиксацию причин (алгоритмов, правил, понятий и т. д.) возникших на уроке затруднений;

3) организовать вербальную фиксацию способа исправления возникших ошибок (алгоритм исправления ошибок);

4) организовать фиксацию неразрешенных на уроке затруднений как направление будущей деятельности;

5) организовать оценивание учащимися собственной работы на уроке;

6) организовать обсуждение и запись домашнего задания.

Организация учебного процесса на этапе 9:

– Какую тему вы контролировали?

– Как вы проводили контроль?

– На прошлом уроке вы попытались спрогнозировать свои результаты, у кого прогноз совпал с результатом?

– Где и почему были допущены ошибки?

– Как вы их исправляли?

– В начале урока была поставлена цель. Как вы считаете, вы достигли этой цели?

– Над чем еще надо поработать?

– Используя ваши таблицы, оцените свою деятельность на уроке.

– У каждого из вас на парте листок для анализа своей работы. Вам предлагается перечень основных вопросов темы, по которой была написана контрольная работа, вы должны во 2 столбике знаково оценить свои знания.

Если «–», то в крайней графе вы фиксируете алгоритм или правило и придумываете аналогичное задание, а дома надо будет его выполнить.

ОГЛАВЛЕНИЕ